

Описаны некоторые новые возможности автоматизированного комплекса НАДРА-3D, делающие возможным его применение для решения практической задачи моделирования регионального режима фильтрации воды Киевской промышленно-городской агломерации на долгосрочный период.

© М.В. Белоус, В.С. Дейнека,
2010

УДК 004.925.8

М.В. БЕЛОУС, В.С. ДЕЙНЕКА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА НАДРА-3D ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ

Введение. В Институте кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины разработан программный комплекс НАДРА-3D, находящийся в стадии развития и предназначенный для моделирования процессов фильтрации и изменения напряженно-деформированного состояния в многокомпонентных трехмерных объектах, которые могут содержать произвольно ориентированные в пространстве тонкие включения, в том числе и пересекающиеся [1 – 4].

В данной работе описаны некоторые особенности применения этого программного комплекса для решения практической задачи моделирования неустановившейся фильтрации воды в сложной пространственной слоистой грунтовой среде на долгосрочный период.

Постановка задачи. Исследуемая область представляет собой пространственный грунтовой массив с максимальной глубиной 775 м и площадью его поверхности 188000 x 248000 м, состоящий из четырех водоносных горизонтов, разделенных тремя слабопроницаемыми слоями. Требуется промоделировать режим неустановившейся фильтрации воды с учетом влияния сети рек, атмосферных осадков, промышленных водозаборов и водосбросов с 1942 по 1997 годы. Исходные данные для создания трехмерной геометрической модели исследуемого региона и вычисления параметров математической модели предоставлены группой научных сотрудников академика НАН Украины В.М. Шестопалова в виде файлов данных программной системы MODFLOW.

Схема решения. Для решения поставленной задачи с помощью программного комплекса Надра-3D необходимо выполнить следующие этапы:

1. Выбор математической модели.
 2. Построение геометрической модели исследуемой области.
 3. Привязка параметров математической модели к геометрической модели.
 4. Построение конечно-элементного разбиения.
 5. Формирование и решение систем линейных алгебраических уравнений метода конечных элементов.
 6. Представление результатов в удобной для анализа форме.
- Рассмотрим эти этапы более подробно.

Математическая модель.

На конец 1941 г. движение воды в грунтовом массиве Киевской промышленно-городской агломерации (КПГА) считаем установившимся и моделируем его краевой задачей для трехмерного эллиптического уравнения с кусочно-постоянными коэффициентами фильтрации. Обобщенное решение задачи ищем как функцию $u(x) \in H$, минимизирующую функционал энергии [5]

$$\Phi(v) = \iiint_{\Omega} \sum_{i,j=1}^3 k_{ij} \frac{\partial v}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} dx + \iint_{\Gamma_3} \sigma v^2 d\Gamma_3 - 2 \iiint_{\Omega} f v dx - 2 \iint_{\Gamma_2} \beta_1 v d\Gamma_2 - 2 \iint_{\Gamma_3} \beta_0 v d\Gamma_3,$$

$\forall v \in H$, где H – множество функций $v(x) \in W_2^1(\Omega_l)$ ($l = \overline{1, m}$), удовлетворяющих главным краевым условиям на участке границы Γ_1 и главным условиям сопряжения «идеального контакта».

Начиная с 1942 по 1997 гг. неустановившееся движение воды моделируем начально-краевой задачей для параболического уравнения с кусочно-постоянными коэффициентами фильтрации и кусочно-постоянными коэффициентами влагоемкости и влагоотдачи, изменяющимися во времени смешанными краевыми условиями и изменяющимися во времени мощностями водозаборов. В качестве начальных условий используем результаты моделирования установившейся пространственной фильтрации на конец 1941 года. Обобщенное решение ищем как функцию $u(x, t) \in H^{1,1}$, удовлетворяющую $\forall t \in (0, T]$ главным краевым условиям на участке границы Γ_1 , главным условиям сопряжения идеального контакта и следующим интегральным соотношениям [6]:

$$\begin{aligned} & \iiint_{\Omega} \beta \frac{\partial u}{\partial t} v(x) d\Omega + \iiint_{\Omega} \sum_{i,j=1}^3 k_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} d\Omega + \alpha \iint_{\Gamma_3} u v d\Gamma_3 = \\ & = \iiint_{\Omega} f(x, t) v(x) d\Omega + \iint_{\Gamma_2} \delta v d\Gamma_2 + \iint_{\Gamma_3} \beta_0 v d\Gamma_3, \end{aligned}$$

$$\iiint_{\Omega} u(x, 0)v(x)d\Omega = \iiint_{\Omega} u_0(x)v(x)d\Omega, \quad t \in 0,$$

