

И. И. Аникьев, В. А. Максимюк,
М. И. Михайлова, Е. А. Сущенко

ПАДЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА КОНСОЛЬНУЮ ПЛАСТИНУ,
СВЯЗАННУЮ С УПРУГИМ СТЕРЖНЕМ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина;
e-mail: desc@inmech.kiev.ua*

Abstract. The results of experimental study of process of deforming the coupled elastic system consisting of a console plate and a rod, which reinforces the console are presented. The long plane shock wave of acoustical range incidences on the plate. The registration of nonstationary deformations is carried out with use of PC and high-precision portative 8-canal device LMS SCSDAS Mobile (Belgium).

Key words: experimental study, console plate, reinforcing rod, plane shock wave of acoustical range.

Введение.

Испытание системы, представляющей собой составную часть сложной конструкции, может быть полезным для понимания механизма взаимодействия отдельных её элементов. Полученные результаты также могут быть использованы при разработке теоретических подходов к анализу поведения конструкции в целом. Фундаментальной задачей динамики конструкций, имеющей отношение к изучению их поведения при различных динамических воздействиях, является задача нестационарной реакции стержней, которые подкрепляют какой-либо элемент системы, при падении на её внешнюю поверхность ударной волны.

Закономерности поведения балки и подкрепляющего её стержня при действии на балку длинной ударной волны ступенчатого профиля исследованы в экспериментальных работах [1 – 3, 6, 8]. В указанных работах испытаны различные варианты симметричной связанной системы, состоящей из жёстко защемленной с двух сторон балки и подкрепляющего её стержня. Показано, что под действием нормально падающей ступенчатой ударной волны балка, подкреплённая в середине стержневой опорой, колеблется с частотой, не зависящей от амплитуды волны. При этом она ведёт себя как линейная система, а её нестационарная реакция на ступенчатую нагрузку слабо зависит от свойств подкрепляющего стержня. Стержень, прикрепленный к середине балки, при её взаимодействии с ударной волной ступенчатого вида, воспринимает нагрузку, имеющую постоянную и переменную (гармоническую) составляющие. При этом частота гармонической составляющей совпадает с частотой колебаний балки, так что переменная составляющая осевой нагрузки стержня является одночастотной. Показана существенная роль начального соотношения собственных частот колебаний балки и стержня. Если в ненагруженном состоянии низшая частота колебаний стержня меньше первой собственной частоты колебаний балки, то под действием нестационарной нагрузки имеет место обычный статический механизм потери устойчивости стержня. Если в начальном состоянии стержень обладает более высокой частотой колебаний в сравнении с частотой колебаний балки по первой собственной форме, то

его поведение при нестационарном нагружении является существенно нелинейным, а критическая динамическая нагрузка определяется параметрической неустойчивостью и может быть существенно меньше критической нагрузки при статическом воздействии на ту же систему.

В [4] экспериментально исследовано упругое поведение системы: защемлённая одной стороной пластина (консоль), опёртая в середине противоположной стороны на прикрепленный к ней стержень, второй конец которого жёстко защемлён в неподвижной опоре. В ненагруженном состоянии стержень имел более высокую частоту колебаний по первой форме в сравнении с частотой колебаний консоли. Испытания проводились при падении на консольную пластину волны в диапазоне деформаций, не превышающих 3×10^{-3} или 3000 μS (микрострейн).

Целью данной работы является анализ поведения связанной статически неопределимой системы консоль – стержень при падении слабой ударной волны на консоль в случае, когда первая собственная частота подкрепляющего стержня меньше первой собственной частоты консоли (слабыми названы волны, при которых деформации элементов системы $\varepsilon < 3 \cdot 10^{-3}$).

Постановка задачи. Экспериментальная установка.

Фурье-анализ колебательных процессов дал возможность определить первые собственные частоты обоих элементов связанной системы: консольная пластина имела собственную частоту 525 Гц (42 дБ); стержень показал собственную частоту 290 Гц (40,4 дБ). Значения частот были определены с погрешностью ± 5 Гц. Условимся называть стержень в системе с указанным соотношением первых собственных частот «низкочастотным».

Основное внимание при анализе уделялось развитию процесса во времени, поскольку была возможность на осциллограммах деформирования сопоставлять показания различных тензорезисторов в один и тот же момент времени.

