

РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ ГАЗОСТРУЙНОГО ЭЖЕКТОРА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ РАБОЧЕГО ТЕЛА

Описаны расчетные модели течения в камерах смешения эжекторов при сверхзвуковом течении эжектирующего газа. Рассмотрены модель «узкого канала», балансовая модель и модель вязко-невязкого взаимодействия. В рамках последней модели течение в сверхзвуковой струе описывается уравнениями невязкого течения, течение в дозвуковом эжектируемом потоке – уравнениями пограничного слоя. Для сращивания решений этих уравнений используются полученные авторами обобщенные уравнения вязко-невязкого взаимодействия. Для описания смешения используются модели турбулентности Секундова, Лаудера-Сполдинга и Ментера. Приведены результаты расчетов с использованием модели «узкого канала» и балансовой модели, иллюстрирующие влияние отношения полных давлений и температур эжектирующего и эжектируемого потоков на коэффициент эжекции, степень разрежения во входном сечении, распределение давления вдоль камеры смешения и длину зоны смешения. В рамках модели вязко-невязкого взаимодействия определены параметры критической работы эжектора.

Calculating models of flow in ejector mixture chambers are described at an inducing gas supersonic current. The “narrow channel” model, balance model and model of viscous-nonviscous interaction are considered. Within the limits of the last model, the current in the supersonic jet is described by equations of the nonviscous current, the current in the subsonic inducing flow – by the interface equations. To splice the equations solutions, the generalized equations of viscous-nonviscous interaction obtained by the authors are used. To describe the mixture, turbulence Sekundov’s model, Lauder-Spolding’s model and Menter’s model are used. Results of calculations obtained with the use of the “narrow channel” model and the balance model illustrating the influence of full pressure, and inducing and induced flow temperatures on the ejection coefficient, depression degree in the entrance section, pressure distributions along the mixture chamber and mixture zone length are given. Within the limits of viscous-nonviscous interaction model, parameters of ejector critical activity are determined.

В расчетной практике для оценок параметров работы эжектора используются балансовые модели, основанные на интегральных законах сохранения массы, импульса и энергии. Эти модели позволяют в предположении полного выравнивания параметров потока на выходе из камеры смешения эжектора определить такие важные характеристики, как коэффициент эжекции и степень повышения давления [1]. Однако для расчета длины камеры смешения эжектора, а при критическом режиме работы – расстояния до сечения звукового запираания инжектируемого потока, необходимо привлекать дополнительную эмпирическую информацию о характере турбулентного течения смешения внутри камеры [2]. Если течение в камере смешения газоструйного эжектора является дозвуковым или слабо сверхзвуковым, то изменением статического давления поперек потока можно пренебречь. Это позволяет течение в камере смешения газоструйного эжектора описывать приближенно уравнениями «узкого канала» [3 – 5]. Использование модели «узкого канала» позволяет определить длину зоны смешения, коэффициент эжекции и степень разрежения потока на входе в камеру смешения для камер, длина которых недостаточна для полного выравнивания потоков в выходном сечении. Кроме того, эта модель дает возможность получить поле параметров течения во всей камере смешения газоструйного эжектора. Однако эта модель «узкого канала» не позволяет в общем случае рассчитать критические режимы работы эжектора. Для определения характеристик течения в камере смешения эжектора при критическом режиме его работы с учетом волновой структуры в области сверхзвукового течения и влияния вязкости в зоне смешения рабочего и инжектируемого потоков целесообразно использовать приближенную модель вязко-невязкого взаимодействия [6, 7]. Данная модель позволяет при малых вычислительных затратах и высокой достоверности результатов расчетов описать широкий класс течений [4, 8 – 10].

В статье рассматриваются особенности применения каждой из упомянутых моделей и приводятся иллюстрационные результаты исследований параметров сверхзвуковых эжекторов на основании результатов расчетов с использованием этих моделей.

Схемы течений. Определяющие параметры. В газоструйных эжекторах реализуются две основные схемы подачи рабочего тела – внешняя (рис. 1,а) или внутренняя (рис. 1,б).

В первой схеме сверхзвуковая струя эжектирующего газа подается в камеру смешения через внешнее кольцевое сопло. Эжектируемый газ течет во внутренней части камеры смешения. Скорость этого потока в значительной части камеры смешения дозвуковая. Во второй схеме подачи сверхзвуковая струя подается через одиночное сопло, ось симметрии которого совпадает с осью камеры смешения. Эжектируемый газ течет с дозвуковой скоростью по кольцевой периферийной области камеры смешения.

Будем полагать, что во входном сечении эжектора с площадью F_j для эжектирующего потока и площадью F_a для эжектируемого потока параметры равномерно распределены по площадям входных сечений. Для определения этих параметров используются давление торможения ρ_{0j}, ρ_{0a} и температура торможения T_{0j}, T_{0a} эжектирующей струи и эжектируемого потока соответственно, а также давление ρ_e и площадь F_e на выходе из камеры смешения. Вследствие эжектирующего влияния струи во входном сечении статическое давление ρ_d становится меньше давления в окружающем пространстве ρ_{0a} , т.е. создается разрежение. Определение давления ρ_d и является целью расчета. Коэффициенты скорости λ_a и λ_j для эжектируемого дозвукового и эжектирующего сверхзвукового потоков во входных сечениях и коэффициент эжекции m можно определить, исходя из отношения давлений ρ_d/ρ_{0a} и отношения площадей критического и выходного сечений сопла F_{*j}/F_j , используя формулы изоэнтропического течения для совершенного газа [1, 4]:

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{\rho_d}{\rho_{0a}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{F_{*j}}{F_j} = q(\lambda_j),$$

где γ – отношение удельных теплоемкостей; $q(\lambda)$ – газодинамическая функция.