где $v(x)$ – произвольная функция из H^1 , обращающаяся в нуль на участке границы Γ_1 и удовлетворяющая главным условиям сопряжения «идеального контакта». Пространство H^1 состоит из функций $v(x)$, принадлежащих на Ω_l пространству Соболева $W_2^1(\Omega_l)$ ($l = \overline{1, m}$); пространство $H^{1,1}$ состоит из функций $u(x, t)$, которые вместе со всеми своими первыми частными производными $\forall t \in (0, T]$ принадлежат пространствам $L_2(\Omega_l)$ ($l = \overline{1, m}$).

Математическая постановка указанных задач, соответствующие обобщенные задачи и численные схемы их решения с помощью метода конечных элементов, построенные и использованные при разработке проблемно-ориентированной компоненты программного комплекса Надра-3D, подробно описаны в [5, 6].

Задача решена для двух наборов исходных данных. В первом случае исходные данные о геометрии исследуемой области, системе рек и параметрах модели заданы на прямоугольной сетке с размером ячейки 4000 x 6000 м (рис. 1), во втором – на уточненной сетке с размером ячейки 2000 x 2000 м (рис. 2).

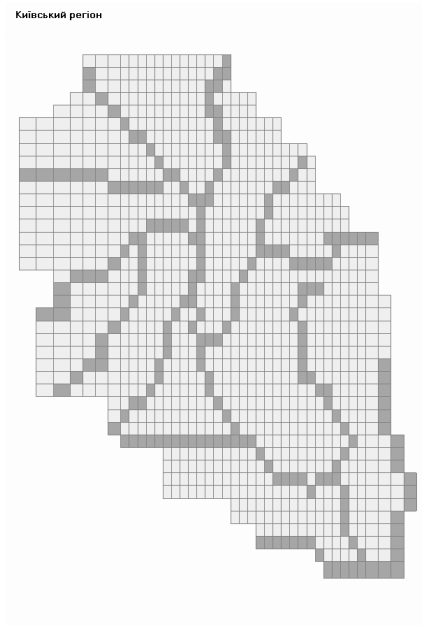


РИС. 1

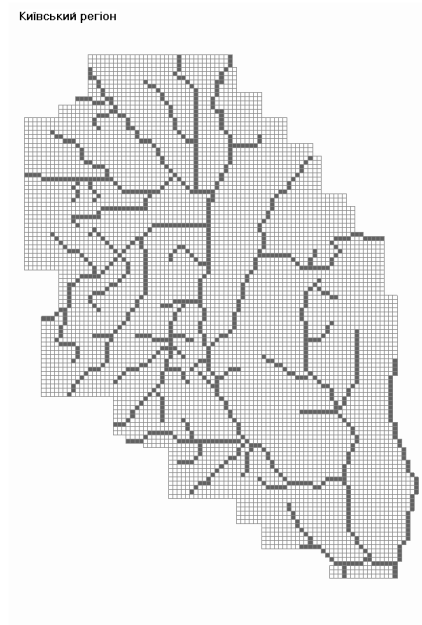


РИС. 2

Построение геометрической модели исследуемой области. На сегодняшнем этапе реализации интерфейсная компонента программного комплекса Надра-3D позволяет создавать специализированные геометрические модели слоистых трехмерных областей $\bar{\Omega}$, для которых выполняются следующие условия:

1. В плоскости XU область $\bar{\Omega}$ имеет произвольную геометрию и состоит из подобластей произвольной формы, контактирующих между собой $\bar{\Omega} = \bigcup_{i=1}^m \bar{\Omega}_i$, $\bar{\Omega}_i \cap \bar{\Omega}_j = \emptyset, i \neq j$; кроме того, каждая подобласть может содержать произвольное количество отверстий.

2. Вдоль оси Z область $\bar{\Omega}$ разделена кусочно-линейными поверхностями на слои. В каждом слое S можно выделить кровлю Sc (верхнюю поверхность), подошву Sf (нижнюю поверхность) и боковую поверхность Ss . Причем для любых двух точек $v_1 = (x_1, y_1, z_1) \in S, v_2 = (x_2, y_2, z_2) \in S$ выполняется условие: $v_1 \in Sf \wedge v_2 \in Sc \wedge x_1 = x_2 \wedge y_1 = y_2 \Rightarrow z_1 < z_2$, а в любой точке $v \in Ss$ для вектора нормали к боковой поверхности $n_{Ss}(v) = (n_x, n_y, n_z)$ выполняется условие $n_z = 0$. Контакт двух слоев S_i и S_j осуществляется только через кровлю / подошву, т.е. выполняются условия $Ss_i \cap Ss_j = \emptyset, i \neq j$ и $S_i \cap S_j \neq \emptyset, i \neq j \Rightarrow Sf_i = Sc_j \vee Sf_j = Sc_i$.

