

О.Г. Прончева

Построение модели динамики мира с применением индуктивного моделирования по статистическим данным о переменных Форрестера

Построена нелинейная разностная модель для переменных модели Форрестера на основе реальных данных с применением алгоритмов МГУА, которая позволяет получать среднесрочный количественный прогноз мировой динамики.

A model of nonlinear difference equations has built for the Forrester's model variables based on real data with the use of GMDH algorithms. The model allows obtaining the medium-term quantitative forecast of the world dynamics.

Побудовано нелінійну різницеву модель для змінних моделі Форрестера на основі реальних даних із застосуванням алгоритмів МГУА, яка дозволяє отримувати середньотерміновий кількісний прогноз світової динаміки.

Введение. Глобальное моделирование – это область прикладных исследований, направленная на построение и применение моделей социальных, экономических и экологических процессов в масштабах всего мира. В этой области было создано много различных моделей, начиная с самой первой, американским ученым Дж. Форрестером [1] и его последователями [2–4]. Модель Форрестера построена на принципах системной динамики и представляла собой систему из пяти дифференциальных уравнений, дающей возможность иметь горизонт качественного прогноза на десятки лет вперед. Между тем всегда есть необходимость в количественном прогнозе, пусть и не на длительный период. К такой модели можно предъявить ряд требований и, прежде всего, возможность построить ее в отсутствие априорной информации о структуре модели и связи ее параметров.

Это требование предполагает поиск решения в заданном классе моделей, тогда нужная модель оптимальной сложности в этом классе определяется перебором, настраиваясь на данные наблюдений. Удовлетворить указанному требованию может модель, построенная с применением методов индуктивного моделирования, среди которых ведущим признан метод группового учета аргументов (МГУА) [5], предложенный в 1960-х годах академиком А.Г. Ивахненко. К настоящему времени отсутствуют модели количественного прогноза динамики мира с переменными Форрестера, построенные с применением МГУА.

Этой актуальной задаче построения и исследования прогнозной модели мировой динамики на основе индуктивного моделирования посвящена статья.

Модель Форрестера

В своих работах Форрестер рассматривал пять основных проблем, из-за которых может возникнуть глобальный экономический кризис: это перенаселение планеты, нехватка основных ресурсов, критический уровень загрязнения, нехватка пищи, индустриализация и связанный с ней промышленный рост. С каждой из этих проблем он связал одну переменную, т.е. получил пять системных уровней, на которых строится структура системы:

- население (P);
- загрязнение (Z);
- природные ресурсы (R);
- капиталовложения (основные фонды) (K);
- доля фондов, вкладываемых в сельское хозяйство (X).

В качестве влияющих факторов Форрестер принял следующие переменные:

- относительная численность населения (нормированная на население в 1970 г.) (PP);
- удельный капитал (нормированный на численность населения) (KP);
- относительное загрязнение (нормированное на загрязнение в 1970 г.) (Zs);
- доля оставшихся ресурсов (нормированное на объем ресурсов в 1900 г.) (RR);

Ключевые слова: мировая динамика, переменные Форрестера, МГУА, статистические данные.

- относительная величина сельскохозяйственных фондов (XP);

- относительное качество жизни (Q_{CF}).

- уровень питания (F);

- материальный уровень жизни (C).

В качестве единиц измерения были взяты следующие величины:

- население – число людей, живущих в исследуемом году;

- доля фондов в сельском хозяйстве – безразмерная величина;

- для капитала – капитал, приходящийся на одного человека в 1970 г.;

- единица ресурсов – их годовое потребление в 1970 г.;

- единица загрязнения – загрязнение, приходящееся на одного человека в 1970 г.

Для исходных пяти системных переменных Форрестер предложил следующую систему существенно нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP}{dt} = P(c_B B_C B_P B_F B_Z - c_D D_C D_P D_F D_Z), \quad (1)$$

$$\frac{dK}{dt} = c_K P K_C - \frac{K}{T_K}, \quad (2)$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{X_F X_Q - X}{T_X}, \quad (3)$$

$$\frac{dZ}{dt} = P Z_K - \frac{Z}{T_Z}, \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = -P R_C. \quad (5)$$

На графиках рис. 1 можно увидеть результаты расчетов по этой модели для периода времени от 1900 до 2100 гг.