Остальные параметры определяются с использованием газодинамических функций $\varepsilon(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\tau(\lambda)$:

$$\rho_j = \rho_{0j} \pi(\lambda_j), \quad i_{a,j} = i_{0a,j} \tau(\lambda_{a,j}),$$

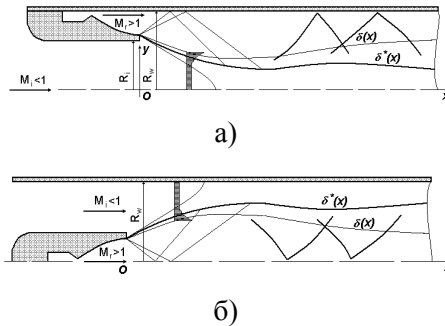


Рис.1

$$\rho_{a,j} = \rho_{0a,j} \varepsilon(\lambda_{a,j}), \quad u_{a,j} = \lambda_{a,j} \sqrt{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} i_{0a,j}}, \quad (1)$$

где i – статическая энтальпия; ρ – плотность; u – скорость; индексами a и j отмечены параметры эжектируемого и эжектирующего потоков во входном сечении соответственно.

Коэффициент эжекции m определяется как отношение массы эжектируемого газа к массе эжектирующего газа $m = \frac{\rho_a u_a F_a}{\rho_j u_j F_j}$ и выражается через

определяющие параметры следующим образом $m = \frac{\varepsilon(\lambda_a) \lambda_a F_a \rho_{0a}}{\varepsilon(\lambda_j) \lambda_j F_j \rho_{0j}} \sqrt{\theta}$, где

$$\theta = T_{0j} / T_{0a}.$$

Основные уравнения. При нерасчетном истечении в сверхзвуковой струе формируется система волн разрежения и скачков уплотнения, что приводит к изменению давления в поперечном и продольном направлениях течения. Распространение возмущений во все стороны в дозвуковом потоке приводит к непрерывному изменению давления, что позволяет во многих случаях пренебречь изменением давления в поперечном направлении. На этой основе течение в камере смешения условно можно разбить на невязкий поток (сверхзвуковая струя) и вязкое течение в зоне инжектируемого дозвукового потока и в слое их смешения. В пренебрежении поперечным градиентом давления вязкое дозвуковое течение можно описывать уравнениями пограничного слоя, которые запишем в виде [3, 4]

$$\frac{\partial}{\partial x} (y^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (y^j \rho v) = 0,$$

$$y^j \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + y^j \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -y^j \frac{dp_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(y^j \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$y^j \rho u \frac{\partial i_0}{\partial x} + y^j \rho v \frac{\partial i_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[y^j \frac{\mu_{eff}}{Pr_{eff}} \frac{\partial i_0}{\partial y} + y^j \mu_{eff} \left(1 - \frac{1}{Pr_{eff}} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right],$$

где u, v – продольная и поперечная составляющие скорости; ρ, p_e – плотность и статическое давление в вязкой области; $i, i_0 = u^2/2 + i$ – статическая и полная энтальпии; μ_{eff}, Pr_{eff} – эффективный коэффициент вязкости и эффективное число Прандтля. Для струйных ламинарных течений $\mu_{eff} = \mu, Pr_{eff} = Pr$; для струйных турбулентных течений $\mu_{eff} = \varepsilon_t, Pr_{eff} = Pr_t$; $j = 0, 1$ соответствует плоскому или осесимметричному течению; x, y – продольная и поперечная координаты.

Система уравнений (2) замыкается уравнением состояния для совершенного газа $p_e = \frac{\gamma}{\gamma-1} \rho i$.

При расчете коэффициента эжекции по моделям вязко-невязкого взаимодействия и «узкого канала» для определения коэффициента турбулентной вязкости использовались различные дифференциальные модели: однопараметрическая модель турбулентности А.Н. Секундова для турбулентной вязкости [11], двухпараметрическая $k-\varepsilon$ модель турбулентности Лаудера-Сполдинга [12], двухпараметрическая модель Менгера [13]. Для рассмотренного класса течений методические расчеты [14] показали близость расчетных характеристик между собой при использовании различных дифференциальных моделей турбулентности. Влияние выбора модели турбулентности сказывается на начальном участке области взаимодействия. Уровень начальной турбулентности влияет на градиент давления и длину начального участка.

Решение системы уравнений (2) должно удовлетворять следующим граничным условиям: $u = u_e$, $i_0 = i_{0e}$ – на границе вязкой области $y = \delta(x)$,

смежной с границей эжектирующей струи, и $v = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial i_0}{\partial y} = 0$ – на оси сим-

метрии $y = 0$. На стенке канала $y = y_W(x)$ для продольной компоненты вектора скорости вместо условия прилипания ($u = 0$) задается приближенное

условие в виде $\frac{\partial u}{\partial y} = \left(\frac{\rho u^2}{2\mu_t} \right) C_f$, где $\left(\frac{\rho u^2}{2\mu_t} \right)$ – среднее по сечению канала зна-

чение скоростного напора, отнесенного к турбулентной вязкости; C_f – коэффициент трения. Это условие позволяет приближенно учесть влияние торможения на поверхности эжектора, не требует расчета характеристик пограничного слоя и, как следствие этого, сильного измельчения расчетной сетки по сравнению с сеткой, необходимой для расчета основного течения. В случае, когда пограничный слой на стенке игнорируется полностью, следует положить $C_f = 0$.