3. Подошва и кровля каждого слоя имеют одинаковую геометрию в плоскости XU .

4. Сквозные отверстия в моделируемой области создаются путем редактирования XU проекции (см. п. 1). Для моделирования несквозных пустот необходимо отметить соответствующие макрозоны как пустые.

Для построения геометрической модели слоистой области и ее конечно-элементного разбиения удобно использовать локальную систему координат, в которой выполняются условия 1–4 и которая получена с помощью параллельного переноса и поворота системы координат, для которой записаны исходные дифференциальные уравнения. Переход между этими системами и соответствующие преобразования координат узлов конечно-элементной сетки осуществляются с помощью инструментария программного комплекса.

Отметим, что ограничения 1–4 введены для упрощения реализации подсистемы построения конечно-элементного разбиения области. В дальнейшем планируется расширение возможностей подсистемы триангуляции, что, соответственно, означает и расширение класса областей, геометрия которых может моделироваться программным комплексом.

Для создания геометрической модели слоистой многокомпонентной области пользователю необходимо выполнить следующие этапы:

- создание и редактирование XU проекции модели. На этом этапе пользователь может использовать инструментарий комплекса Надра-3D для создания и редактирования кривых (окружность, эллипс, ломаная, кусочно-кубические сплайны и т.п.) и инструменты преобразования объектов;
- создание вертикальных слоев и редактирование положения по оси Z точек этих слоев;
- создание и редактирование полостей.

Поскольку моделируемый регион КПА рассматривается как совокупность грунтовых слоев, а исходные данные, описывающие геометрию и физические характеристики региона, предоставлены в виде файлов данных программной системы MODFLOW, вышеописанного инструментария в совокупности с инструментом импорта данных из файлов системы MODFLOW достаточно для построения геометрической модели КПА.

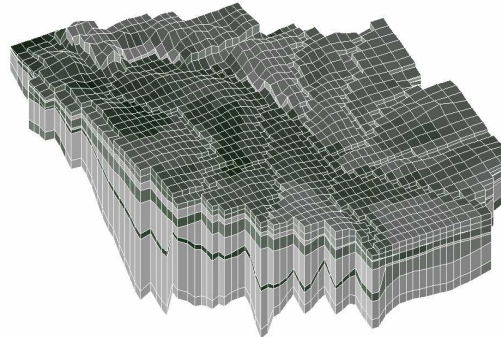


РИС. 3

На рис. 3 показана модель геометрии КПА, построенная с помощью программного комплекса Надра-3D. Из-за значительной разницы горизонтальных и вертикальных габаритных размеров описываемого региона модель показана сжатой в 100 раз вдоль осей OX , OY для демонстрации рельефа региона.

На рис. 4 показана на модельном примере последовательность этапов создания геометрической модели многокомпонентного слоистого объекта с отверстиями в системе Надра-3D.

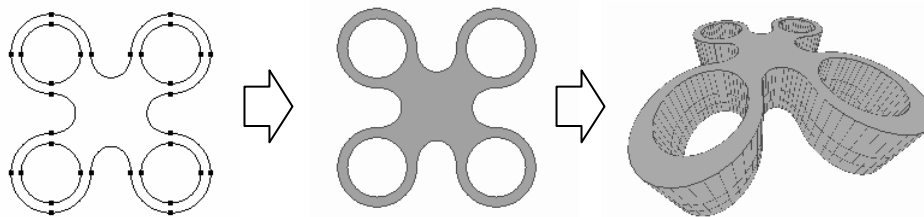


РИС. 4

Привязка параметров математической модели к геометрической модели.

Для моделирования режима неустановившейся пространственной фильтрации воды пользователю необходимо указать следующие параметры:

- коэффициенты фильтрации и водоотдачи для каждой макрозоны;
- значения водозаборов в соответствующих макрозонах;
- типы и параметры краевых условий для каждого участка поверхности.

