УДК 519.83

ПРОЦЕДУРА ОБЧИСЛЕННЯ ВНУТРІШНЬОЇ ВАЛЮТИ В РЕФЛЕКСИВНИХ ІГРАХ

С.А. СМИРНОВ, І.М. ТЕРЕЩЕНКО

Розглянуто задачу прийняття рішень в умовах конфлікту та багатокритеріальної невизначеності. Звичайне використання в такому разі пошуку рішення в складній системі за допомогою теорії корисності запропоновано скомбінувати з ігровим підходом в умовах рефлексивної взаємодії. Моделювання рефлексивної поведінки дає можливість аналізувати ситуації, коли прийняті рішення відрізняються від нерефлексивної раціональної поведінки та дослідити і виявити внутрішні причини такої поведінки. Розв'язання вказаної проблеми базується на використанні поняття внутрішньої валюти, запропонованої В.О. Лефевром. Заропоновану ним постановку задачі було переосмислено, що враховує багатозначність інтересів сторін. На основі такого розширення поняття створено процедуру визначення внутрішньої валюти для розв'язування конфліктної ситуації в умовах багатокритеріального вибору. Для обчислення точної оцінки внутрішньої валюти суперника на основі номінально відомих критеріїв використано інтерактивний метод Джоффріона–Дійєра–Файнберга. Його застосування дало можливість відновити вектор градієнту внутрішньої валюти за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення, які визначаються експертною процедурою, и як наслідок, отримати ефективну рефлексивну стратегію гравця.

ВСТУП

Прийняття управлінських рішень та прогнозування можливих результатів пов'язане із ситуацією багатокритеріального вибору. Особа, яка приймає рішення, стикається з пошуком оптимального розв'язку в складній системі взаємозалежних компонент. Рішення на основі теорії корисності ґрунтується на припущенні раціональності поведінки такої особи. Однак відомі ситуації, коли прийняті рішення відхиляються від тих, які б здавалися раціональними з точки зору теорії корисності. Застосування ігрового підходу до вирішення цієї проблеми на основі рефлексивних ігор призводять до моделювання рефлексивної поведінки, дослідження якої дозволяє проаналізувати та виявити внутрішні нераціональні причини такої поведінки особи під час прийняття рішення.

Одне з рішень, розроблених для розв'язку цієї проблеми, запропонував В.О. Лефевр [1] шляхом введення поняття внутрішньої валюти. Цей термін являє собою наше уявлення щодо свого узагальненого критерію вибору, який будується з урахуванням ваг, що вказують на ту чи іншу ступінь значущості номінальних критеріїв — свого та суперника. Аналогічно ми будуємо для себе внутрішню валюту суперника, чим намагаємось передбачити його дії. Таким чином, використовуючи це поняття, ми вважаємо, що суперник думає якимось певним чином і на основі цього робимо свої дії, відповідно, таке ж саме робить супротивник. Власне, тепер можна перейти до побудови моделі дій. В.О. Лефевр пропонує розглянути конфлікт, учасниками якого є гравці X та Y, причому їхні дії розглядаються в рамках функціонування соціального середовища. Припустимо, що гравець X грає не оптимально з точки зору відомих номінальних критеріїв. Якщо нема підстав сумніватися в розумності поведінки X, то логічно випливає, що цінності, які приписуються цьому гравцю, не відповідають нашій уяві про нього. Тобто, такий гравець вирішує іншу задачу, мету якої не розпізнав супротивник. Аналогічно розцінюємо дії гравця Y з точки зору гравця X, який теж намагається передбачити свого супротивника, вважаючи, що той використовує якусь певну систему цінностей. То ж кожен з гравців на підставі певних факторів, знань тощо намагається спрогнозувати дії свого суперника для досягнення своєї максимальної корисності.

Велику кількість технологій керування поведінкою людини та їх варіантів, що відома на сьогодні, вченим О.А. Денисовим [2] було запропоновано впорядкувати за допомогою двох граничних класів, як протилежних випадків:

- клас технологій реактивного керування;
- клас технологій рефлексивного керування.

