

УДК 510.65:336.713

К. Є. Рум'янцева, канд. пед. наук

Вінницький інститут економіки Тернопільського
національного економічного університету, м. Вінниця

НЕЧІТКА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ФІНАНСОВОЇ СТІЙКОСТІ КОМЕРЦІЙНИХ БАНКІВ

У статті розглянуто математичну модель оцінки фінансової стійкості комерційних банків на основі нечітких множин і нечіткої логіки, яка дає можливість адекватно формалізувати експертні знання, має гнучку структуру і високу здатність адаптації до експертних даних, що забезпечує високу точність оцінки фінансової стійкості.

Ключові слова: *нечітка множина, нечітка логіка, нечітка математична модель, оцінка, фінансова стійкість, комерційний банк.*

Постановка проблеми. Комерційні банки виконують роль регуляторів грошового обігу і центрів акумуляції та перерозподілу грошових ресурсів і володіють потужними важелями впливу на фінансову, інвестиційну, виробничу та інші сфери економіки, а також на суспільні відносини. Проте для реалізації банками цих функцій суспільство не повинно мати сумнівів у їх надійності, а партнери, вкладники, інвестори мають бути впевненими у їх фінансовій стійкості. Особливої актуальності ця проблема набуває сьогодні, коли вітчизняним комерційним банкам доводиться працювати у складних соціально-економічних умовах, в яких опинилася наша країна у зв'язку з кризовими явищами у світовій економіці.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблематику фінансової стійкості комерційних банків вивчають багато вітчизняних учених, зокрема Вітлінський В. В., Герасимович А. М., Дзюблюк О. В., Єпіфанов А. О., Заруба О. Д., Кочетков В. М., Мороз А. М., Пантелєєв В. П., Примостка Л. О., Савлук М. І., Халява С. П., Шелудько Н. М. та ін. Оцінкою фінансової стійкості займаються і самі комерційні банки у межах співпраці з іншими банками, а також органи державного регулювання банківської діяльності та рейтингові агентства.

Проведений аналіз наукових досліджень і практичних методик засвідчив, що єдиної, універсальної системи оцінки фінансової стійкості комерційних банків немає. Проте більшість учених і практиків згодні з тим, що фінансова стійкість є інтегральним показником, який слід визначати на основі ряду інших, частинних показників, що характеризують різні сторони фінансово-економічної діяльності комерційних банків. І тут дослідники стикаються з проблемами, які лежать не стіль-

ки в економічній, скільки в математичній площині: показники, які визначають фінансову стійкість, виявляються дуже різноманітними, зв'язки між ними — досить складними, а їхній вплив на інтегральний показник — неочевидним, що значно ускладнює створення адекватної моделі оцінки фінансової стійкості. Для подолання означених труднощів дослідники часто вдаються до певних спрощень: нехтують окремими малозначущими з їхньої точки зору показниками, здійснюють певні перетворення чи заміни для приведення показників до одного типу, штучно спрощують характер міжпоказникових зв'язків тощо. Однак подібні прийоми знижують адекватність математичної моделі і можуть призвести до неможливості її використання на практиці.

Формулювання мети статті. Метою цієї статті є розробка математичної моделі оцінки фінансової стійкості комерційних банків, яка б адекватно формалізувала експертні знання, мала гнучку структуру і високу здатність адаптації до експертних даних.

Виклад основного матеріалу. Для досягнення поставленої мети пропонуємо використати математичний апарат теорії нечітких множин і нечіткої логіки [2; 3 та ін.], який має такі особливості: може формалізувати залежності практично будь-якої складності, параметри у нечітких моделях можуть бути різнотипними, для опису залежностей між параметрами використовується природна мова, нечіткі моделі мають високу здатність адаптації до експертних даних.

Методика побудови моделі на основі математичного апарату теорії нечітких множин і нечіткої логіки передбачає вирішення таких задач [3]: виділення параметрів, які характеризують досліджувану систему, визначення і формалізація лінгвістичних оцінок параметрів (фазифікація), побудова нечіткої бази знань про взаємозв'язки між параметрами, реалізація нечіткого логічного висновку про вплив вхідних параметрів на вихідний, перетворення нечіткого логічного рішення в чітке значення (дефазифікація).

