УДК 519.8

ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКОЇ МІРИ ДЛЯ ПОДОЛАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДОВГОСТРОКОВИХ ПРОГНОЗІВ НА ОСНОВІ ЕКСТРАПОЛЯЦІЙ

Ю.Д. СТЕФАНИШИНА-ГАВРИЛЮК, Д.В. СТЕФАНИШИН

Запропоновано метод подолання невизначеності довгострокових прогнозів, виконаних у формі екстраполяцій на основі даних спостережень, що представлені варіаційними рядами або однорідними, монотонними рядами динаміки, з використанням нечіткої міри. Для варіаційних рядів в якості апроксимуючих моделей-екстраполяцій використовуються функції розподілу ймовірності, для рядів динаміки — тренди. Різні варіанти моделей-екстраполяцій розглядаються як експертні оцінки. Результати прогнозування обробляються за допомогою методів теорії нечітких множин та нечіткої логіки. Показано, що для подолання лінгвістичної невизначеності результатів прогнозування, отриманих за допомогою різних моделей-екстраполяцій, можуть використовуватися нечіткі змінні, функції належності яких встановлюються за значеннями достовірностей гіпотез щодо функцій розподілу ймовірності або коефіцієнтів детермінації для трендів.

ВСТУП

Функції розподілу ймовірності, що будуються на основі варіаційних рядів даних спостережень, або тренди — для однорідних, монотонних рядів даних, широко використовуються в якості математичних моделей при довгостроковому прогнозуванні, зокрема в гідрології, сейсмології, кліматології. Метою таких прогнозів-екстраполяцій є пошук екстремальних (максимальних або мінімальних) значень, що не спостерігалися або рідко спостерігаються в натурі; розрахункових характеристик — витрат чи рівнів води, сейсмічних прискорень на поверхні ґрунту, швидкостей вітру тощо; значень, що мають малі ймовірності (перевищення або неперевищення) [1–5].

Наприклад, згідно з нормами [6] періоди повторення максимальних розрахункових землетрусів можуть сягати від 500 до 10000 років із ймовірностями перевищення максимальних сейсмічних прискорень від 10 до 0,5% протягом 50 років. Щорічні ймовірності перевищення розрахункових максимальних витрат (рівнів) води під час проектування гідротехнічних споруд, в залежності від їх класу, згідно з нормами [7] приймаються в межах 0,01%–5%. При цьому тривалість гідрологічних спостережень у більшості випадків не перевищує 150–200 років навіть на добре вивчених в гідрологічному відношенні річках.

Кількісна інформація для прогнозування розрахункових значень відповідних характеристик зазвичай ґрунтується на результатах статистичного аналізу вибіркових даних спостережень. На їх основі будуються прогнози (ми їх називаємо довгостроковими) оскільки йдеться про горизонти прогнозування, що можуть бути значно більшими за строки служби об’єктів, для яких ці прогнози складаються.

Мета роботи — презентація проблеми невизначеності довгострокових прогнозів, виконаних у формі екстраполяцій на основі даних спостережень, що представлені варіаційними рядами або однорідними, монотонними рядами динаміки, та методу її подолання з використанням нечіткої міри.

ЩОДО ПРОБЛЕМИ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДОВГОСТРОКОВИХ ПРОГНОЗІВ НА ОСНОВІ ЕКСТРАПОЛЯЦІЙ

Невизначеність довгострокових прогнозів на основі екстраполяцій зумовлюється не лише неточністю, неповнотою або обмеженістю вибіркових даних, а й тим, що всім реальним явищам та процесам, що розвиваються в системах та в навколишньому середовищі, властивий випадковий, неоднозначний, а отже й невизначений, характер.

Ознаки випадковості й неоднозначності різних явищ та процесів, що розвиваються в часі, можуть проявлятися в трьох основних формах:

- нерегулярній (неперіодичній) формі реалізації явища (процесу);
- спадних автокореляціях;
- суцільному, безперервному спектрі.

Подовження інтервалів спостережень та поповнення вибіркових даних не завжди сприяють уточненню параметрів аналітичних функцій, що приймаються в якості моделей-екстраполяцій. Однак, якщо необмежено збільшувати об'єми даних спостережень, то отримуючи нові й нові дані, зрештою, можна встановити безперервність спектру будь-якого реального процесу.

На практиці, особливо під час інженерних розрахунків, прогнозування на основі даних спостережень, зазвичай, здійснюється в рамках імовірнісного підходу. Оскільки імовірнісне прогнозування, по суті, є багатоваріантним прогнозуванням, у його основі лежить розгляд різних варіантів прогнозу (моделей, сценаріїв) і вибір серед них кращих (більш імовірних тощо). Отже завжди залишатиметься вірогідність того, що події розвиватимуться в іншому, відмінному від модельного варіанта напрямку.

Це стосується і прогнозування на основі моделей-екстраполяцій, адже повного співпадання аналітичних функцій, прийнятих в якості таких моделей з емпіричними даними взагалі не може бути. За законом випадкових варіацій розподіли частот у вибірках рядів спостережень завжди відрізнятимуться від теоретичних ймовірностей [8–10].

При цьому досить часто різні аналітичні функції (розподіли ймовірності, тренди), що розглядаються в якості робочих гіпотез під час вибору апроксимуючих моделей-екстраполяцій, дають близькі результати в межах спостережених даних, тоді як пролонгація інтервалів прогнозування за межі наявних емпіричних даних веде до зростання розходжень між ними (рис. 1, 2).

