УДК 004.85, 004.416.3

**М.В. ПІКУЛЯК***

## ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ МУЛЬТИМНОЖИН ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО КВАНТОВОГО НАБОРУ НАВЧАЛЬНОГО КОНТЕНТУ

*ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені В.Стефаника», Івано-Франківськ, Україна

***Анотація.*** *У статті розглянуто застосування теорії мультимножин для побудови індивідуальної навчальної траєкторії студента в адаптивній системі дистанційного навчання. Описана технологія дає змогу побудувати базу знань навчального контенту на основі найменших неподільних квантів інформації.*
***Ключові слова:*** *адаптивна система, теорія мультимножин, база знань, квант інформації.*

***Аннотация.*** *В статье рассмотрено применение теории мультимножеств для построения индивидуальной учебной траектории студента в адаптивной системе дистанционного обучения. Описанная технология позволяет построить базу знаний учебного контента на основе наиболее неделимых квантов информации.*
***Ключевые слова:*** *адаптивная система, теория мультимножеств, база знаний, квант информации.*

***Abstract.*** *The article deals with multisets theory application to form individual learning trajectory of a student in adaptive system of distance learning. The described technology allows to build a knowledge base of educational content based on the smallest indivisible quantum information.*
***Keywords:*** *adaptive system, multisets theory, knowledge base, quantum information.*

### 1. Вступ

Сучасний навчальний процес важко уявити собі без використання комп'ютерних посібників, збірників задач, тренажерів, лабораторних практикумів, довідників, енциклопедій, тестуючих і контролюючих систем та інших комп'ютерних засобів навчання [1].

І хоча на ринку освітніх послуг сьогодні представлено чималу кількість як зарубіжних, так і вітчизняних навчальних комп'ютерних продуктів, розробка нових ефективних систем передачі знань, що базуються на найбільш передових інформаційних технологіях та засобах навчання, в даний час є досить актуальною задачею й вимагає нових підходів до проблем практичної її реалізації.

Як показує проведений аналіз відомих програмних продуктів у системі дистанційної освіти (ANGEL, BlackBoard, Moodle, Lotus LearningSpace, WebCT), для побудови бази знань навчального матеріалу широко застосовуються формальні (числення предикатів, логіка висловлювань) та неформальні (семантичні, реляційні, продукційні, фреймові) моделі представлення.

У даній роботі описується використання теорії мультимножин для побудови бази знань навчального контенту в адаптивній навчальній системі, що дає змогу в зручний спосіб програмно забезпечити сукупність окремих елементів (квантів) навчальної області та встановити зв'язки між ними.

### 2. Огляд літературних джерел

Зародження теорії мультимножин пов'язано з бурхливим розвитком багатьох галузей дискретної математики. Передумовою її появи послужило те, що засоби класичної мови канторівської теорії множин виявились недостатніми для вирішення задач, де досліджувалися сукупності об'єктів, серед яких зустрічаються і однакові елементи.

У зв'язку з цим із середини минулого століття все більшої ваги починає набувати поняття мультимножини, у структурі якої досліджуються сукупності елементів, що можуть повторюватись довільну кількість разів. Зокрема, В. Блізард представив розгорнутий огляд теорії мультимножин, увівши змістовні визначення, та дослідив специфіку їх застосування [2].

Д. Кнут в [3] описав операції об'єднання, перетину та додавання мультимножин, а Дж. Альберт в [4] представив алгебраїчні властивості мультимножин.

В.Н. Сачковим було введено поняття первинної та вторинної специфікації [5], яке виявилось зручним для опису та характеризації мультимножин.

У 70-ті роки до вивчення мультимножин епізодично звертаються різні автори (Б.С. Стєчкін, В.І. Большаков, К. Грін, Д.А. Клейтман, М. Ліпскі та ін.), а присвячені мультимножинам розділи займають достойне місце на сторінках класичних монографій М. Айгнера [6] та Р. Стенлі [7].

Загальні комбінаторні теореми про сполучення та перестановки на мультимножинах доведені Р.А. Заторським в [8], яким також побудовані ефективні алгоритми пошуку рішення подібних задач.

Поняття множини є частковим випадком поняття мультимножини. Тому всі операції теорії множин переносяться на випадок мультимножин.