Відповідно до наведеної методики моделювання спочатку виділимо параметри, які визначають фінансову стійкість комерційних банків. Як ми вже зазначали, на сьогодні існує багато різних методик оцінки фінансової стійкості, автори яких виходячи з власного досвіду пропонують різну кількість і склад параметрів фінансової стійкості. Візьмемо за основу, мабуть, найвідомішу серед вітчизняних учених і банківських аналітиків методику [1], розроблену російськими вченими під керівництвом Кромонова В. С. За цією методикою рівень фінансової стійкості комерційних банків оцінюють за формулою

$$N = 45\% \cdot k_1 + 20\% \cdot k_2 + 10\% \cdot k_3/3 + 15\% \cdot k_4 + 5\% \cdot k_5 + 5\% \cdot k_6/3, \quad (1)$$

де k_1 — генеральний коефіцієнт надійності, k_2 — коефіцієнт миттєвої ліквідності, k_3 — крос-коефіцієнт, k_4 — генеральний коефіцієнт

ліквідності, k_5 — коефіцієнт захищеності капіталу, k_6 — коефіцієнт фондової капіталізації прибутку (формули для розрахунку зазначених показників можна знайти, наприклад, в [1]).

Показники у формулі (1) підібрані так, щоб якомога повніше відобразити фінансово-економічну діяльність комерційного банку, а сама формула має адитивний вигляд, тобто чим більше значення має кожен з показників, тим більшим у підсумку виявляється рівень фінансової стійкості. При цьому кожен з показників фінансової стійкості нормується евристичним методом і множиться на емпіричну вагу. Евристичний метод нормування в даному випадку полягає в тому, що значення показників, які характеризують діяльність банку, ділять на відповідні показники «ідеального банку», що має оптимальне співвідношення між надійністю і прибутковістю. Згідно з методикою «ідеальним банком» вважається банк, який має такі значення показників: $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $k_3 = 3$, $k_4 = 1$, $k_5 = 1$, $k_6 = 3$. Емпіричну вагу кожного показника визначено в результаті експертного дослідження його значущості (k_1 —45%, k_2 —20%, k_3 —10%, k_4 —15%, k_5 —5%, k_6 —5%) і підібрано так, щоб значення рівня фінансової стійкості N коливалося в межах від 0% (абсолютно нестійкий банк) до 100% (ідеально стійкий банк).

Описана методика, незважаючи на її популярність, не позбавлена недоліків, більшість з яких лежить в економічній площині [1]. Ми ж хочемо зосередити увагу на математичних аспектах. Так, на нашу думку, зв'язок згаданих шести параметрів з фінансовою стійкістю, виражений у вигляді зваженої нормованої суми, недостатньо адекватно формалізує всю сукупність експертних знань про такий зв'язок. Також недоліком функціональної залежності (1) є те, що вона має «жорстку структуру»: при спробі ввести в модель додаткові параметри (чи вилучити окремі) доведеться переглянути значення всіх вагових коефіцієнтів або навіть повністю змінити вигляд функціональної залежності. Однак погодимося з вибором параметрів, за якими визначають рівень фінансової стійкості комерційних банків автори описаної методики, і перейдемо до визначення і формалізації лінгвістичних оцінок параметрів.

Лінгвістичною змінною називають змінну, яка приймає значення з множини слів або словосполучень певної природної чи штучної мови. Ці значення називають лінгвістичними термами або просто термами, а їх повний перелік — терм-множиною [2]. По суті лінгвістичні змінні нечітких математичних моделей є еквівалентами змінних (параметрів) класичних моделей, а терми — якісними еквівалентами кількісних значень цих параметрів. Назви і кількість термів обирають виходячи із суті конкретної лінгвістичної змінної і вони можуть бути різними для різних лінгвістичних змінних, однак максимальна кількість термів лінгвістичної змінної, як зазначено в [3], повинна складати не більше 7 ± 2 . Приймаючи це до уваги, з метою уніфікації подальших матема-

тичних викладок сформуємо таку загальну для всіх вхідних лінгвістичних змінних нечіткої моделі систему термів: H (низький), C (середній), B (високий). Для вихідної лінгвістичної змінної нечіткої моделі, з якою будемо асоціювати рівень фінансової стійкості, візьмемо терми H (низький), nC (нижчий середнього), C (середній), eC (вищий середнього), B (високий), ∂B (дуже високий).