Техника индуктивного моделирования на основе МГУА

Исходные данные

Система моделей для указанных пяти переменных Форрестера была построена в технике индуктивного моделирования. Данные до 1960 года были взяты из его модели, а после 1960 г. для населения, капитала и доли фондов в сельском хозяйстве были использованы соответствующие данные Всемирного Банка. Так как загрязнение и оставшиеся природные ресурсы из-

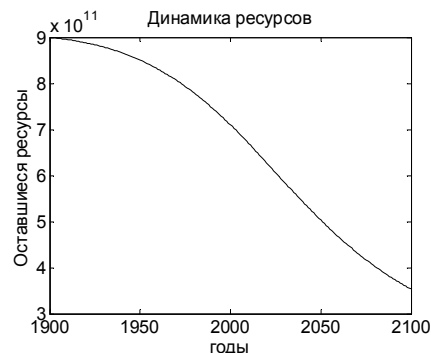
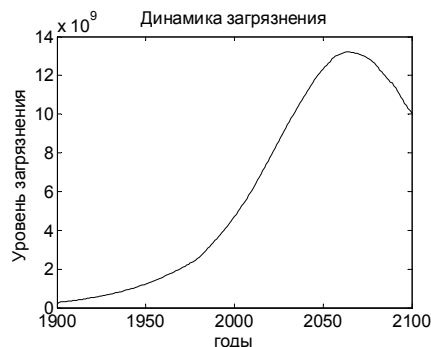
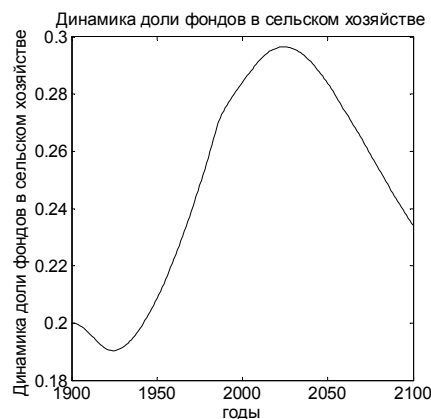
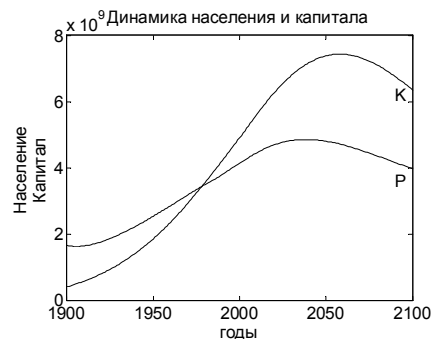


Рис. 1. Результаты предсказания по модели Форрестера

меряются специфически, они восстанавливались с помощью индуктивного моделирования: до 1960 г. использовались данные из модели Форрестера, затем делался прогноз на год с по-

мощью построения системной разностной модели по МГУА. После этого численные значения населения, основных фондов и доли фондов в сельском хозяйстве менялись на реальные и делался прогноз еще на год. В качестве базисных операторов модели использовались нелинейные разностные уравнения, в которых наибольшая степень полинома была равна трем, и были использованы величины, обратные входным переменным, а также один лаг каждой из переменных при годичном отсчете времени.

Классы моделей

Всего было использовано три класса прогнозных моделей, из которых выбирался наилучший. Для их описания пронумеруем переменные в том порядке, в котором они указаны выше, и обозначим их как Y_i , $i = 1, \dots, 5$. Таким образом, переменная Y_1 – это население, Y_2 – основные фонды и т.д.

Простую модель можно записать в следующем общем виде:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3}, Y_{j,t}^{-2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^2, Y_{j,t}^3, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}),$$

где $i, j = 1, \dots, 5$; T – горизонт (длина интервала) прогноза; $Y_{i,t}$ – значение i -й переменной в момент времени t ; $f(\cdot)$ – некоторая функция, линейная по параметрам.

Модель с добавлением попарных произведений была получена из первой расширением перечня аргументов попарными произведениями переменных:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3}, Y_{j,t}^{-2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^2, Y_{j,t}^3, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}, Y_{j,t}Y_{l,t}, Y_{j,t}^{-1}Y_{l,t}^{-1}).$$

Здесь $i, j, l = 1, \dots, 5$; $l \neq j$, остальные обозначения те же.