Создание и редактирование характеристик объекта осуществляется пользователем с помощью инструментария комплекса Надра-3D для работы с информационной моделью проекта и библиотеками характеристик (параметров математической модели). Поскольку исходные данные по КПА импортировались из файлов системы MODFLOW, заполнение библиотек и привязка параметров к элементам геометрии осуществлялось полуавтоматически на этапе импорта данных.

Построение конечно-элементного разбиения. Для построения трехмерной сетки конечно-элементного разбиения геометрической модели слоистого многокомпонентного тела в программном комплексе Надра-3D используется комбинированный алгоритм, реализованный в виде соответствующей подсистемы.

Основные этапы алгоритма:

1. XY-проекция области покрывается неструктурированной сеткой треугольников по алгоритму исчерпывания (advancing front).

2. Поскольку все поверхности, разделяющие вертикальные слои, имеют одинаковую XY-проекцию, для каждой поверхности раздела создается копия сетки, после чего для ее узлов вычисляется положение координаты z . Таким образом получаем представление каждого слоя в виде объединения треугольных «призм».

3. Каждая такая призма разбивается вдоль оси Z на k частей, где k – заданное пользователем значение, а каждая из полученных k призм представляется как объединение трех тетраэдров. При разбиении призм на тетраэдры учитывается тот факт, что образованные тетраэдрами соседних призм ребра должны совпадать на поверхности контакта этих призм.

4. Сквозные отверстия в моделируемой области создаются путем редактирования XY-проекции (см. п. 1). Для моделирования несквозных пустот необходимо отметить соответствующие макрзоны как пустые.

Управление параметрами построения конечно-элементного разбиения осуществляется с помощью инструментария программного комплекса. Пользователь может задавать желаемую максимальную длину ребра двумерной сетки XY проекции и количество элементарных слоев, на которые разбивается каждый слой моделируемой области по вертикали. Максимальная длина ребра сетки XY проекции задается пользователем с помощью «маркеров», привязывающих введенное пользователем значение к некоторой области пространства. Используя несколько таких маркеров можно управлять сгущениями создаваемой сетки. На рис. 5 схематически представлены этапы работы алгоритма триангуляции, на рис. 6 – вид рабочей области программного комплекса с модельным объектом и двумя маркерами триангуляции, на рис. 7 – сгенерированное по этим маркерам конечно-элементное разбиение со сгущением сетки.

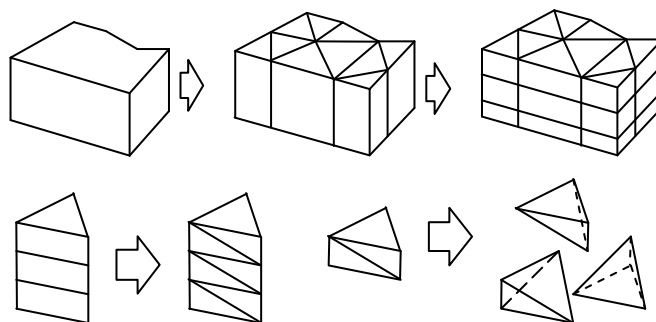


РИС. 5

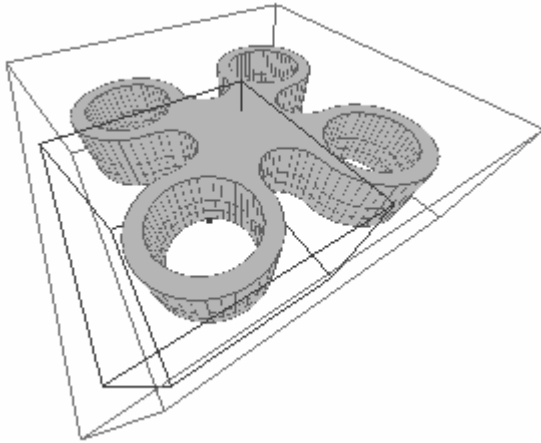


РИС. 6

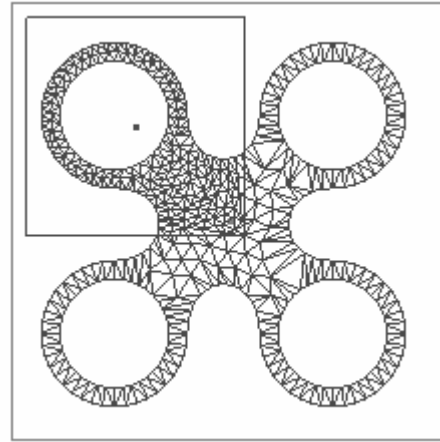


РИС. 7

Формирование и решение систем линейных алгебраических уравнений метода конечных элементов. Формирование и решение СЛАУ МКЭ осуществляется проблемно-ориентированной компонентой программного комплекса Надра-3D, функционирующей на многопроцессорном комплексе СКИТ Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины [2].