Терми лінгвістичних змінних нечітких математичних моделей формалізують за допомогою нечітких множин. Нечіткою множиною \tilde{A} на універсальній множині U називають сукупність пар $(u, \mu^{\tilde{A}}(u))$, де $\mu^{\tilde{A}}(u)$ — ступінь належності елемента u універсальної множини U нечіткій множині \tilde{A} [3]. Ступінь належності $\mu^{\tilde{A}}(u)$ може приймати значення від 0 до 1: чим більше його значення, тим більшою мірою елемент u належить нечіткій множині \tilde{A} . Функцією належності називають функцію, яка дає можливість обчислити ступінь належності довільного елемента універсальної множини нечіткій множині. Якщо універсальна множина складається зі скінченної кількості елементів $U = \{u_1, \dots, u_k\}$, нечітку множину записують у вигляді $\tilde{A} = \sum_{i=1}^k \mu^{\tilde{A}}(u_i)/u_i$, у випадку неперервної множини U нечітку множину записують як $\tilde{A} = \int_U \mu^{\tilde{A}}(u)/u$.

Для нашої математичної моделі в ролі універсальних множин для термів лінгвістичних змінних приймемо діапазони можливих значень відповідних показників фінансової стійкості (табл. 1), а для формалізації термів вхідних лінгвістичних змінних x_i , $i=1, \dots, 6$ і вихідної лінгвістичної змінної y будемо використовувати гаусові функції відповідно такого вигляду:

$$\mu^{a_j}(x_i) = \exp\left[-\frac{(x_i - g_{a_j})^2}{2h_{a_j}^2}\right], \quad \mu^{b_j}(y) = \exp\left[-\frac{(y - g_{b_j})^2}{2h_{b_j}^2}\right], \quad (2)$$

де a_j — j -ий терм лінгвістичної змінної x_i , $i=1, \dots, 6$, $j=1, 2, 3$; g_{a_j} — координата максимуму функції $\mu^{a_j}(x_i)$; h_{a_j} — коефіцієнт стискання-розтягу функції $\mu^{a_j}(x_i)$; b_j — j -ий терм лінгвістичної змінної y , $j=1, \dots, 6$; g_{b_j} — координата максимуму функції $\mu^{b_j}(y)$; h_{b_j} — коефіцієнт стискання-розтягу функції $\mu^{b_j}(y)$.

Нечіткою базою знань про вплив вхідних лінгвістичних змінних x_i , $i = 1, \dots, n$ на вихідну лінгвістичну змінну y називають сукупність логічних висловлювань типу [3]

$$\begin{aligned} & \text{якщо } (x_1 = a_1^{j1}) \text{ і } (x_2 = a_2^{j1}) \text{ і } \dots \text{ і } (x_n = a_n^{j1}) \\ & \text{або } (x_1 = a_1^{j2}) \text{ і } (x_2 = a_2^{j2}) \text{ і } \dots \text{ і } (x_n = a_n^{j2}) \text{ або } \dots \\ & \text{або } (x_1 = a_1^{jk_j}) \text{ і } (x_2 = a_2^{jk_j}) \text{ і } \dots \text{ і } (x_n = a_n^{jk_j}), \\ & \text{то } y = b_j, \quad j = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (3)$$

де a_i^{jp} — лінгвістичний терм, яким оцінюється вхідна лінгвістична змінна x_i в рядку jp , $p = 1, \dots, k_j$; k_j — кількість рядків-кон'юнкцій, в яких вихідна лінгвістична змінна y оцінюється лінгвістичним термом b_j ; m — кількість лінгвістичних термів, які використовуються для оцінки вихідної лінгвістичної змінної y .