Модель с добавлением времени дополнительно содержит время в явном виде:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3}, Y_{j,t}^{-2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^2, Y_{j,t}^3, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}, Y_{j,t}Y_{l,t}, Y_{j,t}^{-1}Y_{l,t}^{-1}, t^{-1}, t).$$

В этой модели применяются те же обозначения, что и в предыдущей.

Однако все модели, построенные в указанных классах, давали явно неприемлемый результат, поэтому было принято решение о модификации исходных данных и моделей.

Модификация моделей

Было решено изменить как структуры моделей, так и сами входные данные. Данные были промасштабированы так, чтобы все значения переменных принадлежали интервалу $[0;1]$, т.е. имели примерно одинаковую размерность. Для этого числовые значения численности населения, стоимости основных фондов и уровня загрязнения в каждом году были разделены на 10^{10} , а число оставшихся природных ресурсов на 10^{12} . Что касается вида моделей, было решено использовать не целые степени, а дробные, чтобы небольшое изменение в переменных не приводило к резкому скачку в модели. Соответственно, модифицированные классы моделей выглядят следующим образом.

Простая модель М1 имела следующий общий вид:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3/2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}^{-1/2}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^{1/2}, Y_{j,t}^{3/2}, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}).$$

Модель с добавлением попарных произведений М2:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3/2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}^{-1/2}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^{1/2}, Y_{j,t}^{3/2}, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}, Y_{j,t}^{-1/2}Y_{l,t}^{-1/2}, Y_{j,t}^{1/2}Y_{l,t}^{1/2}).$$

Модель с добавлением времени М3:

$$Y_{i,t+1} = f(Y_{j,t}^{-3/2}, Y_{j,t}^{-1}, Y_{j,t}^{-1/2}, Y_{j,t}, Y_{j,t}^{1/2}, Y_{j,t}^{3/2}, Y_{j,t-1}, \dots, Y_{j,t-T}, Y_{j,t}^{-1/2}Y_{l,t}^{-1/2}, Y_{j,t}^{1/2}Y_{l,t}^{1/2}, t^{-1/2}, t^{1/2}).$$

В трех указанных моделях $i, j, l = 1, \dots, 5$; $l \neq j$; T – горизонт прогноза; $A_{i,t}$ – значение i -й переменной в момент времени t ; $f(\cdot)$ – некоторая функция, линейная по параметрам.

Выбор лучшей модели

Из указанных моделей выбиралась одна *наилучшая*, т.е. та модель, которая давала прогноз, наиболее совпадающий с реальной динамикой. Для определения наилучшей модели прогноз выполнялся с 1997 года на 10 и 15 лет вперед, а затем результаты сравнивались с реальными. Прогноз на 10 лет получался следующим образом: с помощью исходных данных восстанавливалось значение каждой из переменных в момент времени $t + 10$ и строилась наилучшая с учетом внешних критериев модель. После этого в модель подставлялись моменты времени $t + 1, \dots, t + 9$ и восстанавливались значения переменных в этих точках. Аналогичным образом делался прогноз на 15 лет.

Программная оболочка

Для моделирования мировой динамики в данном исследовании использовался пакет *GMDH Shell* – программное обеспечение для моделирования различных объектов и процессов, разработанное *Geos Research Group*. Пакет позволяет широкому кругу пользователей прогнозировать временные ряды, строить классификационные и регрессионные модели, работать с препроцессингом данных.

В отличие от других программных продуктов, основанных на нейронных сетях, *GMDH Shell* работает достаточно быстро благодаря использованию современного параллельного процессинга и оптимизации узловых алгоритмов.

В программной среде *GMDH Shell* реализовано два алгоритма: комбинаторный *COMBI*, основанный на полном или направленном переборе всех возможных моделей различной структуры, и многорядный итерационный алгоритм *MIA*, работающий на принципе оригинальной нейросети перцептронного типа [6]. Работа выполнена автором с использованием алгоритма *MIA* в связи с тем, что он работает намного быстрее *COMBI*, позволяет обрабатывать выборки со значительно большим количеством аргументов и при этом дает приемлемые результаты. Все результаты были получены с применением внешнего критерия регулярности для выбора лучших моделей.

Исследование моделей на временном интервале 1997–2012 гг.