Крім математики, мультимножини набули широкого застосування в фізиці, філософії, психології, логіці, лінгвістиці. В кінці минулого століття все більше авторів починають використовувати теорію мультимножин для комп'ютерних досліджень. Зокрема, елементи застосування мультимножин у базах даних (БД) описані в роботі Ж. Ламперті, який над таблицями проводив різного роду мультимножинно-орієнтовані маніпуляції [9].

Завдяки введенню спеціальних конструкцій значень-мультимножин (multiset value constructor) та агрегатних функцій (collect, fusion, intersect), мультимножини набули широкого застосування в SQL-подібних мовах [10].

Теоретичні питання побудови баз даних на основі мультимножин досліджені також у працях Л. Лібкіна та Л. Вонга, які особливу увагу приділили мові запитів для мультимножин [11].

Незважаючи на те, що теорія мультимножин та практика їх застосування знаходяться на початковому етапі свого становлення, на сьогодні у світі відомо багато успішних прикладів її використання:

- для аналізу складних систем та моделювання задач комбінаторики [12];
- для вирішення задач прогнозування у штучному інтелекті [13];
- у математичному програмуванні [14];
- у методах обробки інформації [15];
- у визначенні основних понять мереж Петрі [16];
- в задачах розпізнавання образів символів [17];
- для проведення обрахунків у табличних базах даних та ДНК-обчисленнях [18].

Оскільки під час проектування та наповнення бази знань в адаптивній навчальній системі, що розробляється, окремі кванти інформації утворюють сукупності елементів, які можна розглядати як скінченні мультимножини, тому апарат мультимножин використовується як математичний об'єкт дослідження задачі квантування навчального контенту.

## 3. Постановка задачі дослідження

Мета статті – розглянути питання щодо застосування мультимножинних маніпуляцій для побудови навчальної траєкторії студента в адаптивних системах передачі знань.

Виходячи з поставленої мети, в роботі вирішуються такі задачі:

– теоретичне обґрунтування основних понять теорії мультимножин;

– розробка мультимножинної моделі бази знань навчального контенту;

– практична реалізація описаної технології та дослідження навчальної поведінки студента під час адаптивного навчання;

– дослідження ефективності застосування мультимножинних операцій над даними в автоматизованих комп’ютерних програмах.

### 4. Основні поняття та означення теорії мультимножин

Для квантової прив’язки навчального контенту вводимо основні означення та поняття, що визначені в загальній теорії мультимножин [19, 20]:

*Означення 1.* Мультимножиною $A$ називають довільний невпорядкований набір елементів деякої множини $[A]$, яку називають базисом цієї мультимножини. Кратність $k$ входження елемента $a$ множини $[A]$ в мультимножину $A$ позначають через $a^k \in A$.

Нижче будемо розглядати лише мультимножини, що складаються із скінченного числа елементів, тобто скінченні мультимножини.

Розглянемо поняття первинної та вторинної специфікації мультимножини [5].

*Означення 2.* Первинною специфікацією мультимножини $A$ із базисом $[A]=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ і відповідними кратностями елементів цього базису $k(A)=\{k_1,k_2,\ldots,k_n\}$ називають символ $\left[a_1^{k_1},\ldots,a_n^{k_n}\right]$. Кратності $k_i$ у первинній специфікації називають також її показниками.

Таким чином, кожна мультимножина однозначно задається за допомогою первинної специфікації, яка відповідає їй. Зауважимо, що кратності елементів $k(A)=\{k_1,k_2,\ldots,k_n\}$ мультимножини $A$ задовольняють рівняння:

$$k_1+k_2+\ldots+k_n=|A|,$$

де $|A|$ – потужність цієї мультимножини.

Якщо мультимножина $A$ складається із $m$ елементів, то $|A|=m$ і її називають $m$-мультимножиною.

*Означення 3.* Нехай серед кратностей $k(A)=\{k_1,k_2,\ldots,k_n\}$ елементів базису $[A]=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ мультимножини $A$ є $\lambda_1$ одиниць, $\lambda_2$ двійок і т.д. $\lambda_n$ $n$-ок, тоді символ $\left[\left[1^{\lambda_1}2^{\lambda_2}\ldots n^{\lambda_n}\right]\right]$ називають вторинною специфікацією мультимножини $A$.

Очевидно, що показники $\lambda(A)=\{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n\}$ вторинної специфікації мультимножини $A$ задовольняють рівність $\lambda_1+2\lambda_2+\ldots+n\lambda_n=|A|$.

