УДК 517.95

О. А. Почекета, Р. О. Попович

Оператори редукції рівняння Бюргерса

(Представлено членом-кореспондентом НАН України А. Г. Нікітіним)

Систематично досліджено задачу про оператори редукції рівняння Бюргерса. Наведено нове доведення теореми про спеціальний "no-go" випадок регулярних операторів редукції, а також побудовано зображення коефіцієнтів цих операторів у спеціальному випадку через розв'язки вихідного рівняння.

Еволюційне рівняння другого порядку

$$L[u] := u_t + uu_x + u_{xx} = 0 \tag{1}$$

запропонував Дж. М. Бюргерс як одновимірну модель турбулентності. Його застосовують також для моделювання інших явищ у фізиці, хімії, математичній біології тощо. Досить повний огляд властивостей рівняння Бюргерса зроблено в [1, розділ 4].

Відомо, що рівняння (1) лінеаризується до рівняння теплопровідності $v_t + v_{xx} = 0$ так званою заміною Коула–Хопфа $u = 2v_x/v$ [2, с. 102], але внаслідок його важливості вичерпне вивчення властивостей цього рівняння в рамках симетрійного аналізу є актуальною задачею.

Ліївські симетрії рівняння Бюргерса та деяких його узагальнень досліджували починаючи з 1960-х років. Максимальну алгебру ліївської інваріантності рівняння (1) в процесі групової класифікації диференціальних рівнянь вигляду $u_t + uu_x = (f(u)u_x)_x$ вперше обчислив В. Л. Катков [3]. Її породжують векторні поля

$$\partial_t, \qquad \partial_x, \qquad 2t\partial_t + x\partial_x - u\partial_u, \qquad t\partial_x + \partial_u, \qquad t^2\partial_t + tx\partial_x + (x - tu)\partial_u.$$

Відповідну повну групу G точкових симетрій рівняння (1) складають перетворення

$$\tilde{t} = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta}, \qquad \tilde{x} = \frac{\kappa x + \mu_1 t + \mu_0}{\gamma t + \delta}, \qquad \tilde{u} = \frac{\kappa(\gamma t + \delta)u - \kappa\gamma x + \mu_1\delta - \mu_0\gamma}{\alpha\delta - \beta\gamma},$$

де α, β, γ, δ, μ_0, μ_1 та κ — довільний набір сталих, визначених з точністю до ненульового множника, причому $\alpha\delta - \beta\gamma = \kappa^2 > 0$. З точністю до композиції з неперервними точковими симетріями група G містить лише одну дискретну симетрію $(t, x, u) \to (t, -x, -u)$.

Редукції диференціальних рівнянь з частинними похідними за допомогою їх ліївських симетрій, як правило, не дають достатньо широких сімей точних розв'язків цих рівнянь. У 1969 р. запропоновано так званий метод некласичної редукції, який використовує набагато ширший клас векторних полів, ніж ліївські симетрії [4]. Пізніше такі векторні поля отримали назву некласичних (умовних) симетрій або операторів редукції.

Оператором редукції рівняння (1) є векторне поле вигляду

$$Q = \tau(t, x, u)\partial_t + \xi(t, x, u)\partial_x + \eta(t, x, u)\partial_u \tag{2}$$

з коефіцієнтами τ і ξ, що не дорівнюють одночасно нулю, яке дозволяє побудувати анзац, що зводить це рівняння до звичайного диференціального рівняння. Загальне означення операторів редукції див., наприклад, у [5]. Оператори ліївської симетрії також є операторами редукції. На множині операторів редукції існує відношення еквівалентності, породжене домноженням на функції від (t, x, u), які не набувають нульових значень.

Рівняння Бюргерса стало першим диференціальним рівнянням, розглянутим з точки зору некласичних симетрій, після відомої роботи [4]. Відповідні результати, вперше отримані Г. С. Вудардом, наведено в [6]. З інших публікацій, що стосуються некласичних симетрій рівняння Бюргерса, варто відзначити [7–12]. П. Олвер і Є. М. Воробйов дослідили некласичні симетрії системи диференціальних рівнянь першого порядку, що еквівалентна рівнянню Бюргерса [9]. Але насправді всі згадані статті містять лише окремі фрагменти розв'язання задачі про оператори редукції рівняння (1), до того ж подані доведення не оптимізовано, а відповідні твердження сформульовано нечітко. Метою цієї роботи є повне розв'язання задачі про оператори редукції рівняння Бюргерса з використанням спеціальних методів теорії умовних симетрій.