Обидва класи технологій керування поведінкою легко визначаються за способом досягнення своєї цільової функції. У ході реактивного керування повністю ламається опір суперника, його здібність здійснювати вибір знищується. Таке керування ставить своєю метою зведення поведінки суперника до виконання наказів. Рефлексивне ж керування має на меті керування поведінкою суперника за умови, що неможливо знищити здібність останнього усвідомлювати поточну ситуацію та здійснювати вибір. Таким чином, вирішення проблем рефлексивного керування більш актуальне та є набагато ефективним, оскільки дозволяє керувати поведінкою вибору в значно широкому спектрі ситуацій. Більш того, не завжди можна позбавити можливості вибору, наприклад, в конкурентній боротьбі фірм, військових конфліктах тощо.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Математична модель побудови внутрішньої валюти, запропонована В.О. Лефевром спільно з П.В. Барановим і В.Є. Лепським, виглядає наступним чином. Нехай гравці X та Y отримують певні номінальні виграші A та B відповідно. Додатково вводяться величини α та β. Параметр α характеризує відношення гравця X до самого себе, ступінь важливості своїх цінностей, а параметр β — його відношення до партнера. Відповідно, такі ж параметри вводяться і для гравця Y. Тоді внутрішня валюта кожного з них будується за наступним правилом:

$$H_1^{(X)} = A + A\alpha + B\beta,$$

$$H_1^{(Y)} = B + B\alpha + A\beta,$$

де $H_1^{(X)}$ та $H_1^{(Y)}$, відповідно, внутрішні валюти гравців X та Y з точки зору гравця X.

Звернемо увагу на параметри α та β. Їх можна розглядати як коефіцієнти, причому α відомо гравцю X, оскільки він знає свої дії, свою систему цінностей, а параметр β — це міра готовності гравця X враховувати інтереси свого суперника, його систему цінностей. Аналогічно такі припущення використовуються і для гравця Y.

Отже, перейдемо до наступного кроку. На другому кроці рефлексії отримуємо такі вирази:

$$H_2^{(X)} = H_1^{(X)} + H_1^{(X)}\alpha + H_1^{(Y)}\beta,$$

$$H_2^{(Y)} = H_1^{(Y)} + H_1^{(Y)}\alpha + H_1^{(X)}\beta.$$

Таким чином, на n-му кроці вирази набувають наступного вигляду:

$$H_n^{(X)} = H_{n-1}^{(X)} + H_{n-1}^{(X)}\alpha + H_{n-1}^{(Y)}\beta,$$

$$H_n^{(Y)} = H_{n-1}^{(Y)} + H_{n-1}^{(Y)}\alpha + H_{n-1}^{(X)}\beta.$$

Надалі В.О. Лефевр вводить штучне припущення, якщо n — відповідний ранг рефлексії, то параметри α й β мають наступний вигляд: $\alpha = \frac{\alpha_0}{n}$, $\beta = \frac{\beta_0}{n}$. Тоді, взявши границю при $n \to \infty$, отримуємо граничні оцінки для суми та різності:

$$H^{(X)} + H^{(Y)} = (A + B)\exp(\alpha_0 + \beta_0),$$

$$H^{(X)} - H^{(Y)} = (A - B)\exp(\alpha_0 - \beta_0).$$

Звідси отримуємо вираз для $H^{(X)}$:

$$H^{(X)} = (A\operatorname{ch}\beta_0 + B\operatorname{ch}\beta_0)\exp\alpha_0.$$

Аналогічно отримуємо оцінку для $H^{(Y)}$.

Проаналізувавши цю модель, можна вказати на її певну умовність. Основними недоліками такої моделі є те, що у ході побудови критерію внутрішньої валюти використовується лише один критерій для кожного з гравців, проте в реальному світі їх завжди декілька, причому їхня кількість може бути різною у кожного з суперників, а про деякі вони можуть і не здогадуватися. Також у ході побудови критерію для обох гравців використовуються однакові і незмінні параметри, щодо вигляду яких введено штучне припущення.

Мета роботи — створення процедури визначення внутрішньої валюти для розв'язку конфліктної ситуації в умовах багатокритеріального вибору. В ідеальному варіанті результат, отриманий за допомогою моделі, має бути прийнятним з погляду корисності для гравця, а також з математичної точки зору.

ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ МОДЕЛІ

Для розгляду пропонується модель внутрішньої валюти з урахуванням рефлексії першого рангу, що має наступний вигляд:

$$H_1^X = \sum_{\mu} \alpha_{\mu} A_{\mu}^X + \sum_{\nu} \beta_{\nu} B_{\nu}^X ,$$

$$H_1^{XY} = \sum_{\mu} \alpha'_{\mu} A_{\mu}^X + \sum_{\nu} \beta'_{\nu} B_{\nu}^X ,$$

$$H_1^Y = \sum_{\mu} \alpha''_{\mu} A_{\mu}^Y + \sum_{\nu} \beta''_{\nu} B_{\nu}^Y ,$$

$$H_1^{YX} = \sum_{\mu} \alpha'''_{\mu} A_{\mu}^Y + \sum_{\nu} \beta'''_{\nu} B_{\nu}^Y ,$$

де H_1^X — модель внутрішньої валюти першого гравця X, H_1^{XY} — модель внутрішньої валюти другого гравця Y в уявленні X. Аналогічно, для гравця Y моделі внутрішньої валюти H_1^Y та H_1^{YX}. Оскільки ми працюємо з ваговими коефіцієнтами, то величини A й B без ваг не використовуємо. Перейдемо до розгляду параметрів, де: α_{μ} — наші вагові коефіцієнти для наших критеріїв; α'_{μ} — ми вважаємо, що таким чином наші критерії оцінює супротивник; β_{ν}, β'_{ν} — наше уявлення про вагові коефіцієнти суперника щодо його критеріїв; β''_{ν} — справжні оцінки своїх критеріїв суперником; β'''_{ν} — суперник вважає, що ми так оцінюємо його дії; α''_{μ}, α'''_{μ} — супротивник оцінює наші дії зі своєї точки зору; A_{μ}^X — наші критерії; B_{ν}^X — критерії, що використовує суперник з нашої точки зору; A_{μ}^Y — наші критерії з точки зору суперника; B_{ν}^Y — справжні критерії, що використовує суперник.

Оскільки під час розв'язку такої задачі є певна невизначеність щодо точної оцінки параметрів суперника та його критеріїв, то для вирішення цієї проблеми пропонується використати інтерактивні методи, щоб людина, яка приймає рішення, мала змогу аналізувати результати на певній ітерації та коригувати параметри задачі для розв'язування на наступному кроці. У цій роботі застосовано метод Джоффріона-Дайєра-Файнберга [3–4], оскільки він дає можливість відновити градієнт за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення, які визначаються опитуванням експертів. Цей метод базується на використанні ідеї Френка-Вулфа [5].

Сформуємо повністю алгоритм процедури побудови внутрішньої валюти.

1. На першому кроці особа, що приймає рішення, задає початкове значення параметрів у критеріальному просторі. Вважаючи один з критеріїв опорним, його значення змінюється на більш краще порівняно з початковим. Тепер необхідно визначити, яка зміна за іншим критерієм стане еквіва-

лентною заданій зміні опорного критерію. На основі відповідей особи, що приймає рішення, треба побудувати вектор, вздовж якого зміна глобального критерію буде найбільш ефективною. Саме тут для пошуку градієнта застосовується метод Джоффріона-Дайєра-Файнберга, щоб відновити градієнт за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення. В результаті застосування вказаного методу знаходяться коефіцієнти α_μ та β_ν, які є нормованими координатами вектору градієнта, та будується модель внутрішньої валюти H_1^X першого гравця X.

2. На другому етапі за такою ж схемою визначаються коефіцієнти α'_μ та β'_ν й будується, відповідно, модель H_1^{XY}.

3. Таким же чином, другий гравець Y обчислює свої моделі внутрішньої валюти H_1^Y та H_1^{YX}.

4. На наступному етапі, знаючи H_1^{XY} й H_1^X, H_1^{YX} й H_1^Y, побудувавши свої біматричні ігри відповідно, перший та другий гравці здійснюють ходи.

5. Оскільки в реальній грі неможливо завжди спрогнозувати дії суперника, то експерти визначають поправочні коефіцієнти α, β, γ, δ для першого гравця. Згідно них уточнюються внутрішні валюти за наступними співвідношеннями:

$$H_2^X = H_1^X + \alpha H_1^X + \beta H_1^{XY},$$

$$H_2^{XY} = H_1^{XY} + \gamma H_1^X + \delta H_1^{XY}.$$

Аналогічні дії виконує другий гравець.

6. Пункт 5 виконується, доки не відбудеться співпадіння або з певною похибкою стануть прогнозованими дії суперника.