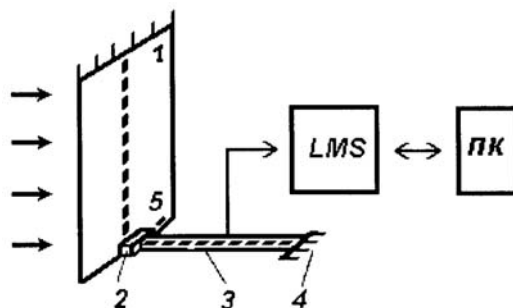


Рис. 1

Схема испытуемой системы показана на рис. 1. Консольная пластина 1 и стержень 3 изготовлены из стеклотекстолита СФ-1-150. Пластина имела размеры $105 \times 61 \times 2,5$ мм; стержень $136 \times 10 \times 1,5$ мм. Модуль упругости материала определялся экспериментально при растяжении образца и равнялся $E = 2,6 \times 10^{10}$ Па; плотность материала $\rho = 1,7$ г/см³. Для обеспечения жёсткого защемления одной из коротких сторон консоли целая пластина стеклотекстолита размером 246×182 мм крепилась эпоксидным составом холодного отверждения между двумя стальными (марки 65Г) рамками такого же внешнего размера толщиной 10 мм каждая. Внутренний размер рамок 210×140 мм совпадал с размером внутреннего сечения ударной трубы. Затем производился П-образный разрез вклеенной пластины (ширина разреза порядка 0,7 мм) так, что параллельно длинным сторонам рамок была образована консольная пластина 1 прямоугольной формы с короткой защемлённой стороной $B = 61$ мм и длинными сто-

ронами $L = 105$ мм. К четвёртой свободной стороне консольной пластины при помощи эпоксидного клея и двух винтов крепили подпятник 2 из дюралюминия (весом 8 г) размером $35 \times 10 \times 10$ мм. Подпятник имел сквозную прорезь, в которой с помощью эпоксидного состава закрепляли конец опорного стержня 3 перпендикулярно к поверхности консоли. Второй конец стержня жестко защемлялся в массивной неподвижной опоре 4.

Стрелками на рисунке показано направление распространения ударной волны. Короткими черточками вдоль длинных сторон консоли и стержня обозначены тензорезисторы, которые крепились друг под другом с обеих сторон стержня и консоли. Один из них (5) крепили вдоль короткой стороны консоли вблизи подпятника для оценки влияния поперечных деформаций на деформированное состояние консоли.

Регистрация деформаций проводилась с помощью восьмиканального анализатора LMS SCADAS Mobile (Бельгия) и персонального компьютера, условно обозначенных на рис. 1 как LMS и ПК. Во всех опытах были использованы тензорезисторы типа КФ 5П1-3-120-Б-12 базой 3 мм и сопротивлением 120 Ом.

Нагружение системы ударной волной акустического диапазона производилось в конце измерительной секции диафрагменной ударной трубы (внутреннее сечение 210×140 мм). Соотношение длины камеры высокого давления и длины канала с измерительной секцией было таким, что при подходе к консоли, формировалась ударная волна с крутым фронтом и постоянным давлением за фронтом длительностью около $8 \cdot 10^{-3}$ с. Давление во фронте ударной волны задавалось значением давления в камере ударной трубы, которое визуальным образом фиксировалось на манометре класса точности 0,4 непосредственно перед прорывом диафрагмы.

Характеристика экспериментальной установки, а также способ определения параметров падающей ударной волны и волны нагрузки при отражении от плоской преграды, приведены в [1, 4]. Способ измерения собственных частот указан в [4]. В отличие от [4] геометрические параметры системы выбирались такими, что в ненагруженном состоянии первая собственная частота стержня равнялась 290 Гц, т.е. была меньше собственной частоты консоли, равной $f_k = 525$ Гц.

Результаты исследования.

Рис. 2 представляет собой типичные осциллограммы деформаций во времени, зарегистрированные с использованием анализатора LMS SCADAS Mobile на экране компьютера при действии на консольную пластину ударноволновой нагрузки $P = 0,09 \cdot 10^5$ Па. По оси абсцисс отложено время в секундах и дополнительно нанесены моменты времени (1 – 9), по оси ординат – значения деформаций в микроstrain ($\varepsilon = 10^{-6}$). Сплошными вертикальной и горизонтальной прямыми, пересекающимися в центре маленького квадрата, показаны курсоры, которые в процессе обработки и измерений дают возможность зафиксировать значение деформаций каждого тензорезистора с высокой точностью в любой заданный момент времени.