На мультимножинах вводять операції, аналогічні до операцій на множинах [20]. При цьому всі позначення, введені для операцій над множинами, зберігають і для аналогічних операцій над мультимножинами. Якщо в мультимножині деякий елемент базової множини відсутній, то вважають, що його кратність у цій мультимножині дорівнює нулю. Позначимо через $k_a(A)$ кратність елемента $a$ в мультимножині $A$.

Мультимножину $B$ називають підмультимножиною мультимножини $A$, якщо виконується співвідношення $[B]\subseteq[A]$ і для всіх $a\in[B]$ виконується нерівність $k_a(B)\le k_a(A)$. В такому випадку кажуть, що мультимножина $B$ міститься в $A$ або $B$ включено в $A$ [21]: тобто кратність входження всіх $a$ в мультимножині $B$ не перевищує їх кратності в мультимножині А. Якщо підмультимножина $B$ мультимножини $A$ має потужність $m$, то її називають $m$-підмультимножиною мультимножини $A$.

*Об'єднанням* $A \cup B$ двох мультимножин $A$ і $B$ називають таку мультимножину $C$, що $[C]=[A]\bigcup[B]$, і для довільного $a\in[C]$ виконується рівність $k_a(C)=\max\left(k_a(A),k_a(B)\right)$.

*Перетином* $A\cap B$ двох мультимножин $A$ і $B$ називають мультимножину $C$, для якої виконується рівність $[C]=[A]\bigcap[B]$, причому для кожного елемента $a\in[C]$ справедлива рівність $k_a(C)=\min\left(k_a(A),k_a(B)\right)$.

*Сумою* $A+B$ двох мультимножин $A$ і $B$ називають таку мультимножину $C$, що $[C]=[A]\bigcup[B]$, і для кожного $a\in[C]$ виконується рівність $k_a(C)=k_a(A)+k_a(B)$. Ця операція не має аналога для звичайних множин. Якщо мультимножини $A$ і $B$ лінійні, то і їх сума $A+B$ є лінійною мультимножиною.

Якщо для кожного елемента $a$ з перетину $A+B$ двох мультимножин $A$ і $B$ виконується нерівність $k_a(B)\le k_a(A)$, то можна говорити про різницю $A-B$ мультимножин $A$ і $B$. Вона визначається на базі $[A]$ мультимножини $A$ так, що для кожного елемента $a\in[A]\setminus[B]$ виконується рівність $k_a(A-B)=k_a(A)$, а для кожного $a\in[A]\bigcap[B]$ – рівність $k_a(A-B)=k_a(A)-k_a(B)$.

**5. Побудова мультимножинної моделі бази знань**

Оскільки весь навчальний матеріал курсу (теми) у розробленій адаптивній системі розбивається на найпростіші неподільні кванти інформації $k_j$, $j=1,2,\ldots,m$, то кожному завданню тесту $t_i, i=1,2,\ldots,n$ відповідає мультимножина $T_i=\{k_1^{\lambda_{i1}},k_2^{\lambda_{i2}},\ldots,k_m^{\lambda_{im}}\}, i=1,2,\ldots,n$ квантів, які потрібно знати та вміти використовувати, роблячи потрібні висновки.

Нехай при перевірці засвоєння курсу правильно виконано $s$ наборів тестових завдань. Для того, щоб встановити незасвоєні кванти інформації, необхідно проаналізувати мультимножину, яка є сумою мультимножин, що відповідають наборам тестів з негативними відповідями. Очевидно, що кванти інформації, що відповідають негативним відповідям з найбільшими показниками, не засвоєні, тому на повторне вивчення подається матеріал курсу, що базується на цих квантах.