Визначальні рівняння для коефіцієнтів операторів редукції. Дослідження операторів редукції рівняння Бюргерса проводимо аналогічно [13].

Для $(1 + 1)$-вимірних еволюційних рівнянь задача знаходження операторів редукції з коефіцієнтом $\tau = 0$ (такі оператори для еволюційних рівнянь є *сингулярними*) зводиться до розв'язання єдиного визначального рівняння на одну невідому функцію від трьох змінних, причому воно еквівалентне вихідному рівнянню [14, 15]. Для рівняння Бюргерса це визначальне рівняння має вигляд $\eta_t + u\eta_x + \eta^2 + \eta_{xx} + 2\eta\eta_{xu} + \eta^2\eta_{uu} = 0$; коефіцієнт ξ покладено рівним одиниці завдяки згаданому відношенню еквівалентності.

Зосередимося на відшуканні регулярних операторів редукції вигляду (2) з ненульовими значеннями коефіцієнта τ. З урахуванням того ж відношення еквівалентності для будь-якого регулярного оператора Q можна покласти $\tau = 1$. Визначальні рівняння на коефіцієнти ξ та η отримаємо, використовуючи критерій умовної інваріантності $Q_{(2)}L[u] \mid_{\mathcal{L}\cap\mathcal{Q}^{(2)}} = 0$ (див., наприклад, [5]). Тут $Q_{(2)}$ — друге продовження оператора Q; $\mathcal{L}$ — многовид у просторі $J^{(2)}$ струменів другого порядку, який відповідає рівнянню Бюргерса $L[u] = 0$; $\mathcal{Q}^{(2)}$ — многовид у цьому ж просторі струменів, визначений умовою інваріантної поверхні $Q[u] = 0$ та її диференціальними наслідками $D_tQ[u] = 0$ і $D_xQ[u] = 0$, де $Q[u] = \eta - u_t - \xi u_x$ — характеристика оператора Q, а D_t та D_x — оператори повного диференціювання за змінними t і x відповідно. Але за рахунок того, що коефіцієнт τ віднормовано, диференціальні наслідки при виведенні визначальних рівнянь використовувати не потрібно, тобто для переходу на многовид $\mathcal{L} \bigcap \mathcal{Q}^{(2)}$ у критерії умовної інваріантності достатньо врахувати лише рівняння $u_t + uu_x + u_{xx} = 0$ та $\eta - u_t - \xi u_x = 0$. Підставивши отримані з цих рівнянь вирази для u_t та u_{xx} у диференціальну функцію $Q_{(2)}L[u]$ та розщепивши результат за u_x, маємо

$$\begin{aligned}
&\xi_{uu} = 0,\\
&\eta_{uu} = 2\xi_{xu} + 2\xi_u\xi - 2u\xi_u,\\
&\xi_t - u\xi_x + \xi_{xx} + 2\xi_x\xi - 2\eta_{xu} - 2\xi_u\eta - \eta = 0,\\
&\eta_t + u\eta_x + \eta_{xx} + 2\xi_x\eta = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Інтегруючи перші два рівняння, функції ξ та η можна подати у вигляді многочленів від u з коефіцієнтами, які зображено через гладкі функції ξ^1, ξ^0, η^1 і η^0 змінних t, x:

$$\xi = \xi^1 u + \xi^0, \qquad \eta = \frac{1}{3}\xi^1\bigl(\xi^1 - 1\bigr)u^3 + \bigl(\xi^1_x + \xi^1\xi^0\bigr)u^2 + \eta^1 u + \eta^0. \tag{4}$$

Це дозволяє розщепити третє рівняння системи (3) за u, внаслідок чого отримаємо таку систему диференціальних рівнянь на функції ξ^1, ξ^0, η^1 та η^0:

$$\begin{aligned}
&\xi^1(2\xi^1+1)(\xi^1-1) = 0,\\
&\xi^1(2\xi^1+1)\xi^0 + 4\xi^1\xi^1_x = 0,\\
&\xi^1_t - 2(\xi^1\xi^0)_x - 3\xi^1_{xx} - (2\xi^1+1)\eta^1 - \xi^0_x = 0,\\
&\xi^0_t + 2\xi^0\xi^0_x + \xi^0_{xx} - (2\xi^1+1)\eta^0 - 2\eta^1_x = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Подальший розгляд проводимо в залежності від вибору одного з трьох можливих розв'язків першого рівняння. Останнє рівняння системи (3) перепишемо в термінах ξ^1, ξ^0, η^1, η^0 та розщепимо за u окремо для кожного конкретного значення ξ^1.