ПРИКЛАД РОБОТИ ПРОЦЕДУРИ ДЛЯ ДВОХ КРИТЕРІЇВ

Отже, нехай в критеріальному просторі вибрано будь-яку початкову точку T_0. У цій точці експерт визначає градієнт глобальної цільової функції наступним чином. Один з критеріїв вважається опорним. Змінюємо значення критерію на певну величину так, щоб покращити його порівняно з початковим значенням. Отримуємо точку N. Далі перед експертом ставиться важливе питання: яка зміна іншого критерію компенсує задану зміну опорного критерію? Нехай зміна іншого критерію призводить нас до точки M. Отже, сума векторів $\overline{T_0N}$ й $\overline{T_0M}$ дає точку T_0^*, що еквівалентна T_0. Таким чином, через точки T_0^* й T_0 проходить лінія рівня, до якої будуємо градієнт. Відномовані координати градієнта якраз і будуть значеннями вагових коефіцієнтів критеріїв. Проілюструємо цей приклад рисунком.

Таким чином, ми визначаємо внутрішню валюту нашого суперника і, взявши градієнт його функції корисності, отримуємо відповідний вектор H_1^{XY}. В той же час суперник робить свій крок і ми дізнаємося про значення вектору H_1^Y. Коефіцієнти цього вектора відповідають віднормованим

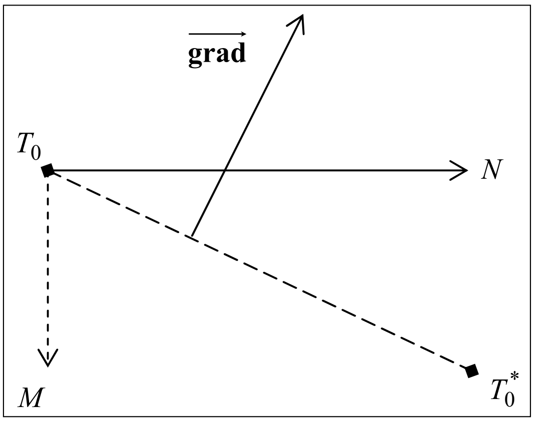

Рисунок. Побудова градієнта для визначення вагових коефіцієнтів внутрішньої валюти

коефіцієнтам градієнту справжньої функції внутрішньої валюти суперника. Проаналізувавши цей вектор, ми маємо можливість зробити певні висновки щодо власної внутрішньої валюти іншого гравця, порівнюючи її з нашим уявленням про неї. Отримані результати дають нам можливість скоригувати відповідні коефіцієнти у ході побудови внутрішньої валюти нашого суперника на наступному кроці.

У багатовимірному просторі процедура визначення вагових коефіцієнтів аналогічна, з тією відмінністю, що експертно оцінюваних коефіцієнтів заміщення багато, тобто і питань до експертів буде більше ($n-1$, де n — кількість критеріїв, що визначають внутрішню валюту).

ВИСНОВКИ

Розроблено процедуру побудови внутрішньої валюти в умовах багатокритеріальності, що дозволяє проводити процес її уточнення за новою інформацією. Це дає можливість при подальшому ході гри на основі аналізу поведінки другої сторони корегувати параметри для побудови внутрішньої валюти суперника.

Узагальнено постановку задачі, запропоновану В.О. Лефевром. Таким чином, за допомогою багатьох критеріїв, було враховано багатозначність інтересів сторін. Запропоновано використовувати метод Джофріона-Дайєра-Файнберга, що дозволяє на основі експертної процедури встановити вагові коефіцієнти критеріїв та побудувати внутрішню валюту гравця у вигляді лінійної згортки.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Лефевр В.А., Баранов П.В., Лепский В.Е.* Внутренняя валюта в рефлексивных играх // Техническая кибернетика. — 1969. — № 4. — С. 29–33.
2. *Денисов А.А.* Нетократия и рефлексия: Засекречивание в постиндустриальном обществе // Рефлексивные процессы и управление. — 2007. — **7**, № 1. — С. 33–50.
3. *Ларичев А.И.* Теория и методы принятия решений, а также Хроники событий в Волшебных Странах: Учебник. Изд. второе, перераб. и доп. — М.: Логос, 2002. — 392 с.
4. *Лотов А.В., Поспелова И.И.* Многокритериальные задачи принятия решений: Учеб. пособие. — М.: МАКС Пресс, 2008. — 197 с.
5. *Штойер Р.* Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.

Надійшла 18.06.2014