УДК 004.942+623.465

А.Л. Яловець

ДО ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ ПЕРЕСЛІДУВАННЯ НА ПЛОЩИНІ

Пропонується постановка задачі переслідування на площині з точки зору мультиагентного підходу. Показуються розбіжності, які відрізняють пропоновану постановку задачі від постановки такої задачі з точки зору теорії диференційних ігор. Наводиться перелік методів, які необхідно розробити.

Вступ

Задача переслідування на площині – відома задача, досить глибоко вивчена та досліджена (див., наприклад, [1, 2]). Здебільшого її дослідження виконується в рамках теорії диференційних ігор [3, 4]. Разом з тим, за своєю сутністю ця задача може успішно вирішуватись за допомогою методів та моделей мультиагентних систем. При цьому, оточуюче середовище розглядається як динамічна система, а утікачі та переслідувачі – як агенти, які діють у такій системі. Мета даної роботи – постановка задачі переслідування на площині з точки зору мультиагентного підходу. Для того, щоб відокремити таку постановку від загальновідомої, ми наводимо короткий огляд традиційної постановки задачі.

1. Традиційна постановка задачі переслідування на площині

Коротко опишемо традиційне тлумачення сутності задачі переслідування на площині у відповідності до [2]. Нехай точка *P* починає рух на площині з деякого початкового стану x_0. Якщо фіксувати всі її поточні положення, то ми отримаємо на площині деяку неперервну криву, яка називається *траєкторією руху*. Шлях, який буде пройдено вздовж траєкторії, будемо обраховувати, починаючи з точки x_0. В продовж будь-якого руху довжина шляху s, пройденого точкою *P*, залежить від часу. Як наслідок, шлях s можна розглядати як функцію часу: $s = s(t)$. Якщо відомий спосіб переміщення точки *P* по траєкторії руху, то можна задати формулу, яка визначає *положення точки на траєкторії* у будь-який момент часу, тобто *закон руху точки*.

Траєкторія руху точки *P* на площині може представляти собою як пряму, так і криву лінію. Відповідно до цього рухи розподіляються на *криволінійні* та *прямолінійні*. *Простим рухом* називається рух, при якому відстань, пройдена точкою *P* з початкового стану x_0 задається виразом: $s(t) = \rho t$, де t – час, на протязі якого відбувався рух, $s(t)$ – шлях, пройдений точкою *P* з початкового стану x_0 за час t, ρ – шлях, пройдений точкою *P* за одиницю часу, який називається *лінійною швидкістю точки*. Простий рух характеризується тим, що величина ρ є постійною та не залежить від часу.

Таким чином, простий рух точки *P* з початкового стану x_0 на площині є рух по будь-якій криволінійній траєкторії, що виходить з цієї точки, з постійною лінійною швидкістю ρ.

Простий рух точки *P* може розглядатися у випуклій множині S на площині, якщо в процесі руху точка *P* не покидає множину S. Нагадаємо, що множина називається *випуклою*, якщо відрізок, який з'єднує будь-які дві його точки, повністю належить до цієї множини.

Як правило, в дослідженнях переслідування на площині розглядається підклас простих рухів, а саме *рухи по ломаним з кінцевим числом вершин*. Тобто передбачається, що точка *P*, рухаючись з постійною лінійною швидкістю ρ з початкового стану x_0, може змінювати напрям свого руху лише кінцеве число разів. Зазначимо, що будь-який простий рух може бути з достатнім ступенем точності апроксимованим простим рухом по ломаним з кінцевим числом вершин.

Виходячи з викладених положень коротко розглянемо сутність гри переслідування з простим рухом з точки зору теорії диференційних ігор [2].

Нехай на площині задано випуклу множину S. Точки $P_1, P_2, \ldots, P_m$ та E переміщуються в S, перебуваючи у стані простого руху з постійними лінійними швидкостями $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_m$ та σ відповідно (розглядаються тільки прості рухи по ломаних з кінцевим числом вершин). В теорії ігор сукупність точок $P_1, P_2, \ldots, P_m$ називають *гравцями-переслідувачами* або *нарядом*, а E – *гравцем-утікачем*. Рух наряду P та утікача E починається в момент часу $t = 0$ з початкових положень $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_m(0), E(0)$. Положення гравців $P_1, P_2, \ldots, P_m,\ E$ у момент часу $t \geq 0$ позначаються відповідно $P_1(t), P_2(t), \ldots$ $\ldots, P_m(t), E(t)$.