На рис. 1 наведено приклад такої розбіжності (невизначеності) довгострокових прогнозів максимальних витрат води паводків на основі екстраполяцій за допомогою різних функцій розподілу ймовірності, де: 1 — трьохпараметричний гама-розподіл Крицького-Менкеля ($C_V = 0{,}5$; $C_S = 2C_V$); 2 — те ж при $C_V = 0{,}5$; $C_S = \ = 2{,}5C_V$; 3 — Пірсона III типу (арифметичний); 4 — Гумбеля I типу; 5 — трьохпараметричний гама-розподіл Крицького-Менкеля ($C_V = 0{,}6$; $C_S = 2C_V$); 6 — те ж при $C_V = 0{,}6$; $C_S = 2{,}5C_V$; 7 — логарифмічно нормальний; 8 — Пірсона III типу (логарифмічний); C_V — коефіцієнт варіації, C_S — коефіцієнт асиметрії.

Показано, що в залежності від закону розподілу для однієї і тієї ж щорічної ймовірності перевищення 0,1% (ймовірності перевищення максимальної витрати води р. Дніпро, яку за проектом мають пропустити водопропускні споруди Київського гідровузла) відповідають різні значення максимальної витрати, а прийнятому в проекті значенню максимальної витрати води — різні ймовірності перевищення [11]. Зауважимо, що наведені аналітичні закони розподілу ймовірності при перевірці статистичних гіпотез за критерієм Пірсона χ^2 для рівня значущості 0,1% виявилися такими, що можуть розглядатися як гіпотези, котрі погоджуються з емпіричними даними.

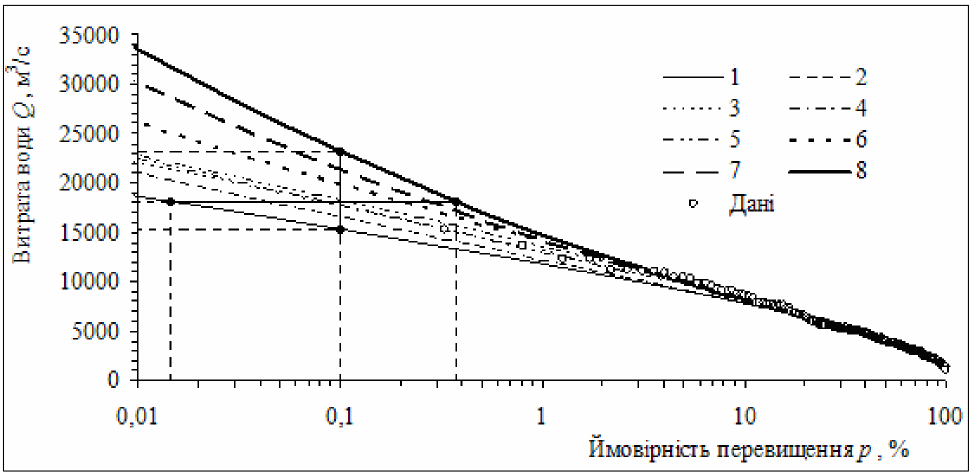

Рис. 1. Прогнозування максимальних витрат води р. Дніпро (гідрометричний пост Вишгород, створ Київського гідровузла) за допомогою різних аналітичних законів розподілу ймовірності

На рис. 2 одному й тому ж очікуваному середньому значенню відмітки мінімального рівня води, якщо послуговуватися різними варіантами трендів, відповідають різні горизонти прогнозування, а деякому розрахунковому горизонту прогнозування — різні перспективні середні значення відмітки мінімального рівня.

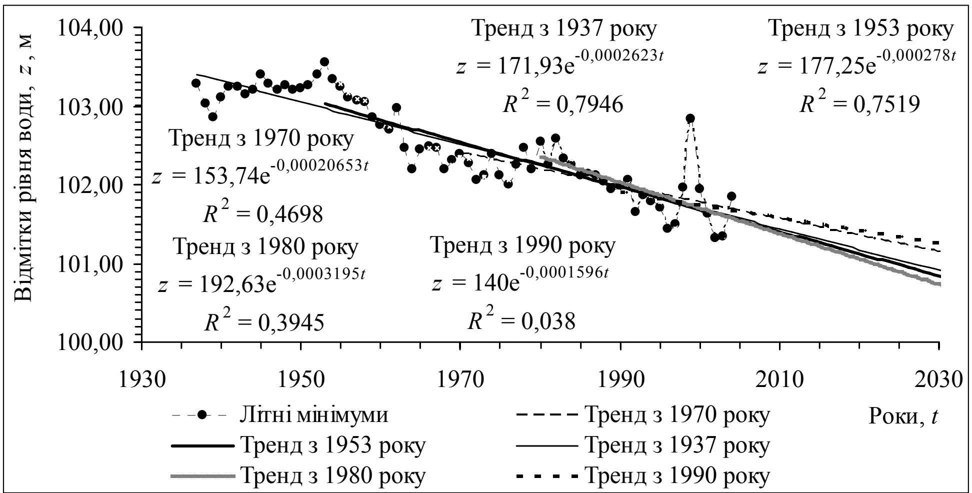

Рис. 2. Прогнозування середніх значень відміток мінімальних рівнів води р. Ока (гідрометричний пост Кашира, створ водозабору Каширської ТЕС, Московська обл., Росія) за допомогою різних трендів

ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Наведені вище приклади довгострокових прогнозів на основі екстраполяцій (рис. 1, 2) наглядно показують як зі збільшенням горизонту прогнозування зростає рівень невизначеності оцінок. І вибір кращої моделі-екстраполяції за формальними ознаками кращого згладжування даних у цьому випадку не завжди є гарантією того, що прийняте рішення не виявиться обтяженим додатковим ризиком.