Для зручності нечітку базу знань часто подають у вигляді таблиці (матриці знань [3]) розмірності $(n+1) * N$, де $n+1$ — кількість стовпців, а N — кількість рядків. Перші n стовпців матриці знань відповідають вхідним лінгвістичним змінним x_i , $i = 1, \dots, n$, а останній стовець $n+1$ — вихідній лінгвістичній змінній y . Рядки представляють комбінації термів вхідних лінгвістичних змінних x_i , віднесених до одного з можливих варіантів значень b_j , $j = 1, \dots, m$ вихідної лінгвістичної змінної y , при цьому перші k_1 рядків відповідають значенню b_1 , наступні k_2 рядків — значенню b_2 , і т.д., а останні k_m рядків — значенню b_m ($k_1 + k_2 + \dots + k_m = N$). Елемент a_i^{jp} , що знаходиться на перетині i -го стовпця та jp -го рядка, $p = 1, \dots, k_j$, відповідає терму параметра x_i в рядку jp , при цьому терм a_i^{jp} вибирається з термножини відповідної вхідної лінгвістичної змінної x_i . Крім того, матрицю знань іноді доповнюють стовпцем, в якому відображають ваги правил w^{jp} , що виражають суб'єктивну міру впевненості експерта в адекватності правила. На етапі формування структури нечіткої моделі ваги правил можуть бути прийняті рівними одиниці.

Для побудови нечіткої бази знань, як правило, залучають експертів у відповідній предметній області. В нашому випадку використовуємо для цього модель Кромонава (1), яка за своєю суттю є екстрак-

том експертних знань про вплив показників діяльності комерційного банку на його фінансову стійкість.

Таблиця 1

Лінгвістичні змінні нечіткої математичної моделі оцінки фінансової стійкості комерційних банків

Змінна	Множина	Терми	Параметри функцій належності
x_1	$[0; 1]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 0,5, g_B = 1,$ $h_H = 0,17, h_C = 0,17, h_B = 0,17$
x_2	$[0; 1]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 0,5, g_B = 1,$ $h_H = 0,17, h_C = 0,17, h_B = 0,17$
x_3	$[0; 3]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 1,5, g_B = 3,$ $h_H = 0,51, h_C = 0,51, h_B = 0,51$
x_4	$[0; 1]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 0,5, g_B = 1,$ $h_H = 0,17, h_C = 0,17, h_B = 0,17$
x_5	$[0; 1]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 0,5, g_B = 1,$ $h_H = 0,17, h_C = 0,17, h_B = 0,17$
x_6	$[0; 3]$	H, C, B	$g_H = 0, g_C = 1,5, g_B = 3,$ $h_H = 0,51, h_C = 0,51, h_B = 0,51$
y	$[0; 100]$	$H, nC,$ $C, vC,$ $B, \partial B$	$g_H = 0, g_{nC} = 20, g_C = 40,$ $g_{vC} = 60, g_B = 80, g_{\partial B} = 100,$ $h_H = 8,49, h_{nC} = 8,49, h_C = 8,49,$ $h_{vC} = 8,49, h_B = 8,49, h_{\partial B} = 8,49$

Правила будемо будувати за таким алгоритмом:

- генеруємо випадкові значення для вхідних параметрів та обчислюємо значення вихідного параметра за формулою (1);
- для отриманих значень вхідних і вихідного параметрів вибираємо ті лінгвістичні терми, для яких значення функції належності максимальне;
- генеруємо правило бази знань, використовуючи логічну операцію «і» та лінгвістичні терми.
- повторюємо попередні кроки необхідну кількість раз.

Як зазначено в [3], загальна кількість правил в базі знань повинна бути меншою числа всіх можливих комбінацій термів вхідних параметрів. В нашому випадку було вирішено обмежитися 30 правилами (табл. 2).

Таблиця 2

Матриця знань нечіткої математичної моделі оцінки
фінансової стійкості комерційних банків

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y
1	H	H	H	H	H	C	H
2	H	H	H	H	H	B	H
3	H	H	H	H	B	C	H
4	H	C	C	H	H	H	HС
5	H	H	B	C	H	H	HС
6	H	H	B	C	H	C	HС
7	H	C	H	C	H	B	HС
8	H	C	C	C	C	H	HС
9	H	B	C	H	H	C	HС
10	C	H	H	C	C	H	C
11	C	H	H	C	H	B	C
12	C	H	H	C	C	B	C
13	H	B	B	C	C	C	C
14	H	B	B	C	C	B	C
15	C	B	H	H	B	H	C