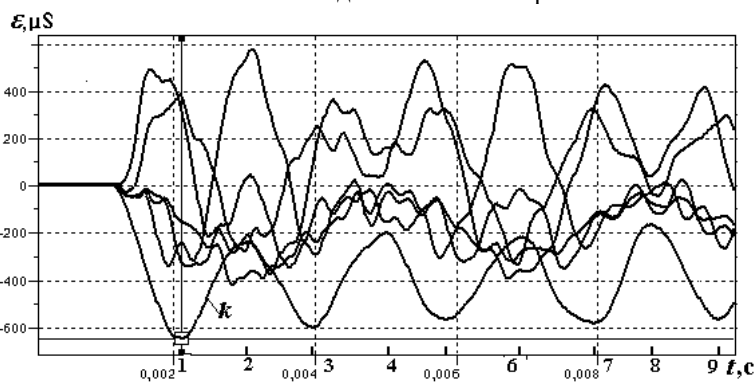


Рис. 2

Кривая k – деформация консольного тензорезистора, расположенного на минимально возможном расстоянии от линии защемления консоли. В целом поведение консоли при падении ударной волны было таким же, как показано в [4]: в момент, когда консоль максимально деформирована, она, в основном, испытывает изгиб при слабом сжатии вблизи линии жёсткого защемления. Регистрация деформаций тензорезистора 5 (рис. 1), показала, что её максимальные значения не превышали 10% деформаций, зарегистрированных тензорезисторами, расположенными вдоль срединной линии консоли. Это означает, что при данных геометрических характеристиках системы, консольную пластину можно характеризовать, как консоль. Все другие кривые на рис. 2 – деформации тензорезисторов, расположенных вдоль оси стержня. Интересным является факт, типичный для всех уровней нагружения, что наибольшие деформации стержня наблюдались в момент, когда консоль, претерпев максимальное отклонение в результате падения волны, уменьшает осевое воздействие на стержень (момент 2, рис. 2).

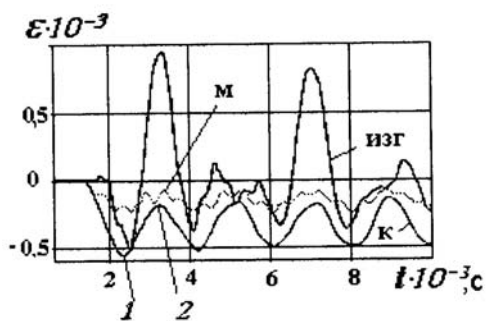


Рис. 3

На рис. 3 показаны три оциллограммы: k – оциллограмма консольного тензорезистора, расположенного на свободной стороне консоли вблизи защемления; $изг$ – изгибные деформации стержня в сечении, расположенном на безразмерном расстоянии $l = 0,35$ от линии жесткого защемления; $м$ – временная зависимость осевого нагружения стержневой опоры (мембранные деформации). В результате падения ударной волны на консоль, последняя колебалась с одной и той же частотой и примерно

постоянной амплитудой около постоянного уровня, зависящего от амплитуды падающей ударной волны (кривая k , рис. 2). Во всех опытах оциллограмма этого тензорезистора являлась опорной, а временная координата первого максимума колебаний (т. 1, рис. 2) служила точкой отсчёта времени при анализе оциллограмм деформирования и консоли, и стержня. Зависимость мембранных деформаций стержневой опоры от времени (кривая $м$, рис. 3) повторяет колебания консоли: на уровне постоянной сжимающей нагрузки видны колебания, происходящие с частотой колебаний консоли f_k . На этом фоне заметны колебания с более высокой частотой $f_2 \approx 800$ Гц. Так что после соприкосновения фронта волны с поверхностью консоли, стержневая опора испытывает осевое нагружение, состоящее из постоянной и двух гармонических составляющих. Без учёта затухания осевая нагрузка может быть выражена формулой:

$$F(t) = F_0[1 - A_1 \cos \omega_k t - A_2 \cos \omega_2 t] \cdot H(t), \quad (1)$$

где F_0 – постоянная составляющая нагрузки, $\omega_k = 2\pi / T_k$ – частота изгибных колебаний консоли, ω_2 – вторая, более высокая, частота осевого нагружения стержня, $H(t)$ – функция Хевисайда.