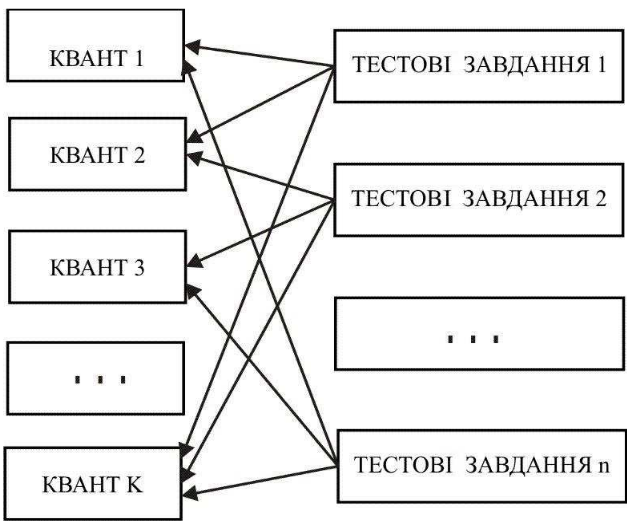

Рис. 1. Прив'язка тестових завдань та квантів

Розглянемо загальний приклад з метою визначення незасвоєних квантів. При побудові наборів тестових завдань, як правило, в одному і тому самому наборі окремий квант інформації може бути перевірений за допомогою різних за складністю завдань довільну кількість разів. Припустимо, що в тестовому наборі $t_1$ використовуються $r_1$-завдань, які перевіряють рівень знання кванта $k_1$, $r_2$-завдань, які перевіряють рівень знання кванта $k_2$, і т.д., $r_k$-завдань – рівень знання кванта $k_k$ (рис. 1).

Тоді тестовому набору $t_1$ буде відповідати мультимножина $T_1$ з наступною первинною специфікацією:

$$T_1 = \{k_1^{r_1}, k_2^{r_2}, ..., k_k^{r_k}\}.$$

Аналогічно тестовому набору $t_n$ буде відповідати мультимножина $T_n$:

$$T_n = \{k_1^{m_1}, k_2^{m_2}, ..., k_k^{m_k}\},$$

в якій квант $k_1$ зустрічається $m_1$ раз, $k_2 - m_2$ раз і т.д., $k_k - m_k$ раз.

За підсумками тестування для кожного студента формуються результуючі мультимножини $T_{ci}$, які будуються на основі квантів, прив'язаних до тестових завдань, по яких було отримано негативну відповідь. Після проведення сумування початкових та результуючих мультимножин, а також нормування індексів при однакових номерах квантів, навчальна система для кожного студента формує індивідуальний набір квантів для повторного чи поглибленого вивчення.

## 6. Приклад реалізації квантово-мультимножинної технології

Реалізацію описаної технології розглянемо на прикладі вивчення теми "Бази даних". Під час засвоєння лекції "Моделі даних та концептуальне моделювання" навчальний матеріал було розбито на кванти $k_1, k_2, ..., k_{10}$, кожному з яких відповідав окремий параграф лекції (рис. 2).