Параметры в начальном сечении взаимодействия $x = 0$ определяются соотношениями (1), исходя из отношения давлений p_d/p_{0a} . Вопросы определения p_d/p_{0a} рассматриваются ниже.

Модель вязко-невязкого взаимодействия. В классической теории пограничного слоя Прандтля распределение давления вдоль области вязкого течения равно местному давлению невязкого потока. Особенностью рассматриваемых задач является необходимость сопряженного решения уравнений пограничного слоя и невязкого течения – уравнений Эйлера, так как в этих течениях вязко-невязкое взаимодействие играет определяющую роль. Общие принципы формулировки таких условий изложены в [6,7]. При сращивании решений уравнений пограничного слоя и внешних невязких потоков считается, что невязкая струя обтекает некоторые эффективные тела, ограниченные поверхностями вытеснения $y = \delta_k^*(x)$. Для получения уравнений вязко-невязкого взаимодействия из уравнения неразрывности исключаются производные от плотности и продольной составляющей скорости по маршевой координате с помощью уравнений количества движения, энергии и уравнения состояния. Проинтегрировав модифицированное уравнение неразрывности, и используя условия сращивания решений пограничного слоя и уравнений Эйлера, уравнения вязко-невязкого взаимодействия можно записать в виде

$$\frac{dp}{dx} = \left[\gamma p \left(\delta_2^{*j} \frac{d\delta_2^*}{dx} - \delta_1^{*j} \frac{d\delta_1^*}{dx} \right) + A \right] / \Delta, \quad (3)$$

$$\text{где } \Delta = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{d}{dy} \left(1 - \frac{1}{M^2} \right) y^{j+1} dy - \left(1 - \frac{1}{M_{\delta_2}^2} \right) \delta_2^{*j+1} + \left(1 - \frac{1}{M_{\delta_1}^2} \right) \delta_1^{*j+1};$$

$$A = \frac{\gamma-1}{\gamma} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{1}{u^2} \left\{ i \frac{\partial y^j \tau}{\partial y} - u \frac{\partial y^j Q}{\partial y} \right\} dy; \quad \frac{\partial Q}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\text{Pr}} \mu \frac{\partial i}{\partial y} \right);$$

M – число Маха;

$y = \delta_k(x)$ – уравнения асимптотических границ вязкой области; $k=1, 2$.

Уравнение (3) связывает распределение давления в вязкой зоне смешения с функциями, задающими форму «эффективных» поверхностей вытеснения, обтекаемых невязкими потоками. Назовем их обобщенными уравнениями вязко-невязкого взаимодействия. При этом следует отметить, что $\delta_1(x) = \delta_1^*(x) = 0$ при внутренней подаче и $\delta_2(x) = \delta_2^*(x) = y_W(x)$ при внешней подаче рабочего тела, где $y = y_W(x)$ – уравнение поверхности камеры смешения. Уравнение (3) является дифференциальным уравнением, связывающим две неизвестные функции p_e и $\delta^*(x)$. Недостающее уравнение для замыкания системы можно получить из уравнений, описывающих течение в невязком сверхзвуковом потоке. При известном распределении параметров в области сверхзвукового течения связь между кривизной граничной линии тока $y = \delta^*(x)$ и градиентом давления на ней задается уравнением для поперечной составляющей импульса

$$q \frac{dp_e}{dx} - \rho_e u_e \frac{dq}{dx} = (1 + q^2) \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=\delta^*}, \quad \text{где } q = d\delta^*/dx. \quad (4)$$

Производная $\partial p / \partial y$ определяется численно одновременно с численным решением уравнений невязкого течения с использованием одной из известных конечноразностных схем Мак-Кормака или Годунова. Величины A и Δ , входящие в (3), содержат интегралы, вычисляемые по распределениям параметров в вязкой области. Через эти интегралы по существу сказывается обратное влияние вязкости на параметры невязкого течения.

Таким образом, уравнения эффективных поверхностей вытеснения определяются совместно с градиентом давления в вязкой части потока при удовлетворении граничным условиям для уравнений невязкого течения в сверхзвуковой струе. Систему (3, 4) назовем системой уравнений вязко-невязкого взаимодействия. В результате интегрирования этой системы совместно с расчетом параметров вязкого и невязкого течения можно определить распределение давления в вязкой области $p_e(x)$ и форму поверхности тела вытеснения $y = \delta^*$.

При критическом режиме работы эжектора система уравнений вязко-невязкого взаимодействия обладает особенностью, связанной с возможностью обращения в нуль величины Δ в некотором сечении вниз по потоку. Численное исследование особой точки в широком диапазоне параметров для

различных задач внешней и внутренней газовой динамики показывает, что эта точка соответствует типу «седло». Для получения ограниченного непрерывного решения необходимо определить недостающие значения для отношения давлений p_d/p_{0a} таким образом, чтобы в некотором сечении $x = x^*$ одновременно обращались в нуль числитель и знаменатель уравнения (3). Это сечение соответствует критическому сечению в соплах. При сверхзвуковом течении в невязкой области уравнения Эйлера имеют гиперболический тип, причем роль маршевой координаты играет продольная координата x . Уравнения пограничного слоя имеют параболический тип. Следовательно, для системы обыкновенных дифференциальных уравнений вязко-невязкого взаимодействия может быть сформулирована задача Коши. Однако корректность этой задачи по начальным данным зависит от структуры потока в области вязкого течения. Наличие прямого инжектируемого потока в вязкой области камеры смешения позволяет провести расчет параметров вязкого течения маршевым методом.