Известен теоретический анализ стационарных задач поперечных колебаний стержней [5] под действием продольной нагрузки, содержащей постоянную и периодическую составляющие:

$$P(t) = P_0 + P_1 \cos \omega t. \quad (2)$$

Зависимость (1) имеет некоторые общие черты с (2): наличие постоянной и гармонической составляющих. Отличие состоит в том, что, во-первых, при динамическом методе исследования устойчивости стержней рассматривается стационарная задача, здесь же она имеет существенно нестационарный характер. В (2) на фоне постоянной осевой нагрузки происходит одночастотное возбуждение, в рассматриваемом

мой задаче очевидно присутствие двух частот. Третье отличие – в соотношении амплитуд постоянной и переменной составляющих. В динамическом методе переменная составляющая – это лишь малая, постоянная по амплитуде возмущающая сила на фоне постоянной сжимающей нагрузки.

При рассмотрении стационарных задач поведения стержней под действием нагрузки типа (2) введено понятие коэффициента возбуждения

$$\mu = P_t / 2(P_{кр} - P_0),$$

характеризующего соотношение между критической нагрузкой стержня $P_{кр}$, величиной постоянной составляющей P_0 и амплитудой переменной составляющей P_t . В.В. Болотин [5] отметил, что в практических задачах μ является малой величиной и едва ли может достигать значения 0,5. Величина μ является важной характеристикой в задачах динамической устойчивости, т.к. через неё определяются границы главной области неустойчивости.

Анализ осциллограмм, подобных приведенным на рис. 2 и 3, показал, что в рассматриваемой системе при действии на консоль мгновенно возрастающей нагрузки амплитудой $P = 0,08 \cdot 10^5$ Па, $P_t / P_0 \approx 0,2$ – для переменной составляющей с частотой консоли ω_k , $P_t / P_0 \approx 0,1$ – для переменной составляющей с частотой ω_2 .

Как видно из рис. 3, в момент развития максимальных изгибных деформаций осевое сжатие стержня минимально, а значения изгибных деформаций стержневой опоры могут в несколько раз превышать значения мембранных деформаций.

Рис. 4 показывает эпюры деформаций на двух поверхностях стержня при воздействии на консоль нагрузки амплитудой $0,18 \cdot 10^5$ Па. Показания всех тензорезисторов брались в один и тот же момент времени, когда консольный датчик вблизи защемления показывал первый максимум деформаций (т. 1 на рис. 3). Пересечение эпюр в двух точках на одном и том же расстоянии от оси абсцисс характеризует уровень мембранных деформаций стержня в этот момент времени (рис. 4).