В рамках формального підходу під час вибору апроксимуючої моделі-екстраполяції у вигляді функції розподілу ймовірності або тренду орієнтуються на гіпотезу, яка найкраще відповідає вибраному критерію згладжування даних, із мінімізацією відповідних функціоналів для похибок або з максимізацією коефіцієнтів детермінації [8]. До того ж реалізується принцип оптимізації — пошук оптимальної, найкращої в певному сенсі моделі-екстраполяції.

Однак, як відомо, процес оптимізації передбачає вивід моделі на певні граничні обмеження (наприклад, у методі найменших квадратів використовується гіпотеза про незалежність похибок як випадкових величин і нормальний закон їхнього розподілу, гіпотеза про сталість дисперсії похибок у межах моделі тощо). На практиці всі граничні обмеження повною мірою не завжди виконуються. Причому, зі збільшенням вибірки даних спостережень задача вибору «оптимальної» моделі може ускладнюватися [12].

Збільшення розмірності моделі за рахунок врахування нових факторів також не завжди дозволяє знизити невизначеність прогнозування. Задачі прогнозування на основі натурних даних (обернені задачі) — це некоректно поставлені задачі. Додаткове ускладнення моделей призводить до порушення стійкості розв'язків [9].

Нами запропоновано інший підхід до довгострокового прогнозування на основі моделей-екстраполяцій. Він полягає в декомпозиції задачі, використанні цілеспрямовано організованої множини простих варіантів екстраполяцій, із наступним синтезом результатів прогнозування у вигляді «узагальнених», «зважених» оцінок параметра, що прогнозується. Окремі моделі-екстраполяції варто розглядати як експертні припущення [13], а для «зважування» відповідних оцінок за цими експертними припущеннями використовувати нечітку міру з обробкою результатів прогнозування методами теорії нечітких множин та нечіткої логіки [14, 15].

ЗАГАЛЬНІ ЗАУВАЖЕННЯ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТА НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ ЗАДАЧІ

Основним поняттям теорії нечітких множин і нечіткої логіки є поняття нечіткої множини.

Формально нечітка множина $\widetilde{A}$ визначається як множина упорядкованих пар (кортежів) виду $< x, \mu_A(x) >$, де x — деяка нечітка змінна, котра є елементом універсальної множини X, а $\mu_A(x)$ — функція належності нечіткої змінної x до множини $\widetilde{A}$ [14, 15].

Функція належності $\mu_A(x)$ ставить у відповідність кожному з елементів $x \in X$ певне дійсне число з інтервалу [0,1] у формі відображення: $\mu_A : X \to [0,1]$. Це може бути довільна функція, яка задається аналітично у формі математичного виразу $f(x)$ або графічно у формі певної кривої чи ламаної лінії.

Приймається, якщо $\mu_A(x) = 1$, то x визначено належить до нечіткої множини $\widetilde{A}$, якщо $\mu_A(x) = 0$, то x визначено не належить до нечіткої множини $\widetilde{A}$.

Над нечіткими множинами здійснюються операції, аналогічні операціям над звичайними множинами: перерізу, об'єднання, різниці, доповнення [14, 15].

Як відомо, нечіткі змінні характеризуються лінгвістичною невизначеністю типу «приблизно дорівнює …», «не більше за …», «не менше за …», «знаходиться в інтервалі …» тощо [14, 15].

Під час вирішення поставленої задачі для врахування й моделювання лінгвістичної невизначеності результатів прогнозування за допомогою різних моделей-екстраполяцій використовуються дві нечіткі змінні: «*значення параметра* x *буде більшим …*», яка моделюється лінійною Z-подібною функцією належності; «*значення параметра* x *буде меншим …*», яка моделюється лінійною S-подібною функцією належності.

Відповідні цим лінгвістичним змінним функції належності $\mu_Z(x)$, $\mu_S(x)$, які доповнюють одна одну до одиниці $(\mu_Z(x) + \mu_S(x) = 1)$, задаються графічно на основі емпіричних оцінок $\hat{\mu}_Z(x)$, $\hat{\mu}_S(x)$, $\hat{\mu}_Z(x) + \hat{\mu}_S(x) = 1$, що встановлюються за значеннями достовірностей $v(\chi_i^2)$, які визначаються під час перевірки прийнятих i-х гіпотез (для моделей-екстраполяцій, представлених у вигляді законів розподілу ймовірності) за критерієм Пірсона χ_i^2 або за значеннями коефіцієнтів детермінації i-х трендів R_i^2.