Последовательность расчета течения в рамках модели вязко-невязкого взаимодействия в камере смешения газоструйного аппарата состоит в следующем:

а) в начальном сечении камеры смешения $x = 0$ задается начальное приближение значения отношения давлений p_d/p_{0a} и значение координаты тела вытеснения $\delta^*(0) = r_j$, равной радиусу сопла;

б) при начальных данных, определяемых соотношениями (1), проводится расчет параметров невязкого и вязкого течения на каждом шаге маршевой переменной $x_{n+1} = x_n + \Delta x_n$. При этом в результате совместного интегрирования уравнений Эйлера, пограничного слоя и уравнений вязко-невязкого взаимодействия находится решение, соответствующее исходным начальным данным. На каждом шаге интегрирования уравнений (3) контролируется значение величины Δ . В начальном сечении $x = 0$ величина $\Delta < 0$. При интегрировании вниз по потоку $\Delta \rightarrow 0$. Если в некотором сечении x величина $\Delta = 0$, а величина $\Delta_1 \neq 0$, то это свидетельствует о «запирании» потока и необходимости замены начального приближения для давления $p(0) = p_d$. Выбор искомого начального приближения $p(0)$ осуществляется из условия одновременного выполнения равенств $\Delta_1(x_*) = 0$, $\Delta(x_*) = 0$ в некотором сечении $x = x_*$, которое является критическим сечением. Если величина Δ остается отрицательной вплоть до выходного сечения камеры смешения, то течение в эжектируемом потоке остается дозвуковым (докритический режим работы эжектора) и величина p_d/p_{0a} подбирается таким образом, чтобы давление, полученное при маршевом решении уравнений вязко-невязкого взаимодействия, было равным давлению в окружающем пространстве.

Таким образом, при критическом режиме работы эжектора давление разрежения в начальном сечении, которое определяет коэффициент эжекции, находится в процессе решения задачи таким образом, чтобы обеспечить непрерывное ускорение эжектируемого потока с переходом в среднем от дозвукового течения к сверхзвуковому течению.

Приближение узкого канала. Если течение в эжектирующей струе является дозвуковым или сверхзвуковым со слабой нерасчетностью, то измене-

нием статического давления поперек потока можно пренебречь. Кроме того, при смешении вдуваемой струи со спутным потоком в длинных трубах и каналах зона турбулентного перемешивания на некотором расстоянии от входа распространяется на все поперечное сечение канала. В этом случае «невязкая» часть вырождается, и для расчета течения необходимо учитывать смешение во всей расчетной области. В этой части течения волновые процессы, связанные с нерасчетным истечением струи на входе в канал, нивелированы и не оказывают преобладающего влияния на параметры течения. Поэтому течение в камере смешения газоструйного эжектора можно описывать приближенно уравнениями пограничного слоя во всей камере смешения. В этих уравнениях условие сохранения количества движения в поперечном направлении вырождается в условие, из которого следует, что давление является функцией только продольной координаты.

Отличительной особенностью использования уравнений пограничного слоя (2) для расчета течений в каналах является то, что изменение давления вдоль канала заранее не известно и должно быть определено одновременно с решением самих уравнений. Для каналов с непроницаемыми стенками физической предпосылкой для определения dp/dx служит условие сохранения расхода газа вдоль канала. Однако представляется более эффективным определять градиент давления, исходя непосредственно из краевого характера граничных условий для скорости поперечного сечения V_n , удовлетворяющей дифференциальному уравнению первого порядка. Уравнение сохранения массы при переходе от одного поперечного сечения к другому является прямым следствием этих условий. Такой подход является общим и может быть использован как для двумерных, так и для трехмерных течений [4]. Изменение давления вдоль канала можно определить из соотношения (3), являющегося следствием уравнения неразрывности, в котором $\delta_1(x) = \delta_1^*(x) = 0$ и $\delta_2(x) = \delta_2^*(x) = y_w(x)$. Объем вычислений может быть существенно уменьшен, если при численном решении уравнений по неявным абсолютно устойчивым конечноразностным схемам типа Кранка-Николсона использовать описанный в [4] алгоритм «явного» выделения зависимости профиля скорости от давления. Это позволяет на каждом итерационном цикле по нелинейности дифференциальных уравнений второго порядка определять градиент давления без дополнительных затрат времени на решение этих уравнений. Уравнения «узкого канала» являются уравнениями параболического типа. Необходимые для решения задачи Коши начальные данные в сечении $x = 0$ определяются соотношениями (1).

Последовательность расчета следующая. Задается начальное значение относительного давления p_d/p_{0a} . По формулам (1) рассчитываются значения параметров рабочего тела и инжектируемого потока в начальном сечении в камере смешения эжектора. Далее при заданных начальных значениях интегрируется численно система уравнений узкого канала в маршевом направлении. При этом в каждом расчетном маршевом сечении определяется неизвестный продольный градиент давления из условия постоянства расхода,

которое по аналогии с (3) может быть записано в виде $\frac{dp}{dx} = A/\Pi$,

где $\Pi = \int_0^{r_w} (1 - M^{-2}) y^v dy$ – интеграл Пирсона.