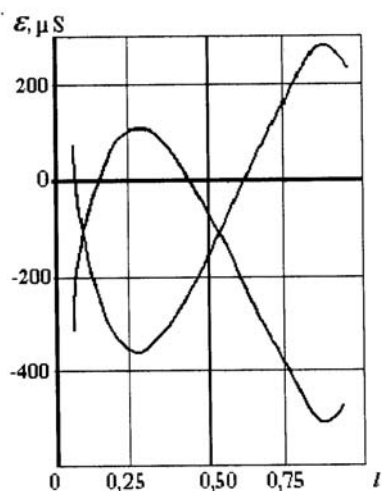


Рис. 4

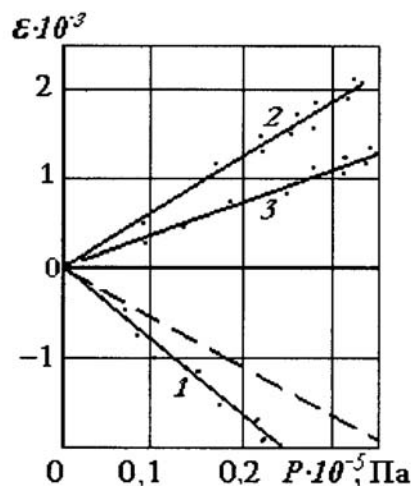


Рис. 5

На рис. 5 пунктирной линией показан закон изменения первого наибольшего значения деформаций консоли ϵ_k , а также деформации элементов стержня (сплошные кривые 1 – 3) в тот же момент времени в зависимости от действующей на консоль внезапно приложенной нагрузки. Зависимость 1 – значения деформаций элемента стержня вблизи жестко защемленного конца (на безразмерном расстоянии 0,05 от линии защемления). Прямые 2 и 3 соответствуют элементам стержня, расположенным на безразмерных расстояниях от линии жесткого защемления 0,35 и 0,42, соответственно. Линейные зависимости $\epsilon_k(P)$ и $\epsilon_{ст}(P)$ означают, что в области малых деформаций

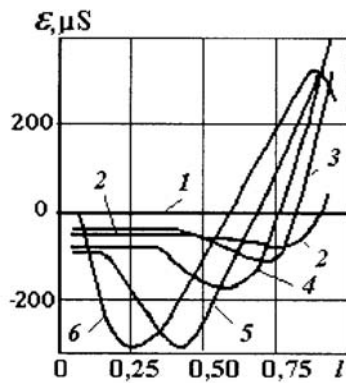
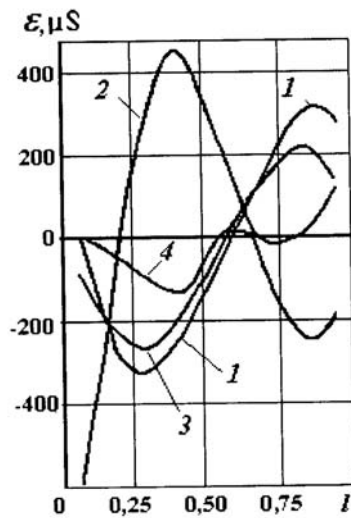
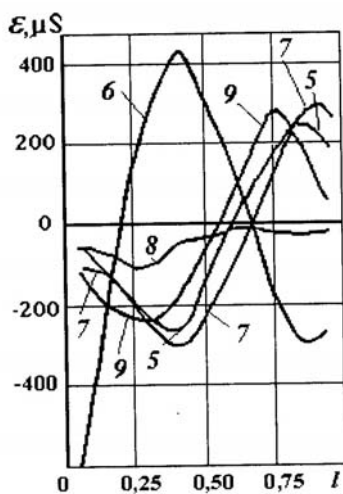


Рис. 6



а



б

Рис. 7

ций консоль и стержень в испытанной системе вели себя при действии ударной волны как линейные колебательные системы. Отношение значений деформаций консольного датчика в моменты двух первых экстремальных значений, обозначенных на рис. 2 и 3 точками 1 и 2, оставалось стабильным и в среднем составляло $2,9 \pm 5\%$.

Рис. 6 представляет эпюры изгибных деформаций стержня от начала соприкосновения фронта волны с поверхностью консоли (нулевая горизонтальная линия) до момента, отмеченного на рис. 3 цифрой 1, когда консоль испытывает максимальный прогиб под действием волны. Значения деформаций всех тензорезисторов при одинаковой амплитуде действующей на консоль нагрузки ($P = 0,08 \cdot 10^5$ Па) измерялись на экране ПК по осциллограммам, подобным приведенным на рис. 2. Вначале определялся отрезок времени $T/2$ от начала взаимодействия до момента наибольшего значения деформации тензорезистора консоли ($T/2$ было одинаковым для всех уровней нагружения). Значение $T/2$ делилось на пять и равнялось $\Delta t = 0,19 \cdot 10^{-3}$ с. Курсор устанавливался на нужный момент времени (с погрешностью $\pm 2 \cdot 10^{-5}$ с) и фиксировалось значение деформаций на каждом канале регистрации. Приведенные эпюры дали возможность «видеть» эволюцию деформирования стержневой опоры в начальный период взаимодействия системы с ударной волной.

Опыты показали, что в течение действия на консоль слабой ступенчатой нагрузки, консоль колебалась около постоянного уровня, зависящего от амплитуды падающей волны, при этом период её колебаний оставался постоянным при всех уровнях нагружения.