Вважається, що наряд *здійснив зустріч* з E, якщо хоча б один з переслідувачів P_i наряду P здійснив зустріч з E, тобто коли вперше положення E збіжиться з положенням хоча б одного переслідувача P_i наряду P. Переслідування нарядом P утікача E починається в момент часу $t = 0$ і завершується, коли наряд P здійснює зустріч з E. При цьому вимагається, щоб у процесі руху всі переслідувачі з наряду P та утікач E не покидали множини S. Мета наряду P – зустріч з утікачем E за мінімальний час, а мета утікача E – відтягнути момент зустрічі або уникнути її, якщо це можливо.

В теорії диференційних ігор вважається, що в кожний момент часу $t \geq 0$ гравцю E відомо своє положення та положення всіх переслідувачів в цей же момент часу. Кожний переслідувач P_i з наряду P в момент часу $t \geq 0$ знає положення всіх членів наряду, включаючи себе, положення гравця E та напрям його руху в цей же момент часу t, однак йому невідомі майбутні маневри E, тобто P_i не знає, коли і як гравець E буде змінювати напрям свого руху в майбутньому.

Така гра переслідування називається *грою переслідування з простим рухом* і позначається як $\Gamma(m,1;\, S)$, де m підкреслює залежність від числа переслідувачів, а S – залежність від виду множини S. У випадку, коли S співпадає з площиною, таку гру також позначають як $\Gamma(m,1)$.

Кінцеве число Θ називається *оптимальним часом переслідування у грі* $\Gamma(m,\, 1;\, S)$ відносно початкових положень $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_m(0)$ і $E(0)$, якщо виконані наступні умови:

а) для будь-яких рухів гравця E існує спосіб поведінки наряду P такий, що гарантує йому зустріч з E не пізніше, ніж за час Θ;

б) існує такий спосіб поведінки гравця E, що наряд P не може здійснити зустріч з E до моменту часу Θ.

Якщо для кінцевого числа Θ виконано тільки умову а), то число Θ називають *гарантованим часом переслідування* щодо початкових положень $P_1(0), P_2(0), \ldots$ $\ldots, P_m(0)$ і $E(0)$, а якщо для кінцевого числа Θ виконано тільки умову б), то число Θ називають *гарантованим часом уникнення* зустрічі відносно початкових положень $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_m(0)$ і $E(0)$.

Нехай Θ – оптимальний час переслідування щодо початкових положень $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_m(0)$ і $E(0)$. Тоді будь-який спосіб поведінки гравця E, при якому наряд P не може здійснити з ним зустріч до моменту Θ (умова б)), називають *оптимальною стратегією гравця* E. Спосіб поведінки наряду P, при якому гарантується зустріч з E за час не більше, ніж за час Θ (умова а)), називають *оптимальною стратегією наряду* P.

Під *рішенням гри* $\Gamma(m,1;S)$ розуміється знаходження оптимальної стратегії наряду P, оптимальної стратегії гравця E та оптимального часу переслідування.

2. Пропонована постановка задачі переслідування на площині

Наведемо окремі уточнення до вищевикладеної загальновідомої постановки задачі, які дозволять з одного боку, сформулювати її у термінах мультиагентного підходу, з іншого – визначити перелік нових математичних методів, які необхідно розробити.

Перш за все треба відзначити, що виходячи з положень теорії диференційних ігор необхідно знати закон руху точки. На практиці не представляється можливим напевно знати закон руху точки E (і, як наслідок, точок P_i), оскільки (як буде показано далі) на зміни характеру руху точки впливає дуже багато чинників, дію яких заздалегідь точно описати та формалізувати не вдається.

Нехай на площині задано випуклу множину S, яка відповідає динамічному середовищу, в межах якого діють агенти. Змістовно множину S можна інтерпретувати як морську ділянку кордону України, в межах якої діють кораблі різного призначення (що інтерпретуються як агенти).

В загальному випадку можна виділити три категорії агентів: 1) агенти-утікачі, що формують множину $E = \{E_1, E_2, \ldots, E_n\}$; 2) агенти-переслідувачі, що формують множину $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_m\}$; 3) інші агенти, що формують множину A, які не є ані утікачами, ані переслідувачами, але також знаходяться (рухаються або ні) в S.