Випадок $\boldsymbol{\xi^1} = \mathbf{1}$ тривіальний, оскільки, як видно із системи (5), коефіцієнти ξ^0, η^1 та η^0 при цьому значенні ξ^1 нульові. Відповідне векторне поле $Q^1 = \partial_t + u\partial_x$ — єдиний (з точністю до відношення еквівалентності) оператор редукції для рівняння Бюргерса у цьому випадку. Множина Q^1-інваріантних розв'язків складається з двох сімей — двопараметричної та однопараметричної. Двопараметричну сім'ю утворюють функції $u = (x + c_1)/(t + c_2)$, де c_1, c_2 — довільні сталі. Кожен з цих розв'язків є ліївськи інваріантним й еквівалентним масштабно-інваріантному розв'язку $u = x/t$. Елементами однопараметричної сім'ї є сталі функції. Кожна з них інваріантна відносно зсувів і за t, і за x.

Випадок $\boldsymbol{\xi^1} = \mathbf{0}$ повністю розглянуто в [7] (див. також [8]), де відзначено, що відповідні розв'язки рівняння Бюргерса ліївськи інваріантні. Із системи (5) при $\xi^1 = 0$ випливає, що $\eta^1 = -\xi^0_x$ і $\eta^0 = \xi^0_t + 2\xi^0\xi^0_x + 3\xi^0_{xx}$, а розщеплення останнього рівняння системи (3) за u дає

$$\begin{aligned}
&\xi^0_{xx} = 0,\\
&\xi^0_{tt} + 2\xi^0\xi^0_{tx} + 4\xi^0_t\xi^0_x + 4\xi^0\bigl(\xi^0_x\bigr)^2 = 0.
\end{aligned}$$

Звідси отримаємо, що $\xi^0 = \xi^{01}(t)x + \xi^{00}(t)$, де коефіцієнти ξ^{01} та ξ^{00} задовольняють систему

$$\begin{aligned}
&\xi^{01}_{tt} + 6\xi^{01}\xi^{01}_t + 4\bigl(\xi^{01}\bigr)^3 = 0,\\
&\xi^{00}_{tt} + 4\xi^{01}\xi^{00}_t + 2\xi^{01}_t\xi^{00} + 4\bigl(\xi^{01}\bigr)^2\xi^{00} = 0.
\end{aligned}$$

Заміна $\xi^{01} = \alpha_t/2\alpha$, $\xi^{00} = \beta/\alpha$ зводить цю систему до двох простих незачеплених рівнянь $\alpha_{ttt} = 0$ і $\beta_{tt} = 0$ відносно функцій $\alpha = \alpha(t)$ і $\beta = \beta(t)$, а тому

$$\xi^{01} = \frac{c_2t + c_1}{c_2t^2 + 2c_1t + c_0}, \qquad \xi^{00} = \frac{c_4t + c_3}{c_2t^2 + 2c_1t + c_0},$$

де $c_0, \ldots, c_4$ — довільні сталі, для яких $(c_0, c_1, c_2) \neq (0, 0, 0)$. Залишається підставити знайдені значення η^1, η^0 і $\xi^0 = \xi^{01}x + \xi^{00}$ у рівності (4), звідки

$$Q = \partial_t + \frac{(c_2t + c_1)x + c_4t + c_3}{c_2t^2 + 2c_1t + c_0}\partial_x + \frac{-(c_2t + c_1)u + c_2x + c_4}{c_2t^2 + 2c_1t + c_0}\partial_u,$$

тобто оператор Q відрізняється від оператора ліївської симетрії рівняння Бюргерса на множник $\left(c_2t^2+2c_1t+c_0\right)^{-1}$. Таким чином, доведено таку теорему.