Реакция стержневой опоры была более сложной, а эпюры изгибных деформаций, а значит и прогибов стержня, зависели как от уровня действующей на консоль нагрузки, так и от времени. В качестве примера на рис. 7, б показаны эпюры деформаций стержня в моменты, когда консоль, колеблясь, находилась в экстремальных точках деформирования (на рис. 2 соответствующие моменты времени обозначены цифрами 1 – 9). Такими же цифрами на рис. 7, а, б обозначены эпюры деформаций стержня, соответствующие указанным моментам времени. Эпюра 1 на рис. 7, а, совпадает с кривой 5 рис.6, поскольку построена для одного и того же момента времени. Далее стержневая опора может изгибаться в обратную сторону (кривая 2, рис. 7, а; кривая 6, рис. 7, б), примерно сохраняя форму, получившуюся в момент 1, либо принимать иные формы, как, например, в моменты 4 (рис.7, а) или 8 (рис.7, б).

Заклучение.

Таким образом, с помощью высокоточной портативной восьмиканальной аппаратуры LMS SCADAS Mobile (Бельгия) экспериментально исследовано поведение упругой связанной системы, состоящей из консоли и прикреплённого к ней «низкочастотного» стержня при падении плоской слабой ударной волны ступенчатого вида на консоль. Показано, что оба элемента системы ведут себя линейно при возрастании нагрузки на консоль. Консоль под действием ударноволновой нагрузки совершает колебания около постоянного уровня, зависящего от значения нагрузки при падении волны, не меняя в процессе деформирования амплитудных значений и периода колебаний после соприкосновения фронта волны с поверхностью консоли. Стержневая опора испытывает осевое сжатие, состоящее из постоянной и двух гармонических составляющих, при этом уровень изгибных деформаций в несколько раз выше значений мембранных деформаций. Стержень колеблется, многократно изменяя свою форму в процессе колебаний. При этом наибольшие деформации проявляются как вблизи защемления, так и в средней части стержня.

Полученные результаты могут быть использованы как критерий достоверности при теоретическом анализе поведения элементов упругих конструкций под действием ударных волн.

РЕЗЮМЕ. Наведено результати експериментального дослідження процесу деформування зв'язаної пружної системи, що складається з консольної пластини і підкріплюючого її стержня, при падінні на консольну пластину довгої плоскої ударної хвилі акустичного діапазону. Реєстрація нестационарних деформацій проведена на персональному комп'ютері з використанням високоточної портативної восьмиканальної апаратури LMS SCADAS Mobile (Бельгія).

1. *Аникъев И.И., Михайлова М.И., Списовский А.С., Сущенко Е.А.* Динамический отклик системы балка – стержень на воздействие ступенчатой нагрузки // Прикл. механика. – 1987. – **23**, № 5. – С. 87 – 94.
2. *Аникъев И.И., Михайлова М.И., Списовский А.С., Сущенко Е.А.* Нестационарное деформирование системы балка – стержень при действии ударной волны // VI Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике: Аннот. докл. – Ташкент, 1986. – С. 42.
3. *Аникъев И.И., Михайлова М.И., Сущенко Е.А.* Нелинейные эффекты при деформировании системы балка – стержень под действием ступенчатой нагрузки // II Всесоюз. симпоз. «Устойчивость в механике деформируемого твердого тела»: Тез. докл. – Калинин, 1986. – С.130 – 131.
4. *Аникъев И.И., Михайлова М.И., Сущенко Е.А.* Реакция упругой системы «консольная пластина – стержень» на действие ударной волны // Прикл. механика. – 2012 – **48**, № 6. – С. 135 – 141.
5. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1956. – 600 с.
6. *Михайлова М.И.* Поведение упругой системы балка – стержень под действием ступенчатой нагрузки. – К., 1987. – 24 с. – Деп. в ВИНТИ 9.09.87; № 6600-В87.
7. *Михайлова М.И.* О параметрической неустойчивости стержня, подкрепляющего балку, при действии на неё ступенчатой нагрузки // Прикл. механика. – 1989 – **25**, № 1. – С. 118 – 123.
8. *Mikhailova M.I.* Problems on nonstationary interaction of structural elements with shock waves // Int. Appl. Mech. – 2001. – **37**, № 10. – P. 1237 – 1254.

Поступила 28.12.2011

Утверждена в печать 22.11.2012