В зависимости от значений определяющих параметров возможны следующие ситуации. Течение в начальном сечении взаимодействия в камере смешения является «в среднем» дозвуковым, значение интеграла Пирсона $\Pi < 0$. При этом интеграл $A > 0$ (этот интеграл определяет вклад эффектов вязкости в изменение давления) и градиент давления будет отрицательным. По мере смешения потоков интеграл A уменьшается и может стать отрицательным. Это приводит к положительному градиенту давления и к преобладающему замедлению эжектирующего потока по сравнению с ускорением эжектируемого потока. При последующем продвижении вниз по потоку до сечения выравнивания потоков $A \rightarrow 0$. Если интеграл Пирсона остается отрицательным, то течение будет средне-интегрально дозвуковым вплоть до выходного сечения. В этом случае статическое давление в потоке на выходе из инжектора должно быть равно значению давления p_e в окружающем пространстве. В общем случае это условие позволяет определить методом пристрелки неизвестное начальное относительное давление p_d/p_{0a} . Если в некотором сечении интеграл Пирсона становится равным нулю, то имеет место «звуковое запираение» и для получения физически реализуемого течения p_d/p_{0a} нужно подобрать так, чтобы это сечение совпадало с сечением выхода. Однако это не всегда удается сделать, и для определения параметров критического режима работы эжектора необходимо воспользоваться описанной выше моделью вязко-невязкого взаимодействия.

Расчет коэффициента эжекции газоструйного эжектора по балансовой модели. При использовании модели «узкого канала» задача определения параметров в начальном сечении упрощается, если длина камеры смешения достаточна для того, чтобы на выходе из камеры смешения имело место полное выравнивание параметров потока. В этом случае для определения давления разрежения и коэффициента эжекции могут быть использованы законы сохранения массы G , количества движения J и энергии E , записанные в конечном балансовом виде – уравнений материального баланса

$$\rho_e u_e F_e = \rho_a u_a F_a + \rho_j u_j F_j = G,$$

$$(\rho_e + \rho_e u_e^2) F_e = (\rho_a + \rho_a u_a^2) F_a + (\rho_j + \rho_j u_j^2) F_j = J,$$

$$\rho_e u_e F_e \left(i_e + \frac{u_e^2}{2} \right) = \rho_a u_a F_a \left(i_a + \frac{u_a^2}{2} \right) + \rho_j u_j F_j \left(i_j + \frac{u_j^2}{2} \right) = E,$$

где индексом e помечены искомые параметры в выходном сечении.

Используя уравнение состояния для совершенного газа, из этих уравнений можно получить соотношение для определения параметров в выходном сечении

$$\rho_e = \frac{1}{\gamma+1} \frac{J}{F_e} \mp \sqrt{\left(\frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{J}{F_e}\right)^2 - 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{E}{F_e} \frac{G}{F_e}}, \quad (5)$$

$$u_e = \frac{J - \rho_e F_e}{G}, \quad i_e = \frac{E}{G} - \frac{u_e^2}{2}, \quad \rho_e = \frac{G}{u_e F_e}.$$

Режим течения определяется интегралом Пирсона, величина которого при постоянных параметрах во входном сечении определяется выражением $\Pi = (1 - \frac{1}{M_a^2})F_a + (1 - \frac{1}{M_j^2})F_j$, где M_a, M_j – числа Маха во входном сечении эжектируемого и эжектирующего потоков. При аналитических преобразованиях знак плюс берется для дозвуковых, а минус – для сверхзвуковых в среднем течении на входе. При численном решении необходимо брать знак плюс, как при дозвуковом, так и при сверхзвуковом осредненном течении. Это связано с тем, что при численном решении вычисляется арифметический корень.

Входящие в (5) величины связаны с определяющими параметрами соотношениями

$$G = \rho_j u_j F_j (1 + m), \quad J = \bar{p}_d (F_a + n F_j) + \rho_j u_j F_j (m u_a + u_j), \quad (6)$$

$$E = \rho_j u_j F_j i_{0j} (m/\theta + 1).$$

Эти соотношения записаны с использованием обезразмеренных параметров. В качестве масштабов для давления, плотности, скорости и энтальпии использованы следующие значения $\rho_m = \rho_{0j} a_{*j}^2$, $\rho_m = \rho_{0j}$, $u_m = a_{*j}$, $i_m = a_{*j}^2$.

Из (6) следует, что

$$\rho_j u_j = \varepsilon(\lambda_j) \lambda_j, \quad i_{0j} = \frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad \bar{p}_d = \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{p_{0a}}{p_{0j}} \frac{p_d}{p_{0a}}, \quad u_j = \lambda_j, \quad u_a = \frac{\lambda_a}{\sqrt{\theta}}.$$

Поскольку величины, входящие в (5), определяются соотношениями (1), в которые ρ_d/ρ_{0a} входит как параметр, то при заданном давлении в выходном сечении уравнение (5) можно рассматривать как неявное трансцендентное уравнение относительно давления разрежения во входном сечении ρ_d/ρ_{0a} . При этом возможен один из двух вариантов. В первом варианте, решая это уравнение тем или иным способом, можно определить ρ_d/ρ_{0a} из условия равенства давления в выходном сечении заданному давлению в окружающем пространстве. В этом случае реализуется докритическое смешение. Если при некотором значении ρ_d/ρ_{0a} подкоренное выражение становится меньше нуля, то такое течение нереализуемо. В этом случае величину ρ_d/ρ_{0a} нужно подобрать таким образом, чтобы подкоренное выражение в (5) стало равным нулю. При этом средняя по выходному сечению скорость равна скорости звука и реализуется критическое истечение с более высоким давлением на выходе, чем давление в окружающем пространстве. Дальнейшее понижение давления происходит при истечении недорасширенной струи из камеры смешения.

