

# Теорія оптимальних рішень

*Предлагается и развивается универсальный подход к оптимизации общественного благосостояния отрасли с предложением факторов, производством, спросом на конечные продукты.*

© В.М. Горбачук, Г.А. Шулинок,  
2013

*Теорія оптимальних рішень. 2013*

УДК 519.8

В.М. ГОРБАЧУК, Г.А. ШУЛИНОК

## ОПТИМАЛЬНОЕ ОБЩЕСТВЕННОЕ БЛАГОСОСТОЯНИЕ НА РЫНКЕ БЕНЗИНОВ

**Введение.** Стандарты качества становятся все более обычной формой вмешательства в рынок в качестве инструмента обеспечения работы продукта, продовольственной безопасности и совместимости с окружающей средой [1, 2]. Такой подход достаточно универсален и может применяться к любой отрасли с предложением факторов, переработкой и спросом на продукт.

На рынке топлива и (бензиновых) добавок взаимосвязи между продуктами и факторами можно описать потоками основных материалов и продуктов бензинового комплекса [3]. Объем  $Q_o$  сырой нефти (oil) является основным входом на нефтеперерабатывающий завод. Процесс нефтепереработки дает объем очищенного (refinery) бензина  $Q_r$ , нескольких типов и объем  $Q_1$  побочных продуктов добычи природного газа. Природный газ – неявный фактор для этих побочных продуктов, а также для процессов производства добавок. Неявный фактор этих процессов – также биомасса (включая кукурузу и рапс) [4]. Эти процессы (processes) дают объем  $Q_p$  добавок. Смешивание добавок и очищенного бензина дает объем  $Q_s$  автомобильного топлива. Каждый тип очищенного бензина имеет свою специфику: некоторые (высокооктановые) хороши для бензинового двигателя, но плохи для окружающей среды; другие – хуже для двигателя, но лучше для окружающей среды; третьи – плохи как для двигателя, так и для окружающей среды.

Бензиновые добавки производят для поиска компромисса между результатами как для двигателя, так и для окружающей среды.

Чтобы улучшить характеристики очищенного бензина, с моторным бензином смешивают добавки, подчас более дорогостоящие, чем иные бензиновые компоненты. В процессах производства добавок используются несколько входных химикатов  $Q_i$ . Многие такие химикаты являются побочными продуктами добычи природного газа, а остальные химикаты можно произвести из природного газа непосредственно. Некоторые химикаты также дополняют побочными продуктами нефтепереработки.

Модель рынка и принятия решений требует знания функций потребительского спроса, предложения переработки (граничной стоимости) и предложения факторов. Потребители требуют разных сортов бензина в соответствии с техническими характеристиками их автомобилей. Функцию спроса на сорт  $i$  бензина задает его цена

$$P_{si} = \alpha_{si} - \beta_{si} Q_{si}, \quad (1)$$

где объемы  $Q_{s1}$ ,  $Q_{s2}$ ,  $Q_{s3}$  означают потребление обычного (regular), средне-сортного (midgrade), высококачественного (premium) бензина соответственно,  $\alpha_{si}$ ,  $\beta_{si}$  – некоторые параметры. При этом не предполагается замещения между сортами [5], поскольку технология задает соответствующее качество бензина.

Рассматриваемая задача описывается производственными процессами с фиксированными пропорциями (моделью Леонтьева). Поскольку в большинстве процессов производства добавок результирующие химикаты получают на основе двух и более других химикатов, то функцию предложения или граничной стоимости (marginal cost,  $MC$ ) формулируют через производство одного переработанного продукта (одной добавки). Кривую граничной стоимости для добавки задает функция

$$MC_{pj} = \alpha_{pj} + \beta_{pj} Q_{pj}, \quad (2)$$

где объемы  $Q_{p1}$ ,  $Q_{p2}$ ,  $Q_{p3}$  означают производство метил-трет-бутилового эфира (methyl tertiary butyl ether, МТВЕ), алкилата (alkylate), этанола соответственно,  $\alpha_{pj}$ ,  $\beta_{pj}$  – некоторые параметры. Эта функция учитывает зарплату и коммунальные услуги, но не учитывает стоимость материальных входов: чтобы получить граничную стоимость производства добавки, стоимость входных химикатов, выраженную на основе затрат на единицу продукта, следует прибавить к стоимости переработки.