Теорема 1. *Будь-який оператор редукції вигляду* $Q=\partial_t+\xi(t,x)\partial_x+\big(\eta^1(t,x)u+\eta^0(t,x)\big)\partial_u$ *рівняння Бюргерса еквівалентний оператору ліївської симетрії цього рівняння.*

Випадок $\xi^1=-1/2$ приводить до операторів редукції загального вигляду

$$Q=\partial_t+\left(-\frac{1}{2}u+\xi^0\right)\partial_x+\left(\frac{1}{4}u^3-\frac{\xi^0}{2}u^2+\eta^1u+\eta^0\right)\partial_u, \tag{6}$$

де функції ξ^0, η^1 та η^0 задовольняють систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}&\xi^0_t+2\xi^0\xi^0_x+\xi^0_{xx}-2\eta^1_x=0,\\&\eta^1_t+2\xi^0_x\eta^1+\eta^1_{xx}+\eta^0_x=0,\\&\eta^0_t+2\xi^0_x\eta^0+\eta^0_{xx}=0,\end{aligned} \tag{7}$$

яка є прямим наслідком (5). Оскільки диференціальною підстановкою систему (7) можна звести до незачепленої системи з трьох копій лінійного рівняння теплопровідності [11, 12], її повне розв'язання неможливе, а тому випадок $\xi^1=-1/2$ є "no-go". Доведемо, що це випливає безпосередньо з того факту, що Q — оператор редукції рівняння (1). Більш того, покажемо, що розв'язки системи (7) можна виразити через розв'язки незачепленої системи з трьох копій рівняння Бюргерса.

Теорема 2. *Будь-який розв'язок системи визначальних рівнянь* (7) *на коефіцієнти операторів редукції з* $\xi^1=-1/2$ *можна зобразити у вигляді*

$$\xi^0=\frac{(W(\overline{v}))_x}{W(\overline{v})},\qquad \eta^1=\frac{|\overline{v},\overline{v}_{xx},\overline{v}_{xxx}|}{W(\overline{v})},\qquad \eta^0=-2\frac{W(\overline{v}_x)}{W(\overline{v})}, \tag{8}$$

де $\overline{v}=\left(v^1,v^2,v^3\right)$ *— набір з трьох лінійно незалежних розв'язків рівняння теплопровідності* $v_t+v_{xx}=0$, $W(\overline{v})$ *та* $W(\overline{v}_x)$ *— вронскіани цього набору та набору відповідних похідних за* x, *а позначення* $|\overline{a},\overline{b},\overline{c}|$ *використано для визначника матриці, складеної з трикомпонентних стовпчиків* $\overline{a}$, $\overline{b}$ *та* $\overline{c}$. *І навпаки, будь-який набір функцій* ξ^0, η^1 *і* η^0, *який допускає зображення* (8), *задовольняє систему* (7).

Доведення. Фіксуємо оператор Q вигляду (6). Множина Q-інваріантних розв'язків рівняння Бюргерса $L[u]=0$ збігається з множиною розв'язків системи $L[u]=0$, $Q[u]=0$ і параметризована двома довільними сталими, оскільки Q — регулярний оператор редукції рівняння Бюргерса [14]. Рівняння системи зручно перекомбінувати таким чином: $L[u]=0$, $L[u]+Q[u]=0$. Перетворення Коула–Хопфа $u=2v_x/v$ зводить цю систему до лінійної системи

$$\begin{aligned}&v_t+v_{xx}=0,\\&v_{xxx}-\xi^0v_{xx}+\eta^1v_x+\frac{1}{2}\eta^0v=0.\end{aligned} \tag{9}$$

Нехай для деякого натурального n функції $v^1, \ldots, v^n$ змінних t і x є лінійно незалежними розв'язками системи (9). Тоді формула

$$u=2\frac{c_1v^1_x+\cdots+c_nv^n_x}{c_1v^1+\cdots+c_nv^n}, \tag{10}$$

де $c_1, \ldots, c_n$ — довільні сталі, які одночасно не дорівнюють нулю, визначає сім'ю Q-інваріантних розв'язків рівняння Бюргерса, параметризовану $n-1$ суттєвими сталими, а тому $n \leqslant 3$, оскільки таких параметрів не може бути більше, ніж два. Інакше кажучи, розмірність простору V розв'язків системи (9) не перевищує три. Ця розмірність не може бути і менше трьох. Дійсно, нехай тепер функції $v^1, \ldots, v^n$ змінних t і x утворюють базис простору V, де $n = \dim V$. Тоді формула (10) є зображенням загального розв'язку системи $L[u] = 0$, $Q[u] = 0$, що містить $n-1$ суттєвих сталих параметрів, а тому $n-1 = 2$, тобто $n = 3$.