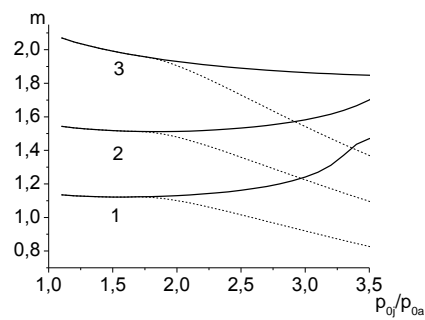
Применение соотношений балансовой модели существенно упрощает использование модели «узкого канала» для более детального определения параметров в камере смешения и ее длины.

Результаты расчетов. Для оценки рабочих характеристик газоструйных эжекторов проведены параметрические расчеты по различным моделям и их сопоставление между собой. Представлены результаты расчетов с использованием трех моделей: балансовая модель, модель «узкого канала» и модель вязко-невязкого взаимодействия. Влияние давления и температуры рабочего тела на коэффициент эжекции газоструйного эжектора показано на рис. 2.

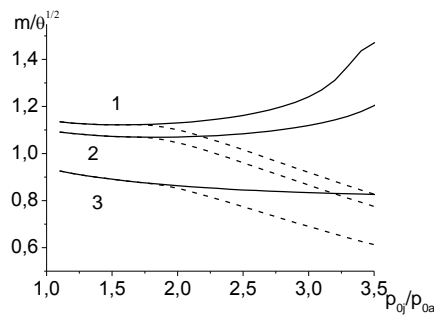
На рис. 2,а приведены значения коэффициента эжекции m , а на рис. 2,б – параметра $m/\theta^{1/2}$ при различных значениях температурного фактора $\theta = 1; 2; 5$ и значении относительного радиуса камеры смешения $\bar{r}_W = 2$. Сплошные кривые соответствуют расчету по балансовой модели и модели «узкого канала» при расчетном истечении рабочего тела из сопла газогенератора, штриховые кривые – расчету по балансовой модели в предположении, что число Маха струи во входном сечении не превышает единицы. Видно сильное влияние отношения температур торможения θ на значения коэффициента эжекции. Однако это влияние существенно уменьшается, но все же остается заметным, если рассматривать согласно [1] вместо параметра m отношение $m/\theta^{1/2}$.

Как уже отмечалось, к недостаткам балансовой модели следует отнести невозможность определения длины камеры смешения без привлечения дополнительной эмпирической информации о структуре турбулентного течения. В то же время использование модели «узкого канала» позволяет определить эту важную характеристику и, кроме того, получить поле течения во всей камере смешения газоструйного эжектора. Результаты, полученные с применением модели «узкого канала», представлены на рис. 3. Зависимости относительной длины L/r_j , на которой осуществляется полное смешение потоков в камере смешения газоструйного эжектора, от относительного давления в газогенераторе приведены на рис. 3,а для $\theta = 1; 2; 5$ (линии 1, 2, 3 соответственно).

Повышение давления торможения p_{0j} рабочего тела приводит к увеличению расстояния полного смешения. Повышение температуры торможения эжектирующей сверхзвуковой струи T_{0j} вызывает уменьшение плотности газа в струе и, как следствие, бо-



а)



б)

Рис.2

лее интенсивное ее смешение с эжектируемым потоком. Повышение энергетики рабочего тела, связанное с увеличением давления и температуры в камере газогенератора, приводит к увеличению относительной длины камеры смешения эжектора.

Влияние величины давления в газогенераторе на распределение статического давления вдоль камеры смешения при $\bar{r}_W = 2$ и $\theta = 5$ показано на рис. 3,б (x/r_j – относительная продольная координата). Кривые 1 – 5 соответствуют следующим значениям относительного давления в газогенераторе $p_{0j}/p_{0a} = 2; 3; 4; 4,5; 4,7$. Значения относительного давления разрежения, определенного с использованием балансовых соотношений при этих отношениях давлений торможения, равны соответственно 0,917; 0,855; 0,802; 0,775; 0,762 и практически совпадают со значениями, полученными с применением модели «узкого канала» (на рис. 3,б это p/p_{0a} при $x = 0$). При значениях $p_{0j}/p_{0a} \leq 3$ расчетные зависимости являются монотонно возрастающими функциями. При $4 \leq p_{0j}/p_{0a} \leq 4,7$ на начальном участке камеры смешения статическое давление убывает, достигая своего минимального значения, а затем начинает возрастать. Такое поведение давления связано с тем, что для течения в начале камеры смешения интеграл Пирсона $\Pi < 0$, а значение интеграла $A > 0$. При относительном давлении $p_{0j}/p_{0a} > 4,7$ в эжектируемом потоке возникает подобласть возвратно-циркуляционного течения. В рамках маршевого алгоритма расчет параметров течения в этой подобласти невозможен, для этого необходимо использовать метод глобальных итераций по давлению.