У випадку збільшення прогнозованих значень X_i параметра x та одночасному збільшенні значень $v(\chi_i^2)$ або R_i^2 з ростом індексу i-ї моделі-екстраполяції маємо нечітку лінгвістичну змінну «*значення параметра* x *буде меншим …*» з емпіричними оцінками для S-подібної функції належності:

$$\hat{\mu}_S(x) = \frac{v(\chi_i^2)}{v(\chi_i^2)_{\max}} \text{ або } \hat{\mu}_S(x) = \frac{R_i^2}{R_{i\,\max}^2}. \tag{1}$$

Тоді для нечіткої лінгвістичної змінної «*значення параметра* x *буде більшим …*» з емпіричними оцінками для Z-подібної функції належності:

$$\hat{\mu}_Z(x) = 1 - \hat{\mu}_S(x). \tag{2}$$

У разі зменшення прогнозованих значень X_i параметра x та збільшенні значень $v(\chi_i^2)$ або R_i^2 з ростом індексу i-ї моделі-екстраполяції маємо нечітку лінгвістичну змінну «*значення параметра* x *буде більшим …*» з емпіричними оцінками для Z-подібної функції належності:

$$\hat{\mu}_Z(x) = \frac{v(\chi_i^2)}{v(\chi_i^2)_{\max}} \text{ або } \hat{\mu}_Z(x) = \frac{R_i^2}{R_{i\ \max}^2}. \tag{3}$$

Тоді для нечіткої лінгвістичної змінної «*значення параметра x буде меншим …*» з емпіричними оцінками для S-подібної функції належності:

$$\hat{\mu}_S(x) = 1 - \hat{\mu}_Z(x). \tag{4}$$

У (1), (3) оцінки $v(\chi_i^2)_{\max}$, $R_{i\ \max}^2$ — максимальні значення серед достовірностей $v(\chi_i^2)$ i-х законів розподілу ймовірності або серед коефіцієнтів детермінації R_i^2 i-х трендів у залежності від виду моделі-екстраполяції, відповідно.

Далі за допомогою операції перерізу над попередньо побудованими нечіткими множинами відображаються нечіткі множини з функціями належності нечіткої змінної «*значення параметра x буде знаходитися в інтервалі …*».

АПРОБАЦІЯ МЕТОДУ

Метод було апробовано при вирішенні двох задач:

- під час прогнозування максимальних витрат р. Дніпро ймовірністю перевищення 0,1% у створі Київського гідровузла;
- під час прогнозування середніх значень відміток мінімальних рівнів води в районі гідрометричного поста Кашира на р. Ока, з урахуванням їх пониження в часі внаслідок трансформації русла через кар'єрні розробки піску й гравію в руслі та на заплаві.

Прогнозування максимальних витрат р. Дніпро ймовірністю перевищення 0,1% у створі Київського гідровузла

Прогнозування проводилося з метою обґрунтування надійності водопропускних споруд Київської ГЕС, що розраховані на пропуск витрати води 0,1% ймовірності перевищення (повторюваність — 1 раз на 1000 років) за проектної максимальної витрати води р. Дніпро до 17580 м^3/с. Гідроспоруди гідровузла розташовано в районі м. Вишгород у 40 км вище Києва і вище впадання р. Десна у Дніпро.

Всього під час прогнозування було використано вісім моделей-екстраполяцій — різних аналітичних законів розподілу ймовірності, серед яких: чотири варіанти трьохпараметричного гама-розподілу Крицького-Менкеля, закон Пірсона III типу (арифметичний), закон Гумбеля I типу, логарифмічно нормальний закон (двох параметричний), закон Пірсона III типу (логарифмічний) (рис. 1).

Моделювання проводилось на основі даних спостережень за максимальними витратами р. Дніпра з 1787 р. до 1999 р. на гідрологічному посту біля м. Вишгород при наступних статистичних параметрах: середньому значенні максимальної витрати 4692 м^3/с, середньому квадратичному відхиленні 2631,6 м^3/с, коефіцієнті варіації ряду спостережень $C_V = 0{,}56$, коефіцієнті асиметрії $C_S = 1{,}26$.

За результатами перевірки статистичних гіпотез прийняті закони розподілу було розділено на дві групи моделей. Першу групу склали гіпотези 1–3, другу — гіпотези 4–8 (рис. 1 і табл. 1). Відповідно було введено дві нечіткі множини $\widetilde{Z}_1$, $\widetilde{Z}_2$ для лінгвістичної змінної «*максимальна витрата води* 0,1% *ймовірності перевищення буде більшою* …» та дві нечіткі множини $\widetilde{S}_1$, $\widetilde{S}_2$ для лінгвістичної змінної «*максимальна витрата води* 0,1% *ймовірності перевищення буде меншою* …». Емпіричні значення функцій належності максимальних витрат $\hat{\mu}_S(Q_{\max})$, $\hat{\mu}_Z(Q_{\max})$ встановлювалися за значеннями достовірностей $v(\chi_i^2)$, що визначалися під час перевірки прийнятих i-х статистичних гіпотез, що складали кожну групу: $i=\overline{1,3}$, $i=\overline{4,8}$.

Результати прогнозування максимальних витрат води та емпіричні значення функцій належності до відповідних нечітких множин наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Результати прогнозування максимальних витрат води, $Q_{\max}$, 0,1% ймовірності перевищення, *р*. Дніпро у створі Київського гідровузла в залежності від закону розподілу ймовірності, та емпіричні значення функцій належності

№ гіпотези	Закон розподілу	$Q_{\max}$, м^3/с	χ_i^2	$v(\chi_i^2)$	Емпіричні значення функцій належності	
					$\hat{\mu}_Z(Q_{\max})$	$\hat{\mu}_S(Q_{\max})$
1	Крицького-Менкеля ($C_V=0{,}5$; $C_S=2C_V$)	15343	23,141	0,0418	0,7196	0,2804
2	Крицького-Менкеля ($C_V=0{,}5$; $C_S=2{,}5C_V$)	16470	20,499	0,0865	0,4195	0,5805
3	Пірсона III типу (арифметичний)	17580	18,425	0,1491	0	1
4	Гумбеля I типу	17687	23,074	0,0425	0,9062	0,0938
5	Крицького-Менкеля ($C_V=0{,}6$; $C_S=2C_V$)	18158	19,088	0,1256	0,7227	0,2773
6	Крицького-Менкеля ($C_V=0{,}6$; $C_S=2{,}5C_V$)	19894	15,353	0,2874	0,3655	0,6345
7	Логарифмічно нормальний	21356	15,066	0,3752	0,1718	0,8282
8	Пірсона III типу (логарифмічний)	23200	12,949	0,4530	0	1

На рис. 3 наведені геометричні ілюстрації функцій належності до нечітких множин значень максимальних витрат води р. Дніпро 0,1% ймовірності перевищення у створі Київського гідровузла, які будувалися за результатами прогнозування на основі різних законів розподілу ймовірності. Аналітичне моделювання функцій належності здійснено в середовищі MS Excel.