Поскольку нефтепереработка разбивает молекулу нефти на много малых молекул, соответствующих типам очищенного бензина, то предложение переработки нефти формулируют через один вход сырой нефти:

$$MC_o = \alpha_o + \beta_o Q_o, \quad (3)$$

где  $Q_o$  – предложение нефти,  $\alpha_o$ ,  $\beta_o$  – некоторые параметры. Эта функция учитывает зарплату и коммунальные услуги, но не учитывает стоимость материальных входов. Горизонтальная кривая предложения переработки может наблюдаться в краткосрочном периоде, когда все фирмы имеют одинаковую технологию (например, одинаковый выход бензина на баррель нефти), а цены факторов и коммунальных услуг, зарплаты фиксированы в силу того, что сектор переработки мал относительно рынков труда и коммунальных услуг. В противном случае, если технология переработки является гетерогенной или сектор переработки велик относительно рынков труда, коммунальных услуг и химикатов, то краткосрочная кривая предложения переработки имеет наклон вверх. Эта кривая становится совершенно неэластичной (вертикальной), когда достигается ограничение мощности (независимо от гетерогенности технологии), когда становится неэластичным рынок предложения труда, коммунальных услуг или химикатов.

Нефтепереработка фактически является набором производственных процессов с фиксированными пропорциями [6]. Большинство решений по смеси продуктов, исходящих от барреля нефти, принимается в долгосрочном периоде, когда выбрана конфигурация производственных процессов с фиксированными пропорциями. Принимающиеся в краткосрочном периоде остальные решения по промежуточным затратам нефти и газа для производства бензина или дизельного топлива, по продаже или внутреннему использованию остатков топливной нефти, по пропорции керосина в бензиновой смеси существенно не изменяются от года к году. Отсюда следует предположение о фиксированных пропорциях.

Большинство кривых предложения входных факторов для производства добавок склонно иметь наклон вверх, так как эти факторы – побочные продукты производства природного газа. Кроме того, внутреннее производство побочных продуктов дополняется импортом. Кривую предложения фактора  $i$  для производства добавок задает его цена

$$P_{li} = \alpha_{li} + \beta_{li} Q_{li}, \quad (4)$$

где объемы  $Q_{l1}$ ,  $Q_{l2}$ ,  $Q_{l3}$  означают предложение изобутана, пропилена, кукурузы (входов на добавки) соответственно,  $\alpha_{li}$ ,  $\beta_{li}$  – некоторые параметры. Если кривые предложения факторов включают один биомассный вход для производства одной добавки, то в больших имитационных моделях важны перерабатывающий комплекс для этанола и кривая предложения сырой нефти. Это лишь будет усложнять базовые соотношения (1) – (4). Цену  $P_o$  сырой нефти считаем экзогенной.

Целевая функция максимизации – отраслевое благосостояние. Это прибыль плюс потребительский излишек минус эксплуатационная и материальная стоимость, связанная с переработкой. Общественное благосостояние от продажи продуктов бензина – это сумма дохода продавца и излишка покупателя [7], равная в силу зависимости (1)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 [P_{si}Q_{si} + 0.5Q_{si}(\alpha_{si} - P_{si})] &= \sum_{i=1}^3 0.5(P_{si}Q_{si} + \alpha_{si}Q_{si}) = \\ &= \sum_{i=1}^3 0.5Q_{si}(2\alpha_{si} - \beta_{si}Q_{si}). \end{aligned} \quad (5)$$

Стоимость переработки и факторов – это сумма площадей под соответствующими функциями предложения (для нескольких процессов производства добавок, для входов на добавки, для отрасли нефтепереработки)

$$\sum_{i=1}^3 0.5Q_{pi}(\alpha_{pi} + M C_{pi}) + \sum_{i=1}^3 0.5Q_{li}(\alpha_{li} + P_{li}) + 0.5Q_o(\alpha_o + P_o),$$