Расчет параметров эжектора при критическом режиме его работы проведен с использованием модели вязко-невязкого взаимодействия. В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены зависимости коэффициента эжекции (а), давления разрежения во входном сечении эжектируемого потока (б), расстояния до сечения звукового запираания (в) и коэффициента нерасчетности сверхзвуковой струи (г) от отношения давлений торможения струи и эжектируемого потока во входном сечении. Линии 1 и 2 относятся к результатам, полученным при числах Маха на срезе сопла эжектирующего потока 1 и 1,5. Пунктиром показаны значения, рассчитанные с использованием конечных балансовых соотношений, полученных в [1] в предположении, что в попе-

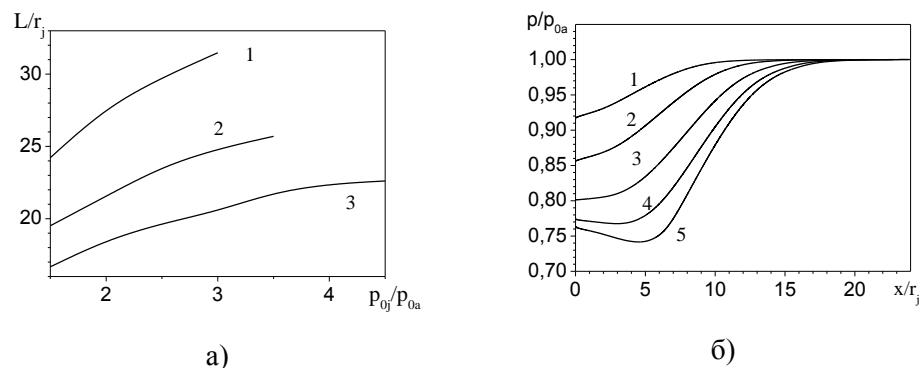


Рис.3

речном сечении звукового запираания эжектора параметры обоих потоков не изменяются, то есть не учитывается наличие волн разрежения скачков уплотнения в эжектирующей сверхзвуковой струе. Штрихпунктирная линия на рис. 4, в соответствует отношению температур $\theta = 2$. Все остальные результаты получены при $\theta = 1$. На рис. 4, а линии, соответствующие $\theta = 1$ и $\theta = 2$, практически сливаются. Из сравнения сплошных и пунктирных линий следует, что несмотря на существенные отличия в значениях давления на оси сверхзвуковой струи и на ее границе (рис. 5), простейшие формулы, предложенные в [1], позволяют с хорошей точностью определить параметры во входном сечении эжектора при критическом режиме его работы.

Предложенная модель вязко-невязкого взаимодействия позволяет наряду с этими параметрами определить и распределение параметров в поле потоков эжектируемого и эжектирующего газов в части камеры смешения, в которой сверхзвуковая струя еще не размыта турбулентным смешением.

В качестве иллюстрации на рис. 5 показаны изменения относительных толщины вытеснения (а) и статического давления (б) вдоль камеры смешения при $\rho_{0j}/\rho_{0a} = 3$ и $\theta = 1$.