Представление результатов в удобной для анализа форме. На сегодняш-

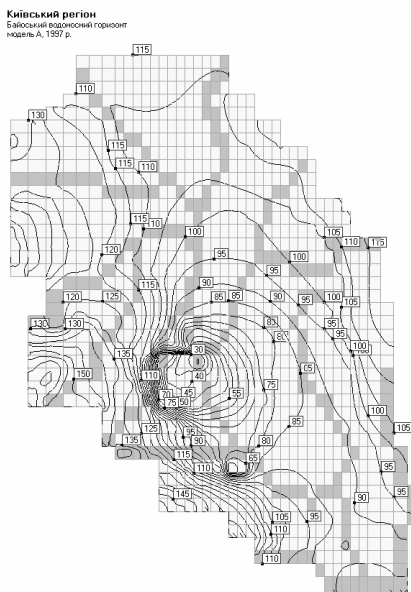


РИС. 8

нем этапе реализации программный комплекс Надра-3D позволяет строить для задач фильтрации графические изображения изолиний пьезометрических напоров или давлений на выбранной пользователем подсети конечно-элементного разбиения моделируемого объекта и сохранять отрисованные изображения в графические файлы форматов *.bmp или *.jpeg. Вид и количество изолиний настраивается пользователем с помощью соответствующего инструментария программного комплекса. Для специализированных геометрических моделей слоистых областей система позволяет создавать табличные представления параметров математической модели или усредненных (минимальных, максимальных) по макроэлементам значений пьезометрических напоров или давлений и сохранять их в текстовые файлы. На рис. 8 показан пример изолиний пьезометрических напоров для байосского водоносного горизонта КПА, построенный с помощью программного комплекса Надра-3D.

Заключение. Рассмотрены некоторые возможности программного комплекса Надра-3D, которые использовались при его применении для решения практической задачи моделирования режима фильтрации воды в слоистом грунтовом массиве Киевской промышленно-городской агломерации.

М.В. Білоус, В.С. Дейнека

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ НАДРА-3D
ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РЕГІОНАЛЬНОГО РЕЖИМУ ФІЛЬТРАЦІЇ ВОДИ

Розглядаються деякі можливості автоматизованого комплексу НАДРА-3D, які дозволяють його використання для розв'язання практичної задачі моделювання регіонального режиму фільтрації води Київської промислово-міської агломерації на довгостроковий період.

M.V. Bilous, V.S. Deineka

THE USE OF NADRA-3D SOFTWARE FOR SIMULATION OF REGIONAL WATER
FILTRATION

Some features of NADRA-3D software are used for solving practical problems of long-term regional water-filtration simulation for Kyiv city-industrial agglomeration.

1. *Сергиенко И.В., Дейнека В.С., Вещунов В.В.* Информационная технология NADRA 3D исследования процессов многокомпонентных грунтовых сред // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 6. – С. 157–174.
2. *Дейнека В.С., Вещунов В.В., Белоус М.В.* Информационная технология FVOLD-3D исследования трехмерного неустановившегося движения жидкости с помощью суперкомпьютера СКИТ // Компьютерная математика. – 2007. – № 1. – С. 13–23.
3. *Белоус М.В., Дейнека В.С.* Подсистема ввода и редактирования геометрической информации пространственных слоистых тел информационной технологии Надра-3D // Компьютерная математика. – 2009. – № 1. – С. 76–85.
4. *Белоус М.В., Дейнека В.С.* Интерфейс пользователя подсистемы ввода и редактирования геометрической информации пространственных слоистых тел информационной технологии Надра-3D // Компьютерная математика. – 2009. – № 2. – С. 36–43.
5. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В.* Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 2001. – 606 с.
6. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В.* Анализ многокомпонентных распределенных систем и оптимальное управление. – Киев: Наук. думка, 2007. – 703 с.

Получено 29.01.2010

Об авторах:

Белоус Максим Владимирович,
младший научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,
e-mail maksbilous@ukr.net

Дейнека Василий Степанович,
доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН Украины,
заведующий отделом Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.
e-mail vdeineka@ukr.net