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y
16	B	H	H	H	B	C	вС
17	B	H	H	C	H	C	вС
18	B	H	H	C	H	B	вС
19	C	B	B	C	H	C	вС
20	C	B	B	C	C	C	вС
21	C	B	C	B	B	H	вС
22	C	B	B	B	H	C	B
23	B	H	C	B	B	C	B
24	B	C	H	B	H	B	B
25	B	C	H	B	B	C	B
26	B	H	B	B	B	B	B
27	B	B	H	B	B	H	B
28	B	B	C	B	H	B	∂B
29	B	B	B	C	B	B	∂B
30	B	B	B	B	H	B	∂B

Система нечітких логічних висловлювань, яка відповідає наведеній матриці знань, виглядає так (подано скорочений вигляд):

якщо $(x_1 = H) \text{ і } (x_2 = H) \text{ і } (x_3 = H) \text{ і } (x_4 = H) \text{ і } (x_5 = H) \text{ і } (x_6 = C)$

або ...

або $(x_1 = H) \text{ і } (x_2 = H) \text{ і } (x_3 = H) \text{ і } (x_4 = H) \text{ і } (x_5 = B) \text{ і } (x_6 = C)$,

то $y = H$;

якщо ..., то ...;

(4)

якщо $(x_1 = B) \text{ і } (x_2 = B) \text{ і } (x_3 = C) \text{ і } (x_4 = B) \text{ і } (x_5 = H) \text{ і } (x_6 = B)$

або ...

або $(x_1 = B) \text{ і } (x_2 = B) \text{ і } (x_3 = B) \text{ і } (x_4 = B) \text{ і } (x_5 = H) \text{ і } (x_6 = B)$,

то $y = \partial B$.

Нечіткий логічний висновок про відповідність конкретних значень вхідних параметрів x_1, \dots, x_n нечіткій множині вихідного пара-

метра \tilde{y} реалізують, переходячи від логічних висловлювань до нечітких логічних рівнянь [3]. Такі рівняння отримують з бази знань шляхом заміни лінгвістичних термів на функції належності, а операцій «і» та «або» — на операції знаходження мінімуму (\wedge) та максимуму (\vee) відповідно, при цьому вага правила враховується шляхом множення нечіткого виразу на відповідне значення ваги:

$$\mu^{b_j}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{p=1, k_j} w^{j_p} \cdot \bigwedge_{i=1, n} [\mu^{i_p}(x_i)], \quad (5)$$

Для нашої математичної моделі система нечітких логічних рівнянь запишеться так:

$$\begin{aligned} \mu^H(x_1, \dots, x_6) = & \left[\mu^H(x_1) \wedge \mu^H(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^H(x_5) \wedge \mu^C(x_6) \right] \vee \dots \\ & \vee \left[\mu^H(x_1) \wedge \mu^H(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^B(x_5) \wedge \mu^C(x_6) \right]; \\ & \dots \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu^{OB}(x_1, \dots, x_6) = & \left[\mu^B(x_1) \wedge \mu^B(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^H(x_5) \wedge \mu^B(x_6) \right] \vee \dots \\ & \vee \left[\mu^B(x_1) \wedge \mu^B(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^H(x_5) \wedge \mu^B(x_6) \right]. \end{aligned}$$

Нечітку множину \tilde{y} визначимо з формули

$$\tilde{y} = \bigcup_{j=1, 6} \int_0^{100} \frac{\min(\mu^{b_j}(x_1, \dots, x_6), \mu^{b_j}(y))}{y} dy, \quad (7)$$

де \cup — операція об'єднання нечітких множин.

Останній крок побудови нечіткої моделі передбачає операцію дефазифікації, тобто перетворення отриманої нечіткої множини \tilde{y} в чітке значення y . Дефазифікацію будемо проводити за формулою

$$y = \frac{\int_0^{100} y \cdot \mu^{\tilde{y}}(y) dy}{\int_0^{100} \mu^{\tilde{y}}(y) dy}. \quad (8)$$

Отримана сукупність співвідношень (2), (6), (7), (8) дає можливість оцінювати рівень фінансової стійкості комерційних банків, використовуючи такий алгоритм:

- 1) на основі даних звітної документації банку обчислюють значення вхідних параметрів x_1, \dots, x_6 ;
- 2) за допомогою формули (2) обчислюють ступені належності $\mu^{a_j}(x_i)$ значень вхідних параметрів x_1, \dots, x_6 до термів a_j ;
- 3) на основі формули (6) обчислюють ступені належності $\mu^{b_j}(x_i)$ значень вхідних параметрів x_1, \dots, x_6 до термів b_j ;

- 4) використовуючи формулу (7), отримують нечітку множину \tilde{y} ;
- 5) за допомогою формули (8) обчислюють значення вихідного параметра y .