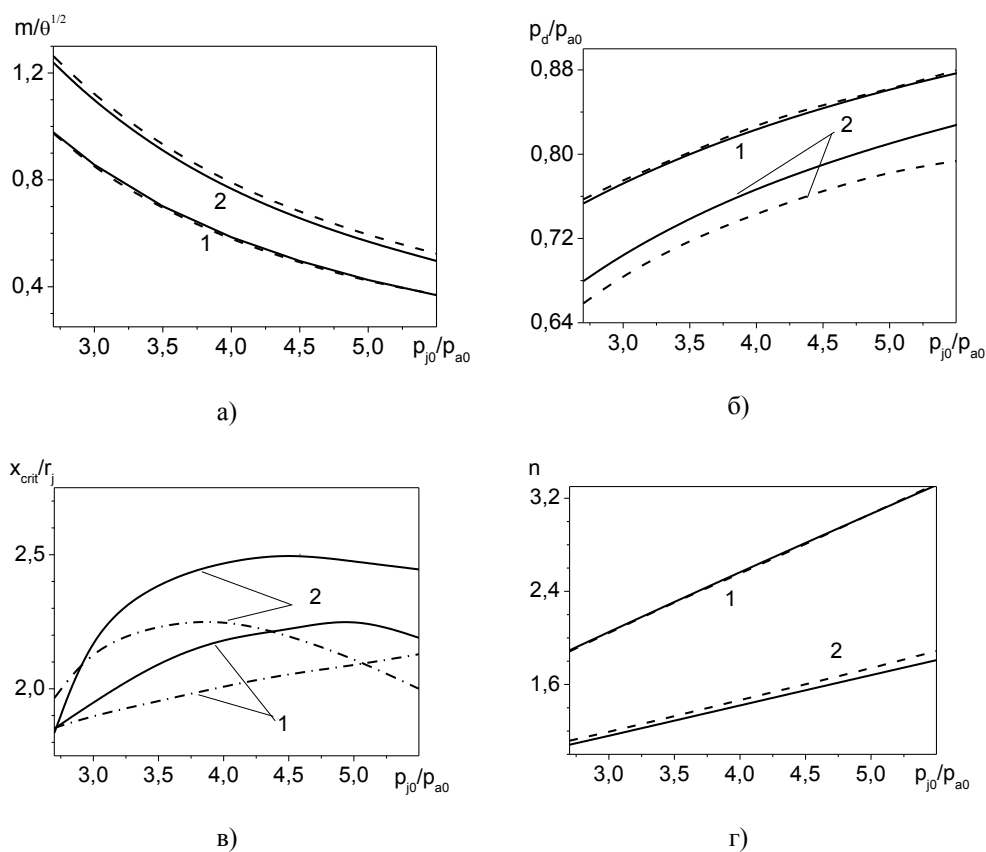


Рис. 4

Толщина вытеснения – это фактическая граница невязкой сверхзвуковой струи, определенная с учетом ее вязкого взаимодействия с дозвуковым потоком эжектируемого газа. Сплошные и пунктирные линии соответствуют результатам при числах Маха на срезе сопла 1 и 1,5. Линиями 1 и 2 на рис 5,б показаны распределения статического давления в дозвуковом эжектируемом потоке и на оси сверхзвуковой струи. Виден волновой характер изменения эффективного тела вытеснения и распределения давления.

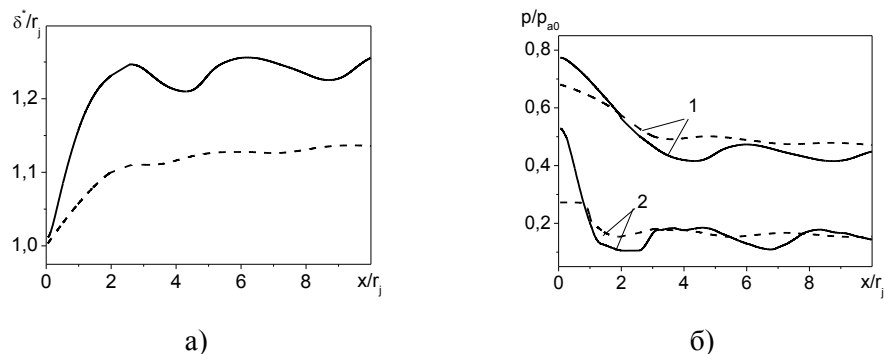


Рис. 5

Увеличение числа Маха инжектирующей струи приводит к уменьшению ее нерасчетности и к увеличению расстояния до сечения звукового запираания. Как следствие, это приводит к увеличению степени разрежения эжектируемого потока и к увеличению коэффициента эжекции.

Заключение. Проанализированы особенности применения различных расчетных моделей течения в камерах смешения эжекторов при сверхзвуковом течении эжектирующего газа. Рассмотрены модель «узкого канала», балансовая модель и предложенная авторами модель вязко-невязкого взаимодействия. Проведены оценки влияния параметров эжектирующего сверхзвукового потока на коэффициент эжекции, степень разрежения во входном сечении, длину зоны смешения и расстояние до сечения звукового запираания эжектора при критическом режиме его работы. В дальнейшем представляется необходимым для исследования полного смешения сверхзвуковых нерасчетных струй с эжектируемым дозвуковым потоком рассмотреть применение моделей, основанных на упрощенных уравнениях Навье-Стокса в сочетании с методом глобальных итераций по давлению.

1. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1969. – 824 с.
2. *Соколов Е.Я., Зингер Н.М.* Струйные аппараты. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 352 с.
3. *Лалин Ю.В., Стрелец М.Х.* Внутренние течения газовых смесей. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 368 с.
4. *Тимошенко В.И.* Газовая динамика высокотемпературных технологических процессов. – Днепропетровск: Институт технической механики НАНУ и НКАУ, 2003. – 460 с.
5. *Рогов Б.В., Соколова И.А.* Обзор моделей вязких внутренних течений // Математическое моделирование. – 2002. – Т.14, №1. – С. 87 – 96.
6. *Белоцерковец И.С., Тимошенко В.И.* К расчету характеристик течения при равномерном вдуве однородного газа в кормовой области тела // Журн. прикл. мех. и техн. физики. – 1984. – № 1. – С.76 – 81.
7. *Тимошенко В.И.* Сверхзвуковые течения вязкого газа. – К.: Наукова думка, 1987. – 187 с.

8. Белоцерковец И.С., Тимошенко В.И. Влияние волновых процессов на вязко-невязкое взаимодействие до- и сверхзвуковой струи со сверх- и дозвуковым спутным потоком в канале и трубе // Журн. прикл. мех. и техн. физики. – 1990. – №4. – С. 112 – 117.
9. Белоцерковец И.С., Тимошенко В.И. К расчету нерегулярного взаимодействия ударных волн // Журн. прикл. мех. и техн. физики. – 1992. – №6. – С. 9 – 14.
10. Белоцерковец И.С., Тимошенко В.И. Взаимодействие ударной волны со струей, истекающей в спутный сверхзвуковой поток с меньшей сверхзвуковой скоростью // Журн. прикл. мех. и техн. физики. – 1993. – №5. – С. 10 – 15.
11. Абрамович Г.Н., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнов И.П. Турбулентное смешение газовых струй. – М.: Наука, 1974. – 340 с.
12. Launder B.E., Spalding D.B. Mathematical Models of Turbulence – London: Academic Press, 1972. – 397 p.
13. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. – 1994. – V.32, N 8. – P.1598 – 1605.
14. Тимошенко В.И., Белоцерковец И.С. Кинетическое горение при турбулентном смешении метаносодержащих струй со спутным дозвуковым потоком воздуха // Техническая механика. – 2007. – №2. – С.8 – 24.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 12.03.08,
в окончательном варианте 14.04.08