равная в силу зависимостей (2) – (4)

$$\sum_{i=1}^3 0.5Q_{pi}(2\alpha_{pi} + \beta_{pi}Q_{pi}) + \sum_{i=1}^3 0.5Q_{li}(2\alpha_{li} + \beta_{li}Q_{li}) + 0.5Q_o(2\alpha_o + \beta_oQ_o). \quad (6)$$

Лагранжиан задачи максимизации учитывает функции (5), (6), а также издержки, определяемые произведением  $P_o$  и объема  $Q_o$  используемой сырой нефти. Кроме того, лагранжиан учитывает то, что потребление добавки  $i$  не превышает ее производства [8]:

$$\sum_{i=1}^3 r_{ji}Q_{pi} \leq Q_{lj} + x_jQ_o, \quad j = 1, 2, 3, \quad (7)$$

где  $x_j$  – выход побочного продукта  $j$  на единицу добычи нефти,  $r_{ji}$  – производный (derived) спрос на вход фактора  $j$ , обусловленный производством данной добавки  $i$ .

Смешивание учитывают неравенства

$$\sum_{i=1}^3 Z_{ji} \leq Q_{pj}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^3 Z_{ki} \leq y_{k-3}Q_o, \quad k = 4, 5, 6, \quad (9)$$

где  $Z_{1i}$ ,  $Z_{2i}$ ,  $Z_{3i}$  – объемы соответственно МТВЕ, алкилата, этанола (добавки) в сорте  $i$  бензина,  $Z_{4i}$ ,  $Z_{5i}$ ,  $Z_{6i}$  – объемы соответственно бензина каталитического крекинга (catalytic cracker), бензина реформинга (reformer), бензина коксования (cocker) в сорте  $i$  бензина,  $y_{k-3}$  – выход типа очищенного бензина на единицу переработанной нефти. Фиксированные затраты на смешивание компонента не влияют на общее решение.

Потребление  $Q_{si}$  сорта  $i$  бензина не превышает его предложения:

$$\sum_{j=1}^3 Z_{ji} + \sum_{k=4}^6 Z_{ki} \geq Q_{si}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Экологическое ограничение задается неравенством

$$\sum_{j=1}^3 O_j Z_{ji} + \sum_{k=4}^6 O_k Z_{ki} \geq K_i Q_{si}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

где  $O_j, O_k$  – октановое (octane) содержание отдельного компонента бензина,  $K_i$  – октановый рабочий стандарт для отдельного сорта  $i$  бензина.

Вычитая из дохода (5) стоимость (6), а также учитывая ограничения (7)–(11), получаем лагранжиан, необходимый для анализа рыночного равновесия:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{i=1}^3 0.5 Q_{si} (2\alpha_{si} - \beta_{si} Q_{si}) + \sum_{i=1}^3 \psi_i \left( \sum_{j=1}^3 O_j Z_{ji} + \sum_{k=4}^6 O_k Z_{ki} - K_i Q_{si} \right) - P_o Q_o - \\ & - \sum_{i=1}^3 0.5 Q_{pi} (2\alpha_{pi} + \beta_{pi} Q_{pi}) - \sum_{i=1}^3 0.5 Q_{li} (2\alpha_{li} + \beta_{li} Q_{li}) - 0.5 Q_o (2\alpha_o + \beta_o Q_o) + \\ & + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \left( Q_{lj} + x_j O_o - \sum_{i=1}^3 r_{ji} Q_{pi} \right) + \sum_{j=1}^3 \mu_j \left( Q_{pj} - \sum_{i=1}^3 Z_{ji} \right) + \\ & + \sum_{k=4}^6 \theta_k \left( y_{k-3} Q_o - \sum_{i=1}^3 Z_{ki} \right) + \sum_{i=1}^3 \phi_i \left( \sum_{j=1}^3 Z_{ji} + \sum_{k=4}^6 Z_{ki} - Q_{si} \right), \end{aligned}$$

где  $\psi_i, \lambda_j, \mu_j, \theta_k, \phi_i$  – (неотрицательные множители) Лагранжа, представляющие граничный вклад в чистое отраслевое благосостояние дополнительной единицы предложения соответственно октанов, входов на добавки, самих добавок, видов очищенных бензинов, самих бензинов как конечных продуктов. Ограничение (11) регулирует качество, порождая спрос на редкий ресурс и создавая дополнительную ценность для бензиновых компонентов или добавок с желаемыми свойствами.