Визнаємо, що використання наведеного алгоритму для «ручного» аналізу фінансової стійкості комерційних банків є не надто зручним — його краще реалізувати у вигляді програмного модуля, використовуючи відомі мови програмування або математичні пакети (наприклад, Matlab), і застосовувати у складі інформаційних систем підтримки прийняття рішень.

Адекватність розробленої нечіткої моделі оцінювалася шляхом порівняння результатів нечіткого логічного висновку з результатами, отриманими за формулою Кромонава. Для цього було згенеровано 50 комбінацій випадкових значень параметрів фінансової стійкості. Отримані результати виявилися досить близькими (рис. 1), що свідчить про високий ступінь адекватності розробленої моделі. При необхідності можна досягнути ще вищого ступеня адекватності, оптимізувавши параметри функцій належності лінгвістичних термів і ваги правил нечіткої бази знань. Проте така оптимізація є окремою математичною задачею і стане предметом подальших наукових досліджень.

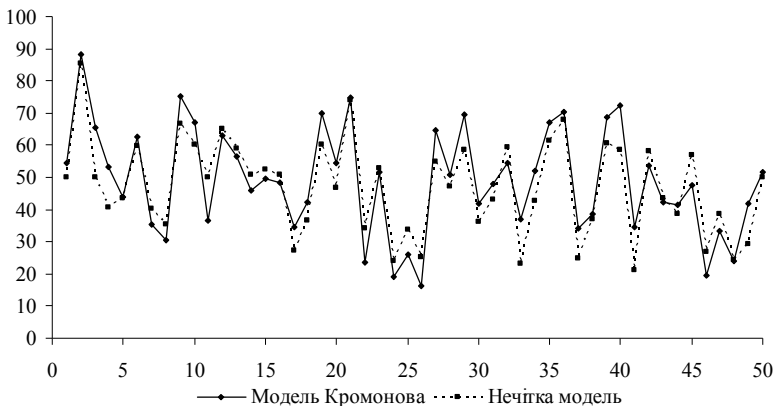


Рис. 1. Результати оцінки фінансової стійкості комерційних банків на основі моделі Кромонава і на основі нечіткої моделі

Висновки. У результаті проведеного дослідження розроблено математичну модель оцінки фінансової стійкості комерційних банків на основі нечітких множин і нечіткої логіки. Суттєвою перевагою розробленої нечіткої моделі порівняно з відомими моделями є те, що зв'язок між вхідними параметрами і вихідним параметром описується за допомогою понять природної мови, які об'єктивно є значно «ближчими» для експертів-аналітиків, ніж абстрактні математичні поняття. Це за-

безпечує високий рівень адекватності формалізації експертних знань про вплив показників фінансово-економічної діяльності комерційного банку на його фінансову стійкість. Ще однією перевагою розробленої моделі є «гнучкість» її структури, що дає можливість вводити в неї додаткові параметри чи вилучати наявні, розширювати діапазони варіації параметрів, змінювати взаємозв'язки між параметрами без зміни структури моделі. Також розроблена модель має високу здатність адаптації до експертних даних завдяки наявності в ній значної кількості параметрів, які можуть бути оптимізовані.

Список використаних джерел:

1. Гумен І. Складові банківських рейтингів: науково-практичний аспект / І. Гумен // Вісник НБУ. — 2000. — №1. — С. 57–60.
2. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. — М. : Мир, 1976. — 167 с.
3. Ротштейн О. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетичні алгоритми, нейронні мережі / О. П. Ротштейн. — Вінниця : Універсум-Вінниця, 1999. — 320 с.

The article considers the mathematical model of business solvency estimation of commercial banks based on fuzzy sets and fuzzy logic. It provides an adequate formalization of expert knowledge, has a flexible structure and a high ability of adaptation to the expert data, so it ensures a high accuracy of business solvency estimation.

Key words: *fuzzy set, fuzzy logic, fuzzy mathematical model, estimation, business solvency, commercial bank.*

Отримано: 20.03.2013