Розглянемо деякий базис $\{v^1, v^2, v^3\}$ простору V. Його елементи є розв'язками лінійного рівняння теплопровідності $v_t + v_{xx} = 0$ за означенням простору V, а тому з їх звичайної лінійної незалежності випливає їх лінійна незалежність над кільцем гладких функцій від t, тобто вронскіан $W(\overline{v})$ функцій v^1, v^2, v^3 за змінною x не дорівнює нулю (див., наприклад, зауваження 5 в [13]). Підстановка елементів базису в друге рівняння системи (9) дає добре визначену систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$v^i_{xxx} - \xi^0 v^i_{xx} + \eta^1 v^i_x + \frac{1}{2}\eta^0 v^i = 0, \qquad i = 1, 2, 3,$$

відносно коефіцієнтів ξ^0, η^1, η^0, або, у матричному вигляді, $M\overline{q} = \overline{v}_{xxx}$, де

$$\overline{v} = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix}, \qquad M = \begin{pmatrix} v^1 & v^1_x & v^1_{xx} \\ v^2 & v^2_x & v^2_{xx} \\ v^3 & v^3_x & v^3_{xx} \end{pmatrix}, \qquad \overline{q} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\eta^0 \\ -\eta^1 \\ \xi^0 \end{pmatrix}.$$

Розв'язавши цю систему відносно ξ^0, η^1 та η^0, отримаємо зображення (8).

Оскільки доведення можна обернути, зворотне твердження також вірне.

Теорему доведено.

Наслідок 1. *Коефіцієнти оператора редукції* (6) *рівняння Бюргерса можна зобразити у вигляді*

$$\xi^0 = \frac{1}{2}\frac{|\overline{e}, \overline{u}, \overline{z}|}{|\overline{e}, \overline{u}, \overline{y}|}, \qquad \eta^1 = \frac{1}{4}\frac{|\overline{e}, \overline{y}, \overline{z}|}{|\overline{e}, \overline{u}, \overline{y}|}, \qquad \eta^0 = -\frac{1}{4}\frac{|\overline{u}, \overline{y}, \overline{z}|}{|\overline{e}, \overline{u}, \overline{y}|}, \tag{11}$$

де стовпчики $\overline{e}$, $\overline{y}$ та $\overline{z}$ складені з трьох одиниць, виразів $y^i = 2u^i_x + (u^i)^2$ та $z^i = 4u^i_{xx} + 6u^i u^i_x + (u^i)^3$ відповідно, а $\overline{u}$ — з трьох розв'язків рівняння Бюргерса з $|\overline{e}, \overline{u}, \overline{y}| \neq 0$. Тут $i = 1, 2, 3$.

Доведення. Зв'язок $2v^i_x/v^i = u^i$ між розв'язками рівняння теплопровідності і рівнянням Бюргерса через перетворення Коула–Хопфа дає вирази

$$\frac{v^i_{xx}}{v^i} = \frac{1}{2}u^i_x + \frac{1}{4}(u^i)^2, \qquad \frac{v^i_{xxx}}{v^i} = \frac{3}{4}u^i u^i_x + \frac{1}{8}(u^i)^3 + \frac{1}{2}u^i_{xx}, \qquad i = 1, 2, 3,$$

підстановка яких у (8) і доводить наслідок. Визначник $|\overline{e}, \overline{u}, \overline{y}|$ не дорівнює нулю, оскільки ненульовим є вронскіан $W(\overline{v})$.

Наслідок 2. *Зображення* (8) *та* (10), *де $n = 3$, явно визначають взаємно однозначну відповідність між операторами редукції вигляду* (6) *та сім'ями розв'язків рівняння Бюргерса, інваріантними відносно цих операторів.*

Таким чином, з точністю до відношення еквівалентності на множині операторів редукції, що дозволяє покласти $\tau = 1$ при $\tau \neq 0$, підмножина таких регулярних операторів складається з сім'ї операторів з $\xi^1 = -1/2$, де коефіцієнти ξ^0, η^1 та η^0 задовольняють рівняння (11), одного оператора $\partial_t + u\partial_x$ з $\xi^1 = 1$, а також операторів з $\xi^1 = 0$, кожен з яких еквівалентний ліївському.