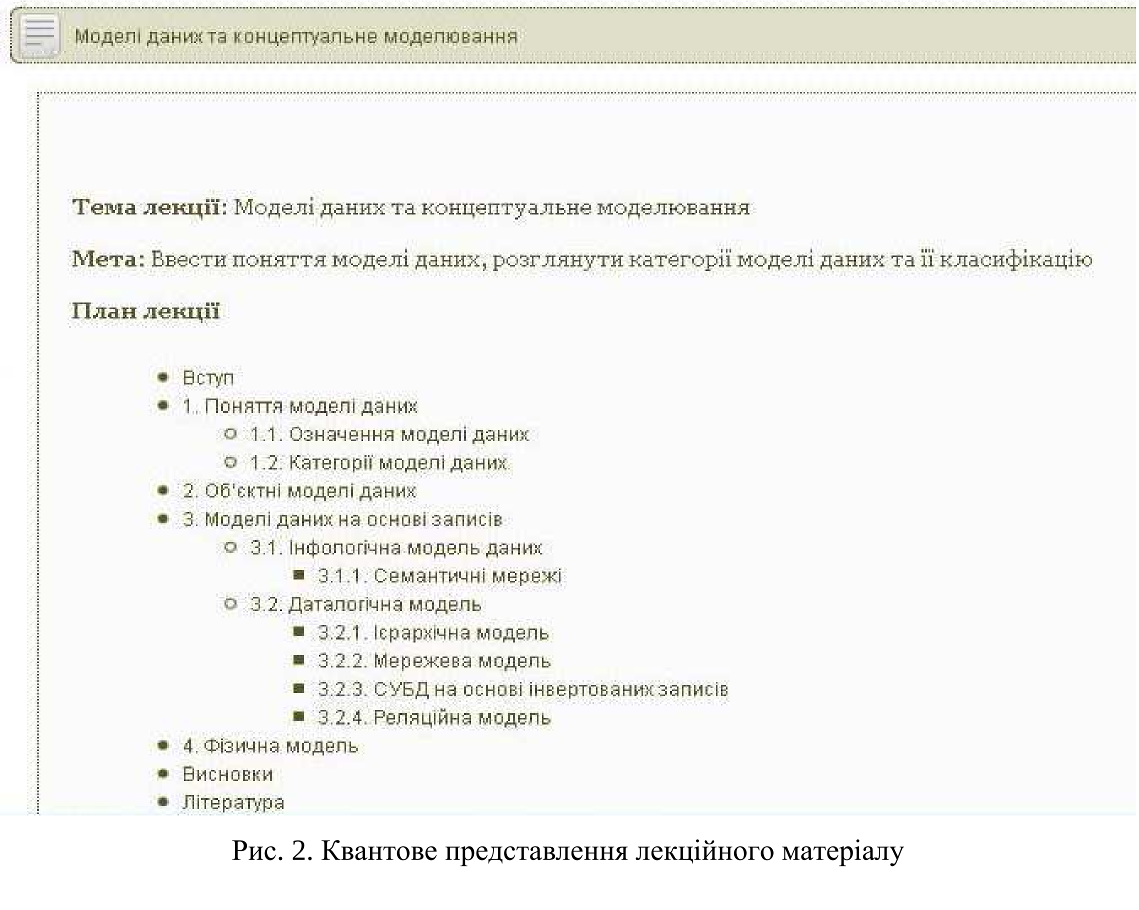


Рис. 2. Квантове представлення лекційного матеріалу

Для перевірки рівня засвоєння даної лекції в навчальній системі було розроблено 50 тестових завдань. Окремий тестовий набір, за яким проводилося тестування, складався з 15 запитань, кожне з яких було прив'язане до відповідного кванта $k_i$.

Подальше налаштування навчальної траєкторії адаптивна система здійснює за результатами проведених трьох тестувань:

1) початкове тестування (проводиться після вивчення лекційного матеріалу);

2) проміжне тестування (після виконання додаткових практичних завдань);

3) підсумкове завершальне тестування.

Під час тестування студента А навчальною системою було сформовано три набори тестових завдань $t_i$, кожному з яких відповідає мультимножина $T_i$ квантів $k_i$, знання яких перевіряється відповідним тестовим питанням:

$$t_1 \to T_1 = \{k_1^1, k_2^2, k_3^1, k_4^1, k_5^2, k_6^1, k_7^2, k_8^1, k_9^3, k_{10}^1\},$$

$$t_2 \to T_2 = \{k_1^3, k_2^3, k_3^1, k_5^3, k_6^2, k_7^1, k_9^1, k_{10}^1\},$$

$$t_3 \to T_3 = \{k_1^2, k_2^2, k_3^1, k_4^2, k_5^2, k_7^2, k_8^2, k_9^1, k_{10}^1\}.$$

Індекси над квантами визначають кількість повторень відповідного кванта в окремому тестовому наборі.

Оскільки, як було показано вище, на мультимножинах зберігається операція додавання, то, застосувавши сумування до мультимножин $T_i$, визначимо максимально можливу кількість повторень кванта $k_i$ в усіх наборах тестових завдань:

$$\sum_1^3 T_i = \{k_1^1, k_2^2, k_3^1, k_4^1, k_5^2, k_6^1, k_7^2, k_8^1, k_9^3, k_{10}^1\} + \{k_1^3, k_2^3, k_3^1, k_5^3, k_6^2, k_7^1, k_9^1, k_{10}^1\} + \tag{1}$$
$$\{k_1^2, k_2^2, k_3^1, k_4^2, k_5^2, k_7^2, k_8^2, k_9^1, k_{10}^1\} = \{k_1^6, k_2^7, k_3^3, k_4^3, k_5^7, k_6^3, k_7^5, k_8^3, k_9^5, k_{10}^3\}.$$

Після завершення тестування для кожного студента системою формуються результуючі мультимножини $T_{ci}$, побудовані на основі квантів, що стосуються тестових питань, по яких було отримано негативні відповіді.

| | K1 | K2 | K3 | K4 | K5 | K6 | K7 | K8 | K9 | K10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tc1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| Tc2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Tc3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 |

Рис. 3. Прив'язка неправильних відповідей та квантів

Зокрема, для студента А, який брав участь у дослідженні, в системі було отримано такі результуючі мультимножини $T_{c1}$, $T_{c2}$, $T_{c3}$ (рис. 3):

$$T_{c1} = \{k_2^1, k_6^1, k_7^1, k_9^1, k_{10}^1\},\ T_{c2} = \{k_2^1, k_5^2, k_7^1\},\ T_{c3} = \{k_1^1, k_3^1, k_4^1, k_5^1, k_7^1, k_8^2, k_9^1, k_{10}^1\},$$

в кожній з яких індекс над квантом $k_i$ вказує на кількість тестових питань, по яких було отримано негативну відповідь стосовно кванта $k_i$ в окремому тестовому наборі.