Всемирный Банк предоставляет данные только по населению, основным фондам и доли фондов в сельском хозяйстве. Стальные данные были восстановлены с помощью техники индуктивного моделирования, для выявления наилучшей модели мы обращали внимание на динамику только трех указанных переменных.

Результаты прогнозирования по моделям на 10 и 15 лет вперед мы сравнивали с реальными данными. Оказалось, что модель М2 в обоих случаях дает лучший прогноз, близко отражающий реальную динамику. Можно сделать вывод, что модель М1 слишком проста для необходимого прогноза, а М3, наоборот, содержит лишние члены. Поэтому для *чистого* прогноза всех

пяти переменных мировой динамики с 2013 по 2028 годы выбрана именно модель класса М2, и ниже приведены результаты, касающиеся только этой модели.

Проверка модели прогноза на 10 лет. При решении задачи прогнозирования на 10 лет вперед в классе М2 с применением *GMDH Shell* была выбрана следующая модель:

$$P_{t+1} = 0,0190909 + 0,0316779K_t^{-1/2} + 0,748165P_t + 0,467787P_{t-4},$$

$$K_{t+1} = -0,0019574 + 0,95962K_t - 0,167921X_t^{1/2}K_t^{1/2},$$

$$X_{t+1} = -0,29326 + 2,38196X_t - 5,96618X_{t-10},$$

$$Z_{t+1} = 0,168848 - 0,860558X_{t-10} + 0,00689944K_{t-3} + 0,00689944X_t^{1/2}K_t - 0,225326R_t^{1/2} - 1,24565R_{t-2},$$

$$R_{t+1} = 0,0321712 - 0,0214949K_tR_t + 0,012289K_{t-9} + 1,03674R_{t-1}.$$

В этом эксперименте получено значение коэффициента детерминации $R^2 = 0,98$, среднеквадратичная ошибка прогноза на 10 лет была равна 1,23 процента.

Ниже на графиках рис. 2–4 представлены результаты, полученные по этой модели в сравнении с реальной динамикой.

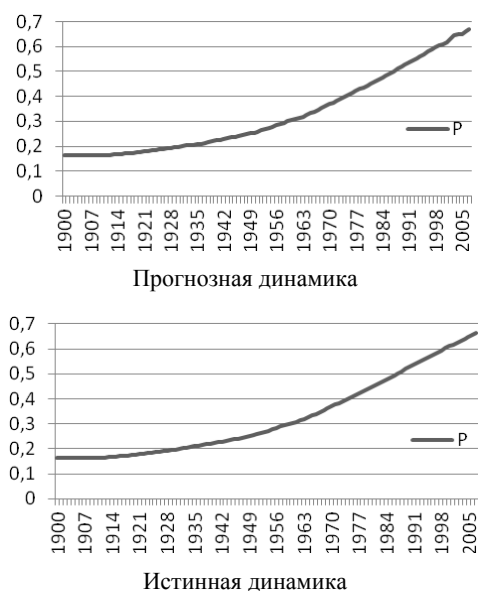


Рис. 2. Сравнение реальной и прогнозной динамики населения

Проверка модели прогноза на 15 лет. При решении задачи построения модели для прогнозирования на 15 лет вперед в классе М2 была выбрана следующая модель:

$$\begin{aligned}
 P_{t+1} &= 0,0190909 + 0,0316779K_t^{-1/2} + \\
 &\quad + 0,748165P_t + 0,467787P_{t-4}, \\
 K_{t+1} &= -0,0019574 + 0,95962K_t - \\
 &\quad - 0,167921X_t^{1/2}K_t^{1/2}, \\
 X_{t+1} &= -0,29326 + 2,38196X_t - 5,96618X_{t-10}, \\
 Z_{t+1} &= 0,168848 - 0,860558X_{t-10} + \\
 &\quad + 0,00689944K_{t-3} + 0,00689944X_t^{1/2}K_t - \\
 &\quad - 0,225326R_t^{1/2} - 1,24565R_{t-2}, \\
 R_{t+1} &= 0,0321712 - 0,0214949K_tR_t + \\
 &\quad + 0,012289K_{t-9} + 1,03674R_{t-1}.
 \end{aligned}$$

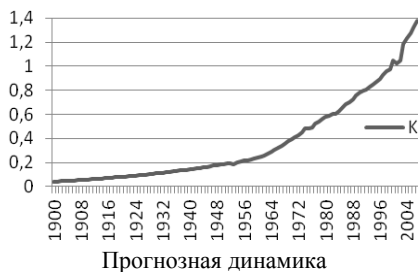


Рис. 3. Сравнение реальной и прогнозной динамики основных фондов



Рис. 4. Сравнение реальной и прогнозной динамики доли фондов в сельском хозяйстве

В этой задаче коэффициент детерминации R^2 был равен 0,98, а среднеквадратичная ошибка прогноза на 10 лет равна 1,49 процента.