Проблему опису некласичних симетрій рівняння Бюргерса розглядали в багатьох статтях, але в цій роботі вперше її розв'язання викладено систематично і вичерпно. Також наведено нове доведення теореми про оператори редукції у випадку $\xi^1 = -1/2$, що ґрунтується безпосередньо на властивостях таких операторів. Як наслідок теореми отримано, що коефіцієнти операторів редукції в цьому випадку допускають зображення через розв'язки незачепленої системи з трьох копій рівняння Бюргерса.

Автори висловлюють вдячність В. М. Бойку за плідні обговорення. Дослідження підтримано Австрійським науковим фондом (FWF), проект P23714.

1. *Whitham G. B.* Linear and nonlinear waves – New York: Wiley, 1974. – 636 p.
2. *Forsyth A. R.* The theory of differential equations. Vol. 6. Theory of differential equations. Pt. 4. Partial differential equations. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1906. – 304 p.
3. *Катков В. Л.* Групповая классификация решений уравнений Хопфа // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1965. – № 6. – С. 105–106.
4. *Bluman G. W., Cole J. D.* The general similarity solution of the heat equation // J. Math. Mech. – 1969. – **18**, No 11. – P. 1025–1042.
5. *Zhdanov R. Z., Tsyfra I. M., Popovych R. O.* A precise definition of reduction of partial differential equations // J. Math. Anal. Appl. – 1999. – **238**, No 1. – P. 101–123.
6. *Ames W. F.* Nonlinear partial differential equations in engineering. Vol. 2. – New York: Academic Press, 1972. – 305 p.
7. *Pucci E.* Similarity reductions of partial differential equations // J. Phys. A. – 1992. – **25**, No 9. – P. 2631–2640.
8. *Arrigo D. J., Broadbridge P., Hill J. M.* Nonclassical symmetry solutions and the methods of Bluman–Cole and Clarkson–Kruskal // J. Math. Phys. – 1993. – **34**, No 10. – P. 4692–4703.
9. *Olver P. J., Vorob'ev E. M.* Nonclassical and conditional symmetries // CRC handbook of Lie group analysis of differential equations. Vol. 3. – Boca Raton, FL: CRC, 1996. – P. 291–328.
10. *Черніга Н. Д.* Умовна симетрія рівняння Бюргерса та деяких його узагальнень // Праці Інституту математики НАН України. – 1998. – **19**. – С. 265–269.
11. *Mansfield E. L.* The nonclassical group analysis of the heat equation // J. Math. Anal. Appl. – 1999. – **231**, No 2. – P. 526–542.
12. *Arrigo D. J., Hickling F.* On the determining equations for the nonclassical reductions of the heat and Burgers' equation // Ibid. – 2002. – **270**, No 2. – P. 582–589.
13. *Popovych R. O.* Reduction operators of linear second-order parabolic equations // J. Phys. A. – 2008. – **41**, No 18. – 185202, 31 p.
14. *Kunzinger M., Popovych R. O.* Singular reduction operators in two dimensions // Ibid. – 2008. – **41**, No 50. – 505201, 24 p.
15. *Zhdanov R. Z., Lahno V. I.* Conditional symmetry of a porous medium equation // Phys. D. – 1998. – **122**, No 1–4. – P. 178–186.

Інститут математики НАН України, Київ

Надійшло до редакції 12.06.2012

А. А. Почекета, Р. Е. Попович

Операторы редукции уравнения Бюргерса

Систематически исследована задача об операторах редукции уравнения Бюргерса. Приведено новое доказательство теоремы о специальном "no-go" случае регулярных операторов редукции, а также построено представление коэффициентов этих операторов в специальном случае через решения исходного уравнения.

O. A. Pocheketa, R. O. Popovych

Reduction operators of the Burgers equation

The problem of reduction operators of the Burgers equation is systematically studied. A new proof of the theorem on the special "no-go" case of regular reduction operators is presented, and the representation of the coefficients of these operators in the special case in terms of solutions of the initial equation is constructed.