Тогда из условий максимизации первого порядка имеем:

$$0 \leq \partial L / \partial Q_{si} = \alpha_{si} - \beta_{si} Q_{si} - \psi_i K_i - \phi_i, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$0 \leq \partial L / \partial Q_{pi} = \mu_i - \alpha_{pi} - \beta_{pi} Q_{pi} - \sum_{j=1}^3 \lambda_j r_{ji}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$0 \leq \partial L / \partial Q_{li} = \lambda_i - \alpha_{li} - \beta_{li} Q_{li}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$0 \leq \partial L / \partial Q_o = \sum_{j=1}^3 \lambda_j x_j + \sum_{k=4}^6 \theta_k y_{k-3} - \alpha_o - \beta_o Q_o - P_o;$$

$$0 \leq \partial L / \partial Z_{ij} = \begin{cases} \phi_j + \psi_j O_i - \mu_i, & i = 1, 2, 3 \\ \phi_j + \psi_j O_i - \theta_i, & k = 4, 5, 6 \end{cases}$$

Модели программирования могут быть полезными для рынков, где рыночные критерии наталкиваются на ограничения качества и окружающей среды. Пример рынка бензинов показывает некоторые важные элементы регулирования, качества и ценообразования. Прежде всего, необходимо моделировать спрос на бензины, производство и смешивание промежуточных продуктов (добавок и очищенных бензинов), рынки входов (нефти, природного газа и побочных продуктов, биомассы). Далее необходимо построить функцию общественного благосостояния с ограничением на качество бензинов, используя их октановые числа, а затем – применить условия оптимизации первого порядка.

*В.М. Горбачук, Г.О. Шулінок*

#### ОПТИМАЛЬНИЙ СУСПІЛЬНИЙ ДОБРОБУТ НА РИНКУ БЕНЗИНІВ

Пропонується та розвивається універсальний підхід до оптимізації суспільного добробуту галузі з пропозицією факторів, виробництвом, попитом на кінцеві продукти.

*V.M. Gorbachuk, G.O. Shulinok*

#### OPTIMAL SOCIAL WELFARE ON THE MARKET OF GASOLINES

The universal approach to social welfare optimization of a sector with factor supply, production, demand on final products.

1. *Горбачук В.М., Русанов И.А.* Макроекономічні наслідки ринкових недосконалостей сектору енергетики // Фінансове забезпечення діяльності суб'єктів господарювання. – Кременчук: Кременчуцький національний університет імені М. Остроградського, 2013. – С. 120–124.
2. *Горбачук В.М.* Інформаційно-комунікаційні технології та довкілля // Інноваційний розвиток економіки України. – Дніпропетровськ: Перспектива; Херсон: Гельветика, 2013. – С. 52–58.
3. *Горбачук В.М., Пепеляев В.А.* Макромодель енергетики и экономического роста // Стохастическое программирование и его приложения в энергетике. – Иркутск: Институт систем энергетики имени Л.А. Мелентьева СО РАН, 2012. – С. 278–306.
4. *Гасанов А.С., Горбачук В.М.* Виробництво біопалив: математичні моделі та методи // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем. – Дніпропетровськ: ДНУ імені О. Гончара, 2008. – С. 83–84.
5. *Gorbachuk V.* Cournot–Nash equilibria and Bertrand–Nash equilibria for a heterogenous duopoly of differentiated products // Cybernetics and systems analysis. – 2010. – Vol. 46, N 1. – P. 25–33.
6. *Gary J.H., Handwerk G.E.* Petroleum refining: technology and economics. – New York: Marcel Dekker, 1994.
7. *Горбачук В.М.* Методи індустріальної організації. – К.: А. С. К., 2010. – 224 с.
8. *Gallagher P.W., Shapouri H., Price J.* Welfare maximization, pricing, and allocation with a product performance or environmental quality standard: illustration for the gasoline and additives market // International journal of production economics. – 2006. – Vol. 101. – P. 230–245.

Получено 05.04.2013