Надалі нас будуть цікавити тільки агенти перших двох категорій, хоча в деяких компонентах задачі переслідування вплив агентів множини A буде враховуватись (наприклад, в задачах маневрування). Зазначимо, що вплив агентів множини A змістовно означає врахування природи, геометрії та поведінки об'єктів, яким такі агенти відповідають. Зокрема, такі об'єкти можуть бути як рухомими, так і нерухомими, як точковими (наприклад, кораблі), так і просторовими (наприклад, острови).

На відміну від постановки задачі, викладеної в п. 1 даної роботи, в нашому випадку розглядається не один утікач, а множина утікачів E, де $card\,(E) \geq 1$. Це зумовлює необхідність розгляду різних угрупувань Gr_k переслідувачів $P_i\,(P_i \in P)$, кожне з яких є прототипом наряду з вищевикладеної постановки та переслідує цілком визначеного утікача $E_j\ (E_j \in E)$. Введемо множину угрупувань $Gr = \{Gr_1, Gr_2, \ldots, Gr_w\}$, де кожна Gr_k містить деяку кількість $P_i (P_i \in P)$ та одного $E_j (E_j \in E)$, тобто для будь-якої групи Gr_k виконується умова, що $card\,(Gr_k) \geq 2$. Для будь-яких двох груп справедливо, що $Gr_k \cap Gr_{k+1} = \{\varnothing\}$. Очевидно, що $Gr_1 \cup Gr_2 \cup \ldots \cup Gr_w = P \cup E$, де $w = card(Gr)$.

Кожний агент P_i, E_j починає рух у момент часу $t = 0$, має поточні координати в ортогональній системі координат і переміщується в S, перебуваючи у стані простого руху з постійною швидкістю у будь-який момент часу $t \geq 0$, який передує його можливій зупинці (внаслідок захоплення або інших причин). Параметри, що характеризують стан будь-якого агента множин P, E у момент часу $t \geq 0$ однозначно описуються кортежем $<(x_i, y_i), v_i, \alpha_i>$, де (x_i, y_i) – поточні координати i-того агента; v_i – швидкість руху i-го агента; α_i - кут руху i-го агента в ортогональній системі координат. Таким чином, у якості параметрів руху i-того агента розглядається не лінійна швидкість, а швидкість v_i та кут руху α_i, оскільки в будь-який момент часу $t \geq 0$ будь-яка траєкторія руху може бути апроксимована ламаною з кінцевим числом вершин, де будь-який фрагмент цієї ламаної, що є прямою, може бути однозначно описаний за допомогою саме цих двох параметрів, значення яких у даний момент часу є постійними.

Будемо говорити, що переслідувачі, що належать окремій групі Gr_k, *наздогнали* утікача E_j $(E_j \in Gr_k)$, якщо хоча б один з переслідувачів $P_i \in Gr_k$ опинився в *зоні захоплення* утікача E_j, а сам утікач при цьому вважається *захопленим*. Підкреслимо, що ми не вживаємо словосполучення «*здійснив зустріч*», використане в п. 1 даної роботи, оскільки під ним розуміється збіг положень P_i та E_j, а вживаємо поняття «*наздогнав*». Розглядаючи агентів P_i та E_j, ми враховуємо фізичні властивості об'єктів, що відповідають таким агентам. Очевидно, що ситуація збігу положень фактично відповідає зіткненню об'єктів, у якості яких виступають агенти. Як наслідок, розглядаємо *зону захоплення*, під якою розуміємо квадрат, сторона якого залежить від геометричних розмірів об'єкта, що відповідає E_j, а центр квадрата задається поточними координатами (x_j, y_j) агента E_j, що в цілому забезпечує запобігання зіткненню об'єктів, що відповідають агентам P_i та E_j.

Виходячи з цього, стає очевидним, що для моделювання поведінки агентів множин P та E необхідно враховувати додаткові (крім введених раніше) властивості об'єктів, що таким агентам відповідають. Додатково введемо наступні параметри опису агентів: геометричний розмір Gm об'єкта (домен допустимих значень: «*великий*», «*середній*», «*малий*»), клас Cl об'єкта («*військовий*», «*цивільний*»), належність Bn об'єкту («*свій*», «*чужий*», «*нерозпізнаний*», «*берегова охорона*»). Наприклад, агент P_i у загальному випадку має наступні додаткові властивості: $prop_{P_i} =$ ={«*середній*», «*військовий*», «*берегова охорона*»}. В свою чергу, множина можливих додаткових властивостей агента E_j визначається з декартового добутку: $prop_{E_j} \in Gm \times Cl \times (Bn \setminus \{«\text{берегова охорона}»\})$.