У результаті моделювання нечіткої множини $\widetilde{D}$ значень лінгвістичної змінної «*максимальна витрата води* 0,1% *ймовірності перевищення буде* *знаходитися в інтервалі* …» отримуємо відповідний інтервал, а методом центра тяжіння [15] і найбільш вірогідну витрату, що прогнозується. Це носій $Su_D = \{Q_{\max} : \mu_D(Q_{\max}) > 0\} = [16540$ м^3/с; 17640 м^3/с] нечіткої множини $\widetilde{D}$ та її ядро $Co_D = \{Q_{\max} : \mu_D(Q_{\max}) = \max\} = 17280\,\text{м}^2/\text{с}$.

Отримані результати загалом підтверджують достатню надійність водопропускних споруд Київського гідровузла, які з урахуванням трансформації паводку водосховищем у форсованому режимі здатні забезпечити пропуск максимальної витрати води 17580 м^3/с.

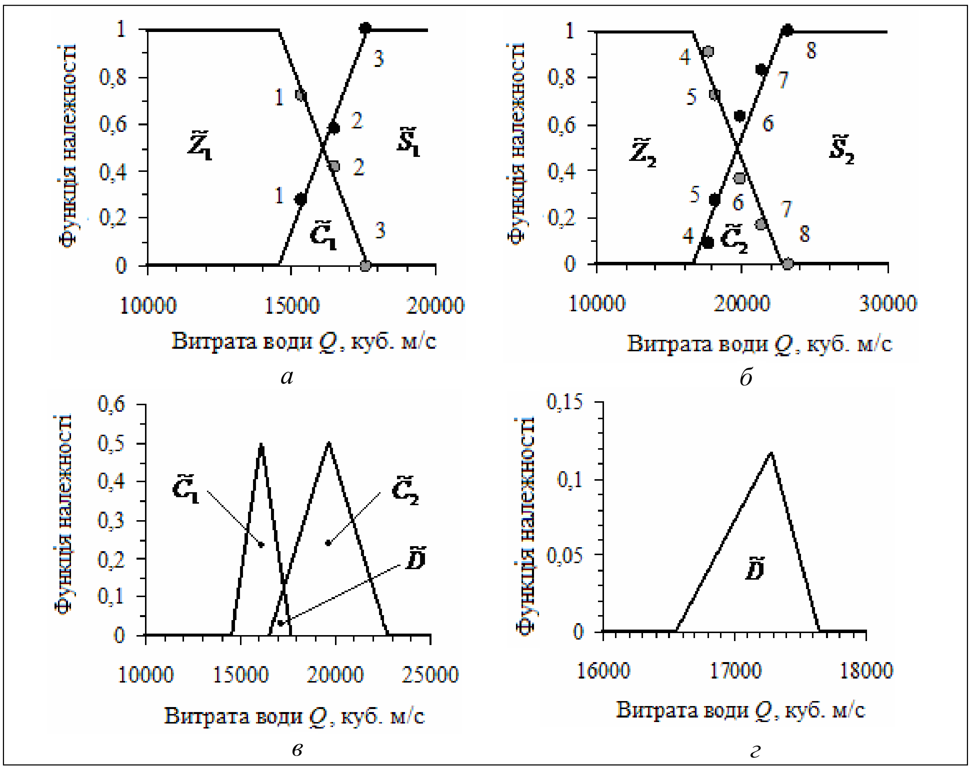

Рис. 3. Функції належності до нечітких множин значень максимальних витрат води 0,1% ймовірності перевищення р. Дніпра (м. Вишгород, Київський гідровузол): а) нечіткі множини $\widetilde{Z}_1$, $\widetilde{S}_1$, $\widetilde{C}_1 = \widetilde{Z}_1 \cap \widetilde{S}_1$ (закони розподілу ймовірності з індексами $i = \overline{1,3}$); б) нечіткі множини $\widetilde{Z}_2$, $\widetilde{S}_2$, $\widetilde{C}_2 = \widetilde{Z}_2 \cap \widetilde{S}_2$ (закони розподілу ймовірності з індексами $i = \overline{4,8}$); в) нечіткі множини $\widetilde{C}_1 = \widetilde{Z}_1 \cap \widetilde{S}_1$, $\widetilde{C}_2 = \widetilde{Z}_2 \cap \widetilde{S}_2$, $\widetilde{D} = \widetilde{C}_1 \cap \cap \widetilde{C}_2$, де $\widetilde{C}_1$, $\widetilde{C}_2$, $\widetilde{D}$ — нечіткі множини значень лінгвістичної змінної «максимальна витрата води 0,1% ймовірності перевищення буде знаходитися в інтервалі»; г) нечітка множина $\widetilde{D} = \widetilde{C}_1 \cap \widetilde{C}_2$.

Прогнозування середніх значень відміток мінімальних рівнів води в районі гідрометричного поста Кашира на р. Ока

Задача вирішувалася на основі даних спостережень (рис. 2) за відмітками річних мінімальних рівнів води р. Ока для літнього сезону в районі гідрометричного поста Кашира, де відбувається трансформація русла й пониження мінімальних рівнів внаслідок руслових кар'єрних розробок піску та гравію.

Ряд спостережень включав дані з 1937 р. по 2004 р., а також значення рівнів у 2009 р. — 100,45 м; 2010 р. — 101,12 м; 2011 р. — 101,26 м. Прогноз розроблено на період до 2030 р.

Таблиця 2. Результати прогнозування до 2030 р. середніх значень літніх мінімальних рівнів води, $z_{\min}$, р. Ока, пост Кашира, та емпіричні значення функцій належності

Рік відліку прогнозу	Функціональна залежність	$z_{\min}$, м	R_i^2	Емпіричні значення функцій належності	
				$\hat{\mu}_Z(z_{\min})$	$\hat{\mu}_S(z_{\min})$
1998	$z_1 = 7200000t^{-1,4689}$	99,76	0,4837	1	0
1997	$z_2 = 541555t^{-1,1287}$	100,11	0,3392	0,7013	0,298739
1996	$z_3 = 65152t^{-0,8502}$	100,44	0,2252	0,4656	0,534422
1995	$z_4 = 29170t^{-0,7445}$	100,58	0,2038	0,4213	0,578664
1994	$z_5 = 19069t^{-0,6886}$	100,64	0,2027	0,4191	0,580939
1992	$z_6 = 7591{,}6t^{-0,5674}$	100,85	0,1823	0,3769	0,623114
1991	$z_7 = 9902{,}6t^{-0,6024}$	100,77	0,2232	0	1
1989	$z_8 = 8485{,}4t^{-0,5821}$	100,78	0,2588	0,0458	0,9542
1987	$z_9 = 9051{,}8t^{-0,5906}$	100,77	0,3152	0,1184	0,8816
1983	$z_{10} = 11838t^{-0,6259}$	100,72	0,4449	0,2854	0,7146
1981	$z_{11} = 15551t^{-0,6618}$	100,66	0,5115	0,3711	0,6289
1980	$z_{12} = 18477t^{-0,6844}$	100,65	0,5494	0,4199	0,5801
1979	$z_{13} = 15204t^{-0,6588}$	100,69	0,5494	0,9522	0,0478
1977	$z_{14} = 13317t^{-0,6414}$	100,70	0,577	1	0
1976	$z_{15} = 9312{,}9t^{-0,5943}$	100,79	0,5403	0,9364	0,0636
1972	$z_{16} = 4422{,}2t^{-0,4963}$	100,96	0,4995	0,8657	0,1343
1971	$z_{17} = 4000t^{-0,4831}$	100,97	0,503	0,1646	0,8354
1965	$z_{18} = 2938{,}4t^{-0,4425}$	101,05	0,5573	0,0744	0,9256
1962	$z_{19} = 29347t^{-0,4423}$	101,05	0,5825	0,0326	0,9674
1961	$z_{20} = 3041t^{-0,447}$	101,06	0,6021	0	1
1960	$z_{21} = 3178{,}9t^{-0,4529}$	101,00	0,6217	0,7606	0,2394
1958	$z_{22} = 3800{,}8t^{-0,4764}$	100,97	0,6626	0,8106	0,1894
1956	$z_{23} = 4589{,}1t^{-0,5012}$	100,93	0,699	0,8552	0,1448
1954	$z_{24} = 5808{,}7t^{-0,5322}$	100,89	0,7294	0,8923	0,1077
1952	$z_{25} = 7498{,}2t^{-0,5658}$	100,83	0,7531	0,9213	0,0787
1950	$z_{26} = 8013{,}9t^{-0,5746}$	100,78	0,7758	0,9491	0,0509
1945	$z_{27} = 8310{,}1t^{-0,5794}$	100,75	0,8174	1	0

У табл. 2 розглянуто різні варіанти моделей-екстраполяцій на основі трендів, що будувалися на вибірках даних, які відповідали різним за початком відліку ретроспективним інтервалам часу. Всього було виконано п'ять серій прогнозування: $z_1 \div z_6$; $z_7 \div z_{12}$; $z_{13} \div z_{16}$; $z_{17} \div z_{20}$; $z_{21} \div z_{27}$.

Геометричні ілюстрації функцій належності до відповідних нечітких множин середніх значень відміток літніх мінімальних рівнів води в районі гідрометричного поста Кашира на р. Ока, що прогнозуються до 2030 р., наведено на рис. 4, 5. Аналітичне моделювання функцій належності проведено в середовищі MS Excel.

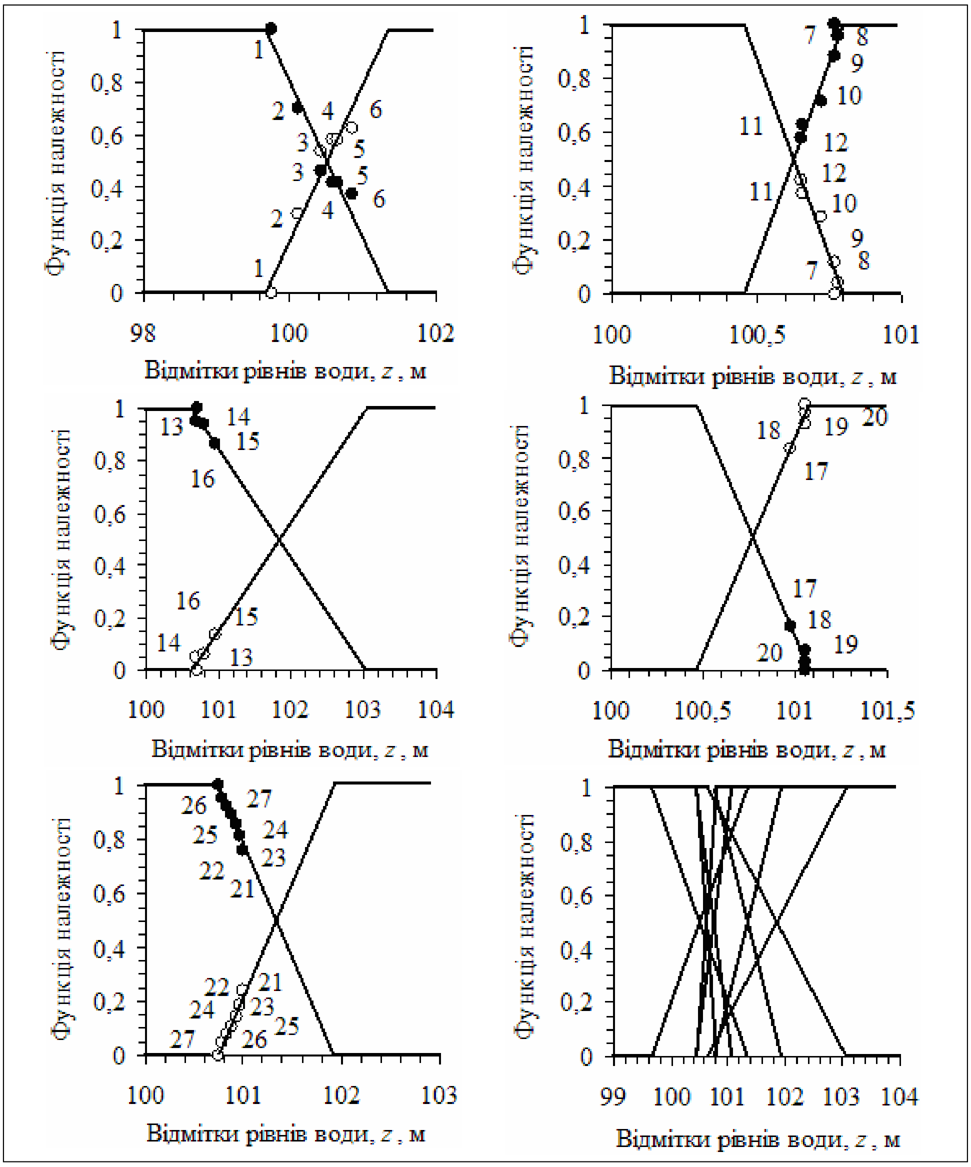

Рис. 4. Функції належності $\mu_Z(z_{\min})$, $\mu_S(z_{\min})$ до нечітких множин середніх значень літніх мінімальних рівнів води в районі гідрометричного поста Кашира на р. Ока для лінгвістичних змінних «*середнє значення відміток мінімальних рівнів до 2030 р. буде більшим…*», «*середнє значення відміток мінімальних рівнів до 2030 р. буде меншим…*»

У результаті моделювання нечіткої множини $\widetilde{D}$ (рис. 5, *б*) значень лінгвістичної змінної «*середнє значення відміток мінімальних рівнів до 2030 р. буде знаходитися в інтервалі …*» отримуємо відповідний інтервал, а методом центра тяжіння [15] найбільш вірогідне середнє значення відмітки рівня, що прогнозується. Це носій $Su_D = \{z_{\min} : \mu_D(z_{\min}) > 0\} = [100{,}74$ м;

100,80 м] нечіткої множини $\tilde{D}$ та її ядро $Co_D = \{z_{\min} : \mu_D(z_{\min x}) = \max\} = 100{,}78$ м.

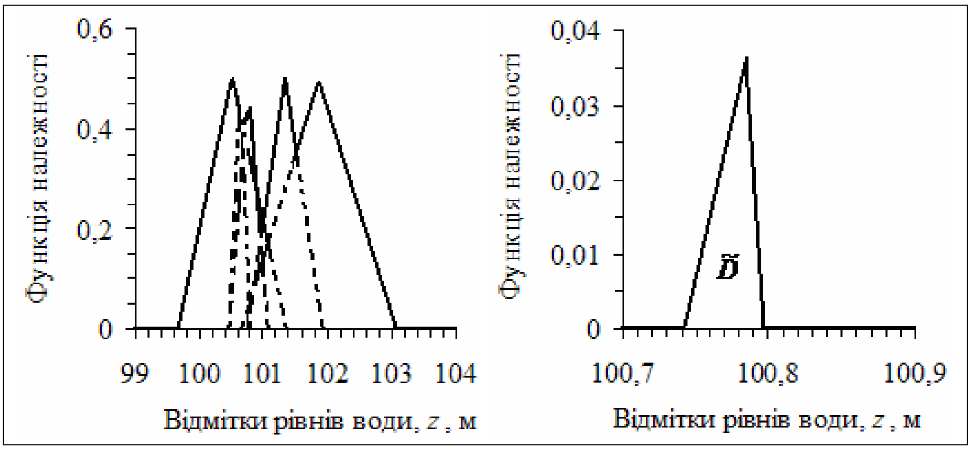

Рис. 5. Функції належності до нечітких множин середніх значень літніх мінімальних рівнів води в районі поста Кашира на р. Ока для лінгвістичної змінної «*середнє значення відміток мінімальних рівнів до 2030 р. буде знаходитися в інтервалі …*»

Отримані результати порівнювалися з результатами прогнозування більш складними гідромеханічними та гідроморфологічними методами [16], в яких враховується баланс наносів. Встановлено, що результати прогнозування різними методами відрізняються в межах 0,10÷0,15 м.

ВИСНОВКИ

Запропоновано метод довгострокового прогнозування на основі синтезу альтернативних прогнозів, виконаних у вигляді екстраполяцій, що будуються за даними спостережень, які представлено варіаційними рядами або однорідними, монотонними рядами динаміки, де узагальнення оцінок за різними гіпотезами здійснюється на основі нечіткої міри.

Для варіаційних рядів в якості апроксимуючих моделей-екстраполяцій використовуються різні функції розподілу ймовірності, для рядів динаміки — різні тренди. Показано, що для подолання лінгвістичної невизначеності результатів прогнозування, отриманих за допомогою різних моделей-екстраполяцій, можуть використовуватися нечіткі змінні виду: «*значення параметра x буде більшим …*» — змінна моделюється лінійною Z-подібною функцією належності; «*значення параметра x буде меншим …*» — змінна моделюється лінійною S-подібною функцією належності.

Функції належності $\mu_Z(x)$, $\mu_S(x)$ відповідних цим нечітким лінгвістичним змінним, які доповнюють одна одну до одиниці, задаються аналітично на основі емпіричних оцінок, що встановлюються за значеннями достовірностей, які визначаються під час перевірки прийнятих гіпотез (для моделей-екстраполяцій, представлених у вигляді законів розподілу ймовірності) за критерієм Пірсона χ_i^2 або за значеннями коефіцієнтів детермінації відповідних модельних трендів. Далі за допомогою операцій перерізу над попередньо побудованими нечіткими множинами відображаються нечіткі множини з функціями належності нечіткої змінної «*значення параметра x буде знаходитися в інтервалі* …», в результаті чого встановлюються відповідні інтервали значень та найбільш вірогідні значення параметру, що прогнозується.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Виссмен У. мл., Харбаф Т.И., Кнэпп Д.У.* Введение в гидрологию. — Л.: Гидрометеоиздат, 1979. — 470 с.
2. *Владимиров А.М.* Гидрологические расчеты. — Л.: Гидрометеоиздат, 1990. — 368 с.
3. *Стефанишин Д.В., Грицюк П.М., Оленіч В.В.* Вибір функцій розподілу кліматичних та гідрологічних параметрів з урахуванням ризику реалізації їх екстремальних значень // Штучний інтелект. 2’2004. ІПШІ «Наука і освіта», 2004. — С. 393–397.
4. *Бугаенко С.Е., Буторин С.Л., Шульман Г.С., Шульман С.Г.* Прочность и надежность конструкций АЭС при экстремальных воздействиях. — М.: Энергоатомиздат, 2005. — 576 с.
5. *Стефанишин Д.В., Стефанишина Ю.Д.* Використання методу екстраполяцій при прогнозуванні рівнів води в ріці, де відбувається трансформація русла, з врахуванням ризику // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб. наукових праць. Вип. 30. — Рівне: НУВГП. — 2005. — С. 107–116.
6. *ДБН В.1.1-12:2006.* Будівництво у сейсмічних районах України / ДБН В.1.1-12:2006. — К.: Мінбуд України, 2006. — 84 с.
7. *ДБН В.2.4-3:2010.* Гідротехнічні, енергетичні та меліоративні системи і споруди, підземні гірничі виробки. Гідротехнічні споруди. Основні положення / ДБН В.2.4-3:2010. — К.: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010.
8. *Єріна А.М.* Статистичне моделювання та прогнозування — К.: КНЕУ, 2001. — 170 с.
9. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В.* Регуляризующие алгоритмы и априорная информация. — М: Наука, 1983. — 198 с.
10. *Рождественский А.В., Ежов А.В., Сахарюк А.В.* Оценка точности гидрологических расчетов. — Л.: Гидрометеоиздат, 1990. — 276 с.
11. *Стефанишин Д.В., Стефанишина Ю.Д.* Нечіткість в гідрологічному прогнозуванні // Гідрологія, гідрохімія, гідроекологія. Матеріали п’ятої всеукраїнської наукової конференції 22–24 вересня 2011 р. Чернівці, Чернівецький національний університет, 2011. — С. 254–257.
12. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. — М.: Наука, 1981. — 488 с.
13. *Stefanyshyn D.V., Stefanyshyna Yu.D.* A Method of Generating Fuzzy Sets from Homogeneous and Monotonous Time Series // ICIM 2010. Proc. of 3rd Int. Conf. on Inductive Modelling. Yevpatoria, Ukraine, May 16–22, 2010. — P. 113–117.
14. *Сявавко М.С., Рибицька О.М.* Математичне моделювання за умов невизначеності. — Львів: НВФ «Українські технології». — 2000. — 319 с.
15. *Леоненков А.В.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 736 с.
16. *Машкин П.В., Ветров Д.А.* Экологические проблемы Оки в XXI веке и подходы к их решению и др. // Мелиорация и водное хозяйство. — № 3. — 2000. — С. 44–48.

Надійшла 29.02.2012