Підсумувавши індекси при однакових номерах квантів, можна зробити висновок, які кванти є найбільш суттєвими для повторного їх вивчення:

$$\sum_1^3 T_{ci} = \{k_2^1, k_6^1, k_7^1, k_9^1, k_{10}^1\} + \{k_2^1, k_5^2, k_7^1\} + \{k_1^1, k_3^1, k_4^1, k_5^1, k_7^1, k_8^2, k_9^1, k_{10}^1\} = \tag{2}$$
$$\{k_1^1, k_2^2, k_3^1, k_4^1, k_5^3, k_6^1, k_7^3, k_8^2, k_9^2, k_{10}^2\}.$$

На заключному етапі адаптивна система проводить нормування сум (1) та (2) за методом ділення на максимум серед компонент.

Виходячи, наприклад, з норми 50 % незасвоєння навчального матеріалу, очевидно, що в описаному прикладі для студента А системою формується матеріал для повторного вивчення, побудований на основі квантів $k_7$, $k_8$ та $k_{10}$ (рис. 4):

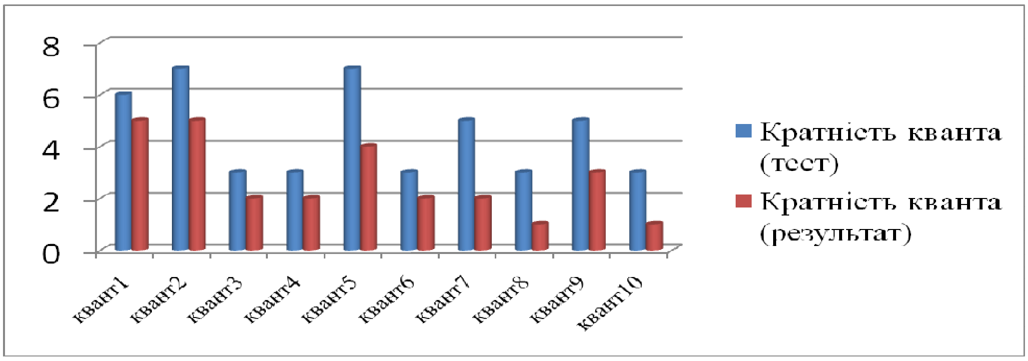


Рис. 4. Графічне представлення результатів нормування мультимножин

У загальному випадку сума $\sum_{i=1}^{n} T_i = \{k_1^{\mu_1}, k_2^{\mu_2}, \ldots, k_m^{\mu_m}\}$ всіх мультимножин $T_i$ є мультимножиною, в якій показники її елементів визначаються рівностями:

$$\mu_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij},\ j = 1, \ldots, m.$$

Залучення мультимножин до формування тестових завдань дає змогу також проаналізувати правильність складання тестових завдань та оцінити їх якість.

Для визначення оцінки якості тестів використовується стала $\mu = \sum_{i=1}^{m} \mu_i$. Чим більшою є ця стала для даного набору тестів, тим якіснішим, з точки зору перевірки знань, є такий набір.

Важливим показником при складанні тестових завдань є незалежність тестів. Якщо перетин двох мультимножин $T_i \bigcap T_j = \varnothing$, то тестові завдання $t_i$ та $t_j$, яким відповідають мультимножини $T_i$ та $T_j$, вважаються незалежними, тобто вони спираються на різні кванти.

Якщо $T_i \bigcup T_j = T_i$, то тестовий набір $t_j$ є несуттєвим, оскільки він аналогічний до $t_i$.

Для визначення повноти набору тестових наборів проводять аналіз множини $P = \{k_1, k_2, \ldots, k_m\} - \left[\bigcup_{i=1}^{n} T_i\right]$.

Якщо множина $P$ порожня, то тестовий набір наповнено правильно, оскільки для його складання залучені всі кванти інформації. В іншому випадку успішне проходження всіх тестових завдань не перевіряє знання деяких квантів інформації.

## 7. Висновок

Застосування для побудови адаптивних систем передачі знань теорії мультимножин дозволяє вирