

УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ ИЗГИБНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ КОРПУСА ПРИ ПОЛЁТЕ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ

Предложена упрощенная модель динамики ракеты-носителя, позволяющая учитывать изгибные деформации корпуса при полёте на активном участке траектории, приводящие к появлению местных углов атаки, которые порождают дополнительную распределенную аэродинамическую силу и могут существенно влиять на режимы и устойчивость движения ракеты. Ракета представлена как шарнирная связка двух тел (ШСДТ), двигающаяся в поле массовых гравитационных сил и совершающая малые колебания под действием поверхностных аэродинамических и сосредоточенных сил тяги ракетного двигателя, упругости (упругие свойства ШСДТ полагаются сосредоточенными в шарнире), а также управляющих сил.

Запропонована спрощена модель динаміки ракети-носія, яка дозволяє враховувати згинальні деформації корпусу при польоті на активній ділянці траєкторії, що призводять до появи місцевих кутів атаки, які породжують додаткову розподілену аеродинамічну силу і можуть істотно впливати на режими і стійкість руху ракети. Ракета представлена як шарнірна зв'язка двох тіл (ШЗДТ), що рухається в полі масових гравітаційних сил і здійснює малі коливання під дією поверхневих аеродинамічних і зосереджених сил тяги ракетного двигуна, пружності (пружні властивості ШЗДТ вважаються зосередженими в шарнірі), а також управляючих сил.

The simplified model of the launch vehicle dynamics considering the bending strain of the body at an active trajectory leg resulting in local angles of attack, which initiate an additional distributed aerodynamic force and affect substantially the rocket modes and the motion stability is proposed. The rocket is represented as a two-body hinged system (TBHS) moving in the field of mass gravitational forces and accomplishing small-amplitude oscillation under the action of surface aerodynamic forces and concentrated jet-engine thrust forces, elasticity (elastic properties of the TBHS are supposed to be concentrated in the hinge), and control forces.

Для повышения энергетических возможностей ракеты-носителя (РН) стремятся уменьшить относительный конечный вес её конструкции, что приводит к уменьшению жесткости корпуса ракеты и, как следствие, к заметным упругим деформациям его в полете. Повысить энергетические возможности ракеты можно и путём расширения допусков на предельные величины угла атаки на активном участке траектории [1]; однако это приводит к увеличению полётных нагрузок на корпус ракеты. Предположение о том, что ракета является абсолютно жестким телом, при решении задач оптимизации управления движением может оказаться недопустимо грубым; это относится, в первую очередь, к ракетам большого удлинения. Приобретает актуальность задача обеспечения корректного учета в алгоритме оптимизации управления проявлений изгибных деформаций корпуса ракеты от полётных нагрузок, что требует уточнения динамической схемы ракеты, используемой в алгоритме. Цель настоящего исследования – разработка упрощенной модели динамики РН, предназначенной для оценки управляемости РН с учетом изгибных деформаций корпуса при движении на активном участке траектории.

Корпус ракеты совместно с прилагаемыми к нему обобщенными силами можно представить в виде распределенной системы; однако такой способ учета деформаций неизбежно приведёт к усложнению алгоритма оптимизации управления [2]. Для обеспечения приемлемой размерности задачи оптимизации целесообразно использовать дискретную аппроксимацию распределенной системы (корпуса ракеты) некоторой шарнирной цепью – системой твердых тел, соединенных между собой шарнирными или другими связями [3, 4]. Возможности представления ракетно-космических объектов в виде простейшей шарнирной цепи – шарнирной связки двух тел (ШСДТ), изучались Л. К. Лиловым и В. А. Чириковым [5], М. З. Литвином-Седым [6],

© В.В. Горбунцов, А.Н. Заволока, 2010

И. М. Игдаловым и соавт. [7]; перечень более ранних работ по общим вопросам механики систем связанных тел приведен в [8].

Особый интерес для оптимизации управления движением, с точки зрения учета ограничений на величину изгибных деформаций корпуса РН от полётных нагрузок, представляет предложенная в [7] модель ШСДТ: головного отсека и корпуса ракеты, описывающая пространственное угловое движение головного отсека относительно корпуса ракеты в гравитационном поле под действием сил тяги и аэродинамического сопротивления и учитывающая конечную жесткость как обоих шарнирно соединенных отсеков, так и элементов шарнирной кинематической связи между ними. Однако присоединение такой детальной модели к алгоритму оптимизации управления движением РН неизбежно снизило бы его вычислительную эффективность; более целесообразно ограничиться рассмотрением малых колебаний деформируемого корпуса ракеты только в одном из каналов управления (канале тангажа), используя упрощенное представление корпуса в виде ШСДТ, упругие свойства которой сосредоточены в шарнире. Уравнения движения такой ШСДТ можно получить достаточно просто, опираясь на классические модели аналитической механики и отказавшись от рассмотрения относительного движения; прототипом может послужить задача о колебаниях двойного маятника, точка подвеса которого движется с постоянной скоростью в неподвижной атмосфере, а силы аэродинамического сопротивления принимаются пропорциональными квадрату скорости набегающего потока [3]. Таким образом, получается следующая

Постановка задачи. Рассмотрим движение ШСДТ, состоящей из двух шарнирно соединенных отсеков – отсек 1, отсек 2, которые могут поворачиваться один относительно другого на угол γ , с учетом следующих динамических особенностей и упрощающих предположений:

- отсеки 1, 2 рассматриваются как абсолютно твердые тела с соизмеримыми массово-инерционными характеристиками;

- ШСДТ движется в поле массовых гравитационных сил под действием поверхностных аэродинамических и сосредоточенных сил:

- 1) силы тяги маршевой двигательной установки (МДУ), приложенной к отсеку 1 и направленной по его продольной оси;

- 2) сил упругости, которые полагаются сосредоточенными исключительно в шарнирной кинематической связи между отсеками, имеющей конечную жесткость, причем удельный изгибающий момент в шарнире связки M'_z (отнесенный к единичному углу между осями продольной симметрии отсеков 1 и 2) полагается заданным;

- 3) управляющих сил, создаваемых рулевой двигательной установкой (РДУ), установленной в отсеке 1;

- аэродинамические нагрузки на ШСДТ соответствуют гипотезе стационарности и рассчитываются с учетом затенения отсека 1 отсеком 2;

- движение ШСДТ рассматривается в плоскости, содержащей оси продольной симметрии отсеков 1 и 2 при ненулевых углах γ между этими осями; угол поворота в шарнире γ мал в том смысле, что $\sin \gamma \approx \gamma$, $\cos \gamma \approx 1$.

Требуется определить закон изменения по времени коэффициентов линейной нестационарной системы (ЛНС) уравнений движения ШСДТ с учетом изгибных деформаций (угла поворота γ) в шарнире.

Приступая к решению поставленной задачи, примем следующий порядок построения упрощенной модели движения ШСДТ:

а) используя классический принцип освобожденности, запишем уравнения движения центра масс (ЦМ) и вокруг ЦМ отсеков 1 и 2 связки под действием приложенных к ним внешних и внутренних сил;

б) полагая отсек 1 основным («несущим»), перейдем к новым параметрам движения другого, «несомого» отсека, характеризующим его движение в отклонениях от параметров движения несущего отсека;

в) сопоставляя уравнения движения ЦМ несомого отсека в отклонениях от параметров движения несущего отсека, полученные на этапе (б), с аналогичными уравнениями, выведенными из геометрических соображений, определим внутренние силы (в шарнире);

г) подставляя полученные на этапе (в) выражения для внутренних сил в уравнения движения вокруг ЦМ отсеков 1 и 2, полученные в (а), и производя линеаризацию, приходим к линейной нестационарной системе (ЛНС), описывающей движение ШСДТ в приращениях к номинальному движению (расчитанному при $\gamma(t) \equiv 0$).

Схема сил, действующих на связку в полете, показана на рис. 1а, где обозначено: G – вектор силы веса связки в целом, приложенной к её ЦМ C_T ; $G_i, i=1, 2$ – векторы сил веса i -х отсеков связки, приложенных в их ЦМ C_{Ti} ; $X_i, i=1, 2$ – векторы сил лобового сопротивления i -х отсеков связки, приложенных в их центрах давления (ЦД) C_{Di} и направленные противоположно вектору скорости V ЦМ связки; $Y_i, i=1, 2$ – векторы подъёмных сил i -х отсеков связки, направленные нормально к векторам силы лобового сопротивления; P – вектор силы тяги МДУ, приложенной к отсеку 1, направленный по его оси; P_p – вектор силы тяги РДУ, составляющий угол δ с вектором силы тяги.

Ориентация векторов внешних сил, действующих на связку, вполне очевидна. Что же касается внутренних сил и моментов, то они изображены произвольно с соблюдением условий:

$$F_{21} + F_{12} = 0; M_{21} + M_{12} = 0.$$

Входящие в уравнения движения геометрические характеристики ШСДТ соответствуют расстояниям от некоторой начальной (по ходу движения связки) точки N (рис. 1а) до:

- оси вращения управляющего органа – x_p ;
- ЦД отсека 1 – x_{D1} ; отсека 2 – x_{D2} ; связки в целом – x_D ;
- ЦМ отсека 1 – x_{T1} ; отсека 2 – x_{T2} ; связки в целом – x_T .

Кроме того, на рис. 1б показаны часто встречающиеся в последующих преобразованиях величины:

$$\begin{aligned} a &= x_2 - x_{T2}; \\ b &= x_{T1} - x_2, \end{aligned} \tag{1}$$

где x_2 – длина отсека 2.

Поскольку каждому отсеку ШСДТ соответствуют свои текущие значения модуля V и аргумента θ вектора скорости ЦМ отсека, то в данном случае удобнее работать с уравнениями движения в земной системе координат [9]: это позволяет рассматривать координаты ЦМ каждого отсека связки – $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ в единой системе координат. Однако при расчете аэродина-

мических сил будем использовать значения модуля вектора скорости (величины скоростного напора) и его аргумента, полученные для ЦМ связки в целом, полагая

$$q_1 = q_2 = q, \theta_1 = \theta_2 = \theta;$$

допускаемые здесь погрешности значительно меньше погрешностей определения аэродинамических коэффициентов.

В то же время, определяя значения угла атаки $\alpha_i = \varphi_i - \theta$, $i = 1, 2$, для i -го отсека связки, будем учитывать ориентацию продольной оси соответствующего отсека φ_i (для учета несимметричного обтекания связки воздуш-

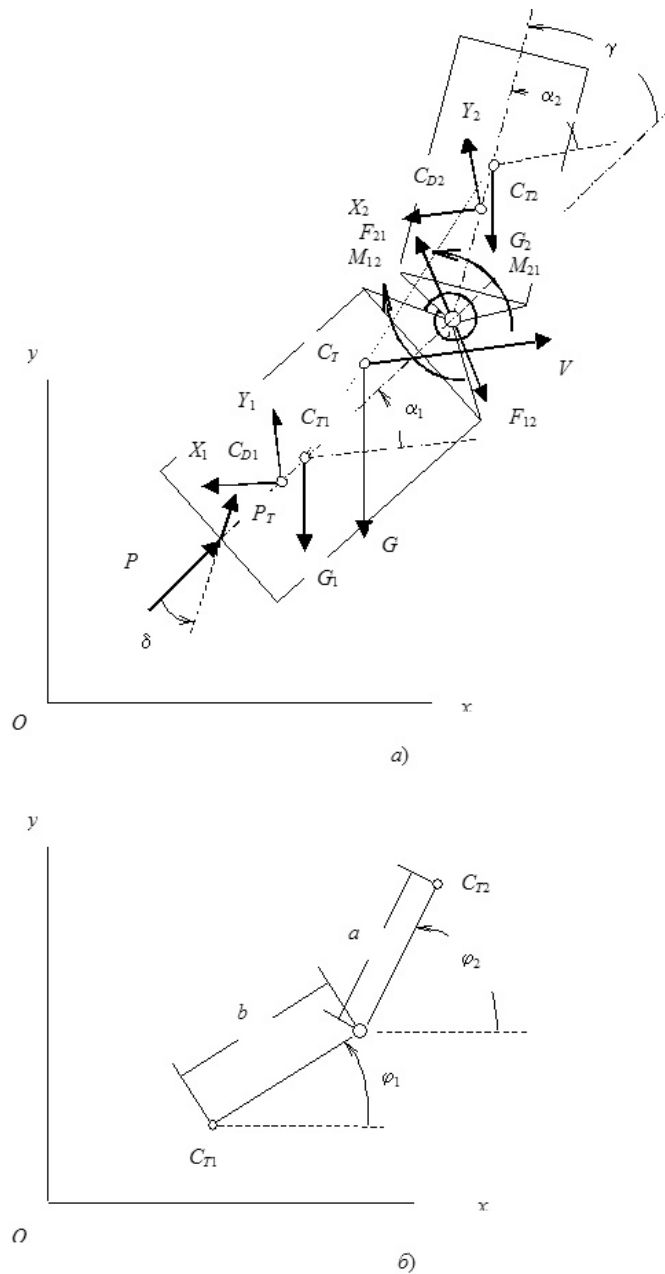


Рис. 1

ным потоком). Кроме того, для простоты вывода ограничимся случаем, когда площади миделя обоих отсеков совпадают: $S_1 = S_2 = S$, а величины аэродинамических сил и изгибающего момента в шарнире связи представим в линейном приближении:

$$\begin{aligned} X_i &= qSC_{xi}, \quad Y_i = qSC'_{yi}\alpha_i, \quad i = 1, 2; \\ M_{12} &= |M_{21}| = M'_z \cdot \gamma, \end{aligned}$$

где M'_z – удельный изгибающий момент в шарнире связи; величина M'_z полагается известной.

Руководствуясь вышеприведенными замечаниями и рис. 1, запишем уравнения движения ЦМ отсеков (обозначения общепринятые [9, 10]):

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 &= P \cos \varphi_1 - qS(C_{x1} \cos \theta + C'_{y1} \cdot \alpha_1 \sin \theta) - R \sin \varphi_1 + X; \\ m_1\ddot{y}_1 &= P \sin \varphi_1 - qS(C_{x1} \sin \theta - C'_{y1} \cdot \alpha_1 \cos \theta) + R \cos \varphi_1 + Y - m_1g; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} m_2\ddot{x}_2 &= -qS(C_{x2} \cos \theta + C'_{y2} \cdot \alpha_2 \sin \theta) - X; \\ m_2\ddot{y}_2 &= -qS(C_{x2} \sin \theta - C'_{y2} \cdot \alpha_2 \cos \theta) - Y - m_2g, \end{aligned} \quad (3)$$

и уравнения движения отсеков вокруг своих ЦМ (без учета демпфирующего аэродинамического и реактивного моментов [9]):

$$\begin{aligned} J_1\ddot{\varphi}_1 &= -qS\alpha_1C'_{y1}(x_{D1} - x_{T1}) + (-X \sin \varphi_1 + Y \cos \varphi_1) \cdot b - R(x_P - x_{T1}) + M'_z\gamma; \\ J_2\ddot{\varphi}_2 &= -qS\alpha_2C'_{y2}(x_{D2} - x_{T2}) + (-X \sin \varphi_2 + Y \cos \varphi_2) \cdot a - M'_z\gamma; \end{aligned} \quad (4)$$

здесь $R = P_p \sin \delta = \frac{P_{РДУ}}{2} \cdot \sin \delta$ – управляющая сила, а $P_p = P_{РДУ}/2$ – тяга РДУ,

отнесенная к каналу тангажа (т. е. для половины числа камер сгорания типичной РДУ).

Для определенности, в уравнениях (2) движения ЦМ отсека 1 компоненты вектора силы $F_{12} = (X, Y)$, действующей на отсек 1 со стороны отсека 2, полагаем положительными; соответственно, $F_{21} = (-X, -Y)$. В уравнениях движения вокруг ЦМ отсека 1 знак изгибающего момента $M_{12} = M'_z \cdot \gamma$, действующего на отсек 1 со стороны отсека 2, выбран таким образом, что этот момент даёт увеличение угла φ_1 ; соответственно, момент M_{21} стремится уменьшить угол $\varphi_2 = \varphi_1 + \gamma$, т. е. уменьшить угол γ между осями продольной симметрии отсеков.

Выражения (2) – (4) – это ещё не окончательная запись уравнений движения связи, поскольку в них входят неизвестные внутренние силы X, Y ; для их доопределения воспользуемся геометрическими соотношениями между координатами ЦМ отсеков связи $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ и соответствующими углами тангажа φ_1 и φ_2 , которые можно получить из рис. 1б:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= b \cos \varphi_1 + a \cos \varphi_2 = (a + b) \cos \varphi_1 - \gamma a \sin \varphi_1; \\ y_2 - y_1 &= b \sin \varphi_1 + a \sin \varphi_2 = (a + b) \sin \varphi_1 + \gamma a \cos \varphi_1; \end{aligned} \quad (5)$$

здесь, с учетом принадлежности управляющих органов связи отсеку 1, для упрощения последующих преобразований оставлены лишь значения φ_1 .

Образуя с использованием уравнений (2), (3) разности $\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1, \ddot{y}_2 - \ddot{y}_1$ и приравнявая их вторым производным от соответствующих переменных (5), получим соотношения для проекций внутренних сил X, Y . Подставляя найденные выражения X, Y в (4) и группируя коэффициенты при старших производных $\ddot{\phi}_1, \ddot{\gamma}$ (которые входят в полученную систему линейно), приходим к системе уравнений:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где:

$$\begin{aligned} a_{11} &= J_1 + \mu b(a+b); \\ a_{21} &= J_2 + \mu a(a+b) + \mu a^2 \gamma^2; \\ a_{12} &= \mu ab; \\ a_{22} &= J_2 + \mu a^2; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= -\alpha_1 q S C'_{y1} (x_{D1} - x_{T1}) + \mu b \dot{\phi}_1 (\gamma a \dot{\phi}_1 - 2\dot{b}) + \\ &+ \mu q S b \left\{ \left(\frac{C_{x2}}{m_2} - \frac{C_{x1}}{m_1} \right) \cdot \sin \alpha_1 + \left[\frac{C'_{y2}}{m_2} (\alpha_1 + \gamma) - \frac{C'_{y1}}{m_1} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \cos \alpha_1 \right\} - \\ &- \left(\frac{\mu b}{m_1} + x_P - x_{T1} \right) \cdot R + M'_z \gamma; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} b_2 &= -(\alpha_1 + \gamma) q S C'_{y2} (x_{D2} - x_{T2}) - 2\mu a b \dot{\phi}_1 + \\ &+ \mu q S a \left\{ \left(\frac{C_{x2}}{m_2} - \frac{C_{x1}}{m_1} \right) \sin(\alpha_1 + \gamma) + \left[\frac{C'_{y2}}{m_2} (\alpha_1 + \gamma) - \frac{C'_{y1}}{m_1} \cdot \alpha_1 \right] \cos(\alpha_1 + \gamma) \right\} + \\ &+ \gamma \mu a [\ddot{b} - 2a\dot{\gamma}\dot{\phi}_1 - b\dot{\phi}_1^2] + \frac{\mu a}{m_1} (P\gamma - R) - M'_z \gamma; \end{aligned} \quad (9)$$

здесь для краткости записи обозначено $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

Входящие в выражения (7)-(9) величины a, b находим из (1); что же касается производных \dot{b}, \ddot{b} (для вычисления которых потребуются соответствующие производные координаты ЦМ отсека 1 x_{T1}), то свяжем расход массы связки с отсеком 1 (где располагаются МДУ и РДУ), полагая закон расхода массы линейным:

$$\dot{m}_2(t) \equiv 0, \quad \ddot{m}_1(t) \equiv 0.$$

Уравнения движения связки (6) – (9) записаны с использованием характеристик отсеков 1 и 2, в то время как характеристики РН обычно задаются для полностью снаряженной первой ступени и отдельно – для второй ступени РН. Принимая во внимание, что процедура расчета характеристик ШСДТ (особенно аэродинамических) – довольно трудоёмкая, желательно получить

уравнения движения связки, записанные с использованием общепринятых характеристик РН. Для конкретизации задачи, ограничимся рассмотрением активного участка траектории полета первой ступени двухступенчатой РН; в качестве отсека 1 связки будем рассматривать отделяющуюся часть первой ступени РН, а в качестве отсека 2 – вторую ступень РН (далее будем придерживаться однообразия терминологии и говорить об *отсеках* ШСДТ и *ступенях* РН, причем характеристики отсеков 1 и 2 будем соответствующим образом индексировать, а характеристики первой ступени записывать без индекса). В этом случае массово-габаритные характеристики отсека 2 (соответствующие полностью заполненной топливом второй ступени) получаем непосредственно из характеристик второй ступени и записываем как: m_2, x_{T2}, J_2 , а текущие значения массово-габаритных характеристик отсека 1 можно получить простым пересчетом характеристик соответствующих ступеней:

- масса отсека 1: $m_1 = m - m_2$;

- расстояние от начальной точки N до ЦМ отсека 1:

$$x_{T1} = \frac{mx_T - m_2x_{T2}}{m - m_2} = x_T + \frac{m_2}{m - m_2}(x_T - x_{T2}); \quad (10)$$

- главный центральный момент инерции отсека 1 относительно оси z :

$$J_1 = J - J_2 - \frac{mm_2}{m - m_2}(x_T - x_{T2})^2. \quad (11)$$

Теперь выражения для b, \dot{b}, \ddot{b} в (8, 9) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} b &= x_T - x_2 + \frac{m_2}{m - m_2}(x_T - x_{T2}); \\ \dot{b} &= \frac{1}{m - m_2} \left[m\dot{x}_T - \frac{\dot{m}m_2}{m - m_2}(x_T - x_{T2}) \right]; \\ \ddot{b} &= \frac{1}{m - m_2} \left[m\ddot{x}_T + \frac{2\dot{m}m_2}{m - m_2} \left(\dot{m} \frac{x_T - x_{T2}}{m - m_2} - \dot{x}_T \right) \right]. \end{aligned}$$

Аэродинамические характеристики отсеков могут быть получены из характеристик РН с учетом соотношений:

$$C_x = C_{x1} + C_{x2}; \quad (12)$$

$$C'_y = C'_{y1} + C'_{y2} \quad (13)$$

и условия баланса аэродинамических моментов от подъемной силы (взятых для первой ступени и по отдельности – для отсеков 1 и 2):

$$qSC'_y(x_D - x_T) = qSC'_{y1}(x_{D1} - x_T) + qSC'_{y2}(x_{D2} - x_T), \quad (14)$$

по формулам:

$$C_{x1} = (1 - \kappa)(1 - \xi)C_x; \quad (15)$$

$$C_{x2} = [\xi + \kappa(1 - \xi)]C_x; \quad (16)$$

$$C'_{y1} = (1 - \kappa)C'_y; \quad (17)$$

$$C'_{y2} = \kappa C'_y; \quad (18)$$

$$x_{D1} = \frac{C'_y x_D - C'_y x_D \kappa^2}{C'_y - C'_y \kappa} = x_D \frac{1 - \kappa^2}{1 - \kappa} = x_D (1 + \kappa); \quad (19)$$

$$x_{D2} = \kappa x_D, \quad (20)$$

где $\kappa = \frac{x_2}{x_p}$, а коэффициент $\xi < 1$ учитывает степень затенения отсека 1 отсеком 2. Подстановка (15) – (20) в соответствующие выражения (12) – (14) приводит к тождествам; следовательно, допущения относительно величин $C_{x1}, C_{x2}, C'_{y1}, C'_{y2}, x_{D1}, x_{D2}$ в рамках принятой модели непротиворечивы.

Возникающие в результате относительного поворота отсеков на угол γ моменты от аэродинамических сил и сил тяги МДУ и РДУ, обусловленные несимметричным обтеканием ШСДТ воздушным потоком и смещением её ЦМ относительно линии действия равнодействующей сил тяги, определяют две составляющие возмущения:

- аэродинамическую – в плотных слоях атмосферы;
- массовую – на всём протяжении полета с работающим ракетным двигателем.

Полагая отклонения $\delta\varphi = \varphi_1 - \varphi^*$ угла тангажа φ_1 отсека 1 от программных значений φ^* , а также величины угла γ и производных $\dot{\gamma}, \delta\dot{\varphi}$ малыми, линеаризуем систему (6) в окрестности траектории движения абсолютно жесткой связки (для $\gamma(t) \equiv 0$); таким образом получим систему уравнений возмущенного движения:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21|\gamma=0} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\ddot{\varphi} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\varphi\varphi}\delta\varphi + c_{\varphi\dot{\varphi}}\delta\dot{\varphi} + c_{\varphi\gamma}\gamma + c_{\varphi\dot{\gamma}}\dot{\gamma} \\ c_{\gamma\varphi}\delta\varphi + c_{\gamma\dot{\varphi}}\delta\dot{\varphi} + c_{\gamma\gamma}\gamma + c_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{\varphi\delta} \\ c_{\gamma\delta} \end{pmatrix} \cdot \delta. \quad (21)$$

Коэффициенты системы (21) определяются в соответствии со стандартной процедурой линеаризации:

$$c_{\varphi j} = \frac{\partial b_1}{\partial j}, \quad c_{\gamma j} = \frac{\partial b_2}{\partial j}, \quad j = (\varphi, \dot{\varphi}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta), \quad (22)$$

где правые части системы (6) b_1, b_2 задаются формулами (8), (9); заметим, что, поскольку переменные $\varphi, \dot{\varphi}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta$ не входят в формулы преобразований характеристик (10 – 13), (15 – 20), то для вычисления производных в (22) можно использовать выражения (8), (9) с последующим преобразованием полученного результата по формулам (10 – 13), (15 – 20).

Для расчета и анализа возмущенных траекторий движения связки удобнее пользоваться системой (21), разрешенной относительно старших производных:

$$\begin{pmatrix} \delta\ddot{\varphi} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{\varphi\varphi}\delta\varphi + k_{\varphi\dot{\varphi}}\delta\dot{\varphi} + k_{\varphi\gamma}\gamma + k_{\varphi\dot{\gamma}}\dot{\gamma} \\ k_{\gamma\varphi}\delta\varphi + k_{\gamma\dot{\varphi}}\delta\dot{\varphi} + k_{\gamma\gamma}\gamma + k_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{\varphi\delta} \\ k_{\gamma\delta} \end{pmatrix} \cdot \delta. \quad (23)$$

Коэффициенты системы (23) вычисляются по формулам:

$$k_{\varphi j} = \frac{1}{\Delta_0} \begin{vmatrix} c_{\varphi j} & a_{12} \\ c_{\gamma j} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad k_{\gamma j} = \frac{1}{\Delta_0} \begin{vmatrix} a_{11} & c_{\varphi j} \\ a_{21} & c_{\gamma j} \end{vmatrix}, \quad j = (\varphi, \dot{\varphi}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta),$$

где Δ_0 – определитель системы (21); используя (7), легко убедиться, что

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21|\dot{\gamma}=0} & a_{22} \end{vmatrix} = J_1(J_2 + \mu ab) + J_2\mu b^2 > 0.$$

Задача интегрирования ЛНС (21), (23) запрограммирована в среде Delphi [11]. Пример расчета (при $M'_z = 4,2 \cdot 10^8$ н·м/рад, $\xi = 0,8$) коэффициентов разомкнутой системы (23) для ШСДТ, моделирующей РН, приведены в табл. 1 и на рис. 2 (на графиках рис. 2 обозначено: А – $k_{\varphi\varphi}$, В – $k_{\varphi\dot{\varphi}}$, С – $k_{\varphi\gamma}/10$, D – $k_{\varphi\delta}$, E – $k_{\gamma\varphi}$, F – $k_{\gamma\dot{\varphi}}$, G – $k_{\gamma\gamma}/10$, H – $k_{\gamma\delta}$; заметим, что для разомкнутой системы $k_{\varphi\dot{\gamma}}(t) \equiv k_{\gamma\dot{\gamma}}(t) \equiv 0$, так что эти зависимости на рис. 2 отсутствуют).

Таблица 1 – Коэффициенты разомкнутой системы (23)

T, c	$k_{\varphi\varphi}$	$k_{\varphi\dot{\varphi}}$	$k_{\varphi\gamma}$	$k_{\varphi\dot{\gamma}}$	$k_{\varphi\delta}$	$k_{\gamma\varphi}$	$k_{\gamma\dot{\varphi}}$	$k_{\gamma\gamma}$	$k_{\gamma\dot{\gamma}}$	$k_{\gamma\delta}$
0	0	1,56	164,3	0	-4,60	0	2,01	-401,9	0	6,75
20	2,5	1,89	169,3	0	-5,06	0,40	1,25	-386,6	0	7,58
40	14,33	2,16	164,7	0	-5,54	-1,77	0,42	-346,5	0	8,36
60	40,76	2,30	139,7	0	-6,06	-10,01	-0,33	-246,9	0	9,01
80	47,27	2,24	126,4	0	-6,94	-22,78	-0,93	-177,3	0	9,84
100	27,37	1,83	140,1	0	-9,00	-17,78	-1,13	-153,9	0	11,46

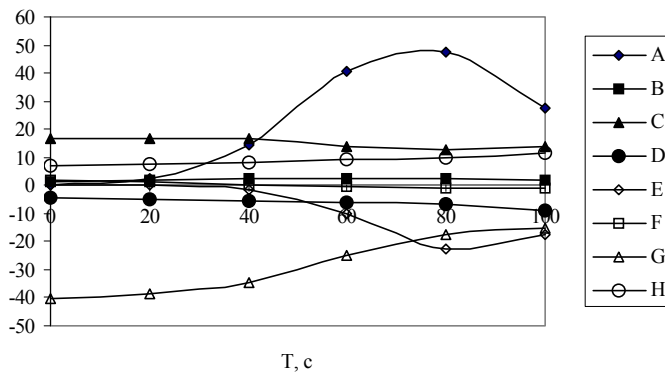


Рис. 2

Приведенные результаты расчета коэффициентов разомкнутой системы уравнений движения (23) подтверждают работоспособность разработанной упрощенной модели динамики РН с учетом изгибных деформаций корпуса.

1. Adams R. J. Design of nonlinear control laws for high-angle-of-attack flight / R. J. Adams, J. M. Buffington, S. S. Banda // Journal of Guidance, Control, And Dynamics. – 1994. – Vol. 17, No. 4. – P. 737 – 746.
2. Dotson K. W. Formulation and analysis of launch vehicle maneuvering loads / K. W. Dotson, S. B. Tiwari // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1996. – Vol. 33, No. 6. – P. 815 – 821.
3. Лурье А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.
4. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел / Й. Виттенбург. – М. : Мир, 1980. – 292 с.
5. Лилов Л. К. Об уравнениях динамики систем взаимосвязанных тел / Л. К. Лилов, В. А. Чириков // Прикладная математика и механика. – 1981. – Т. 45, № 3. – С. 525 – 534.

6. *Литвин-Седой М. З.* Механика систем связанных твердых тел / *М. З. Литвин-Седой* / Итоги науки и техники: Сер. Общая механика. – М. : ВИНТИ, 1982. – Т. 5. – С. 3 – 61.
7. *Ракета* как объект управления / *И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шентун.* – Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
8. *Задачи стабилизации составных спутников:* Сб. переводов / Под ред. В. В. Белецкого. – М. : Мир, 1975. – 208 с.
9. *Аппазов Р.Ф.* Баллистика управляемых ракет дальнего действия / *Р.Ф. Аппазов, С.С. Лавров, В.П. Мишин.* – М. : Наука, 1966. – 308 с.
10. *Герасюта Н. Ф.* Динамика полета. Основные задачи динамического проектирования ракет / *Н. Ф. Герасюта, А. В. Новиков, Н. Г. Белецкая.* – Днепропетровск, 1998. – 366 с.
11. *Программное средство для исследования процессов функционирования управляемых динамических систем и их составных частей «ДЕФТРА».* – Описание программы / Институт технической механики НАНУ и НКАУ.– Днепропетровск, 2008. – 32 с. – № 05539962.00270 – 01 13 01.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 01.03.10,
в окончательном варианте 17.05.10