Будемо говорити, що в кожний момент часу $t \geq 0$ утікачу $E_j \in Gr_k$ відомо своє положення, але він знає положення тільки тих переслідувачів $P_i \in P$ та інших утікачів, що належать множині E, які знаходяться в його *зоні спостереження*. Під *зоною спостереження* утікача E_j розуміється квадрат, сторона якого дорівнює деякому додатному числу, що змістовно інтерпретується як подвійне значення простору видимості в один бік, а центр квадрата задається поточними координатами (x_j, y_j) утікача E_j. За допомогою зони спостереження моделюються погодні умови, загальна видимість тощо.

У свою чергу, в утікача $E_j \in Gr_k$ можуть бути два можливих стани щодо обізнаності про його переслідувачів: 1) коли він знає, хто саме його переслідує; 2) коли він не знає своїх переслідувачів. В першому випадку утікач $E_j \in Gr_k$ реагує (тобто запобігає захопленню) тільки на переслідувачів $P_i \in Gr_k$, а з іншими агентами тільки уникає зіткнення. В другому випадку утікач $E_j \in Gr_k$ аналізує всіх можливих переслідувачів $P_i \in P$, які знаходяться в його зоні спостереження, але реагує тільки на тих, хто гіпотетично може виступати як його переслідувачі, тобто може входити до складу групи Gr_k, а з іншими агентами, як і в першому випадку, тільки уникає зіткнення. Для виявлення, хто саме є його переслідувачами, агент-утікач динамічно формує *припущення*, які в кожний момент часу $t \geq 0$ уточнюються в залежності від поведінки можливих переслідувачів.

Кожний агент $P_i \in P$ та $E_j \in E$ уникає зіткнення з іншими агентами, які потрапили в його *зону зіткнення*, за винятком ситуації, коли P_i та E_j належать одній і тій же групі Gr_k. *Зона зіткнення* геометрично збігається з *зоною захоплення* (див. вище). Для уникнення зіткнення агенти використовують спеціальні методи *маневрування*. У випадку, коли P_i та E_j належать одній і тій же групі Gr_k, зона зіткнення розглядається як зона захоплення, що відповідає ситуації, коли P_i наздогнав E_j.

Також, як і в постановці, наведеній в п. 1 даної роботи, кожний агент-переслідувач $P_i \in Gr_k$ у момент часу $t \geq 0$ знає положення всіх переслідувачів, що належать множині P, включаючи себе, положення $E_j \in Gr_k$, швидкість та напрям його руху, а також положення, швидкість та напрям руху інших утікачів, що належать множині E, у цей же момент часу t, однак йому невідомі майбутні маневри таких агентів-утікачів.

Кожний агент-переслідувач $P_i \in$ $\in Gr_k$ у момент часу $t \geq 0$ аналізує стан утікачів $E_n \in (GR \setminus \{Gr_k\})$. Будемо позначати розрахунковий час захоплення переслідувачем P_i утікача E_j як $t_{P_i}^{E_j}$. Тоді будемо говорити, що відбувся *взаємний перехід агентів-переслідувачів в інші групи*, якщо для двох агентів $P_i \in Gr_k$ та $P_m \in Gr_s$, які відповідно переслідують агентів-утікачів $E_j \in Gr_k$ та $E_r \in Gr_s$, одночасно виконуються співвідношення $t_{P_i}^{E_j} > t_{P_i}^{E_r}$ та $t_{P_m}^{E_r} > t_{P_m}^{E_j}$. При цьому агент P_i переходить з групи Gr_k до групи Gr_s, а агент P_m – з групи Gr_s до групи Gr_k. Очевидно, що обмеженням можливих переходів є те, що $card(Gr_k) = const$ та $card(Gr_s) = const$. Для виконання таких взаємних переходів агенти-переслідувачі вступають у *перемовини*, в ході яких з боку агентів-ініціаторів надаються відповідні пропозиції, які можуть бути прийняті, або відхилені агентами-реципієнтами. Під *агентом-ініціатором* розуміється агент-переслідувач, який першим розпізнав можливість більш скорішого захоплення агента-утікача, що належить іншій групі, ніж агента-утікача, що належить поточній групі агента-переслідувача, та опублікував відповідну пропозицію. Під *агентом-реципієнтом* розуміється агент-переслідувач, що належить групі, якій адресовано пропозицію агента-ініціатора, який проаналізував стан агента-утікача, що належить групі агенту-ініціатору, та за результатами аналізу прийняв або відхилив цю пропозицію.

За аналогією з п. 1 даної роботи, переслідувачі $P_i \in Gr_k$ мають за мету наздогнати утікача $E_j \in Gr_k$ за мінімальний час, а утікач E_j – відтягнути момент захоплення або уникнути його, якщо це можливо.

Узагальнюючи вищевикладене, можна зробити декілька висновків.

По-перше, можна стверджувати, що в пропонованій постановці напевно знати закон руху будь-якої точки $E_j \in Gr_k$ (і, як наслідок, точок $P_i \in Gr_k$) практично неможливо, оскільки на зміни її руху впливає досить багато чинників. Зокрема, на характер руху агента-утікача впливають:

– статичні та рухомі об’єкти, що належать множині A та знаходяться в межах множини S, для уникнення від зіткнення з якими агенту-утікачу необхідно маневрувати;

– рухомі об’єкти, що належать множи-нам P і E та знаходяться в межах множини S, для уникнення від зіткнення з якими агенту-утікачу необхідно маневрувати;

– обмеження на дії агента-утікача, що накладаються зоною спостереження;

– невизначеність складу групи його агентів-переслідувачів;

– можливість динамічної зміни складу групи, до якої належать його агенти-переслідувачі.

З цього випливає, що заздалегідь визначити час переслідування (як оптимальний час переслідування) практично неможливо. Будемо говорити, що кожний агент-переслідувач $P_i \in Gr_k$ у процесі переслідування агента-утікача $E_j \in Gr_k$ намагається мінімізувати свій шлях, тобто метою агента-переслідувача $P_i \in Gr_k$ є вибір найкоротшого шляху для захоплення агента-утікача. В свою чергу, метою агента-утікача $E_j \in Gr_k$ є як найбільше зростання шляху, пройденого агентами-переслідувачами $P_i \in Gr_k$ до моменту його захоплення (або взагалі, уникнення такого моменту). Як наслідок, виникає задача вибору стратегій поведінки як для агентів-переслідувачів, так і для агентів-утікачів, які б забезпечували досягнення поставленої мети.

По-друге, можна уточнити сутність агентів, що розглядаються. Очевидно, що агенти-утікачі належать до класу когнітивних агентів. У свою чергу, агенти-переслідувачі належать до класу реактивних агентів з дещо розширеними функціями (зокрема, вони можуть вступати у перемовини).

По-третє, можна визначити перелік методів, які необхідно розробити. До таких методів належать:

− методи формування стратегії поведінки агента-переслідувача та агента-утікача;

− метод генерації оптимальних угрупувань агентів-переслідувачів;

− метод формування оптимального розташування агентів-переслідувачів;

− методи перегрупування агентів-переслідувачів;

− методи розпізнавання сукупності агентів, що переслідують окремого агента-утікача;

− методи маневрування агентів з метою уникнення зіткнень з іншими агентами.

Висновки

Пропонована постановка задачі переслідування на площині (на відміну від постановки цієї задачі з точки зору теорії диференційних ігор) ґрунтується на констатації факту, що в реальній дійсності заздалегідь знати закон руху довільного утікача (переслідувача) неможливо. Такий погляд на проблему унеможливлює використання методів диференційних ігор для вирішення досліджуваної задачі і вимагає пошуку нових підходів. Одним з можливих підходів до вирішення задачі є мультиагентний підхід, який і покладено в основу запропонованої постановки задачі.

Пропонована постановка задачі віддзеркалює поточний погляд на проблему моделювання поведінки агентів у рамках задачі переслідування на площині. В подальшому плануємо уточнювати та удосконалювати цю постановку.

1. *Петросян Л.А., Томский Г.В.* Геометрия простого преследования. – Новосибирск: Наука, 1983. – 140 с.
2. *Петросян Л.А., Рисхиев Б.Б.* Преследование на плоскости. – М.: Наука, 1991. – 91 с.
3. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры. – М.: Мир, 1967. – 479 с.
4. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. – М.: Наука, 1974. – 456 с.

Одержано 10.08.2012

Про автора:

Яловець Андрій Леонідович,
доктор технічних наук,
заступник директора інституту.

Місце роботи автора:

Інститут програмних систем
НАН України.
03187, Київ-187,
проспект Академіка Глушкова, 40.
Тел.: (044) 526 1538,
E-mail: yal@isofts.kiev.ua