Ниже на графиках рис. 5–7 представлено сравнение результатов моделирования.

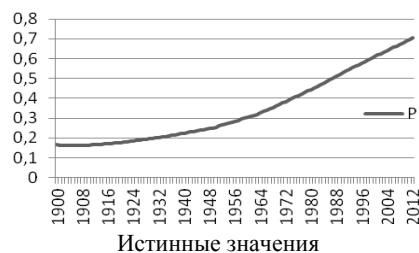
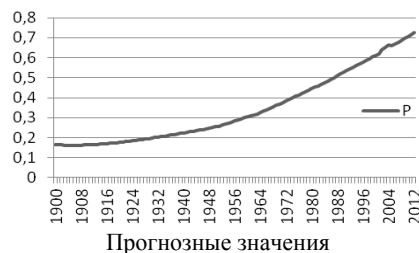


Рис. 5. Прогнозная и истинная динамика населения

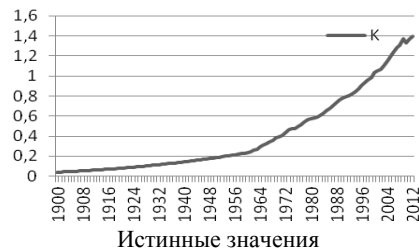
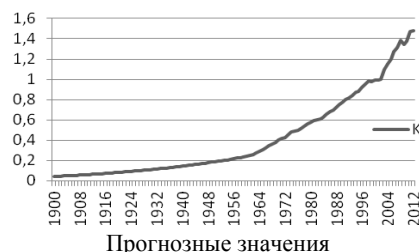


Рис. 6. Прогнозная и истинная динамика основных фондов

Построение прогноза на период 2013–2028 гг.

Как было показано ранее, поведение переменных в модели Дж. Форрестера наилучшим образом предсказывает модель M2. Поэтому она была использована для того, чтобы выполнить прогноз с 2013 по 2028 годы. Исходные данные были взяты из сайта Всемирного Банка, а также из данных самого Форрестера. Ниже на рис. 8 можно увидеть полученные результаты, где они представлены уже в разнормированном виде, т.е. в абсолютных единицах измерения. В соответствии с этим были преобразованы и получен-

ные модели, поэтому в качестве переменных в них входят не нормированные переменные, как ранее, а их абсолютные значения.



Рис. 7. Прогнозная и истинная динамика доли фондов в сельском хозяйстве

Соответственно, полученная модель имела вид следующей системы нелинейных разностных уравнений:

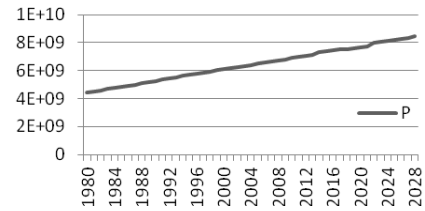
$$\begin{aligned}
 P_{t+1} &= 281127020 + 0,0114226K_t X_t - 3490080X_t^{-3/2} \\
 &\quad + 1,03252P_t + 0,000286929R_{t-4}, \\
 K_{t+1} &= 769240000 + 0,480889X_{t+1}P_{t-13} + 1,02816K_t + \\
 &\quad 480572000X_{t-7}, \\
 X_{t+1} &= 0,077956 + 0,278882X_{t-1} + 1,61647 \cdot 10^{-9}Z_{t-14}, \\
 Z_{t+1} &= 2046270000 + 1,13148Z_{t-6} - 0,308905R_{t-9}, \\
 R_{t+1} &= 525674000000 - 61,228P_t^{-1/2} + \\
 &\quad 6623480000X_{t-2} - 0,568784Z_{t-9}.
 \end{aligned}$$

Как видно из графиков (рис. 8), в ближайшие 15 лет население продолжит расти прежним темпом, рост основных фондов замедлится, доля фондов в сельском хозяйстве выйдет на стационарный уровень, рост загрязнения продолжится, а ресурсы будут постепенно уменьшаться.

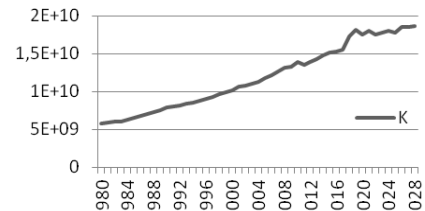
Обсуждение результатов

Традиционные модели мировой динамики, построенные в рамках аппарата обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяют:

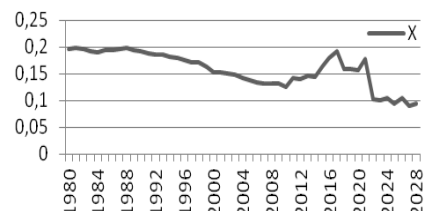
- оценить на *качественном* уровне развитие основных макроэкономических показателей на длительном интервале прогноза;
- выявить соотношение показателей, при котором обеспечивается устойчивое развитие;



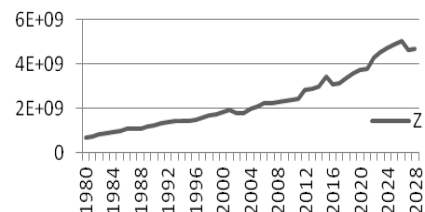
Динамика населения



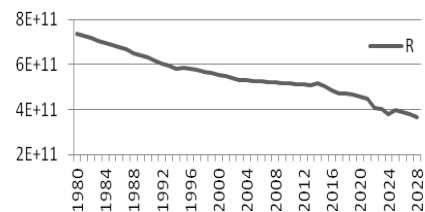
Динамика основных фондов



Динамика доли фондов в с/х



Динамика уровня загрязнения



Динамика оставшихся природных ресурсов

Рис. 8. Прогнозные значения переменных мировой динамики на период до 2028 г.

- определить наиболее влияющие и чувствительные показатели.

Отметим следующую особенность моделей мировой динамики, построенных Форрестером и его последователями, которую можно считать недостатком: формы моделей фиксированы и определяются на интуитивном уровне авторами моделей, т.е. в определенном смысле они *субъективны*.

Окончание на стр. 58

В данной статье показана возможность *объективного* построения моделей мировой динамики с переменными Форрестера, которые обеспечивают *количественный* прогноз этих переменных и свободны от указанного субъективизма. Эта возможность реализована благодаря применению алгоритмов МГУА. Среди всех построенных моделей была выбрана лучшая модель с учетом ее прогнозных свойств.

Заключение. В результате выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

- реальную динамику переменных Форрестера наилучшим образом приближает нелинейная разностная модель, полученная с применением техники индуктивного моделирования и содержащая нецелые и обратные степени переменных, а также их попарные произведения, но не включающая время;

- по прогнозным данным, в ближайшие 15 лет население продолжит расти в прежнем темпе, замедлится рост основных фондов, доля фондов в сельском хозяйстве выйдет на стационарный

уровень, загрязнение продолжит возрастать, а природные ресурсы будут последовательно уменьшаться с каждым годом.

1. *Forrester J.* World Dynamics. – Productivity Press Inc., 2nd edition, 1979. – 142 p.
2. *Toward Global Equilibrium: Collected Papers / M. Donella, D. Meadows, D. Meadows et al.* – Productivity Press Inc., 1973. – 358 p.
3. *Егоров В.А., Каллистов Ю.Н., Митрофанов В.Б.* Математические модели глобального развития: критический анализ моделей природопользования. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 192 с.
4. *Матросов В.М., Матросов И.В.* Математические модели глобального развития – М.: Academia, МГУК, 1999. – С. 18–24.
5. *Ивахненко А.Г., Степашико В.С.* Помехоустойчивость моделирования. – Киев: Наук. думка, 1985. – 216 с.
6. *Madala H., Ivakhnenko A.* Inductive learning algorithms for complex systems modeling. – London–Tokyo: CRC Press Ink., 1994. – 396 p.

Поступила 24.04.2015
Тел. для справок: +38 044 526-3028 (Киев)
© О.Г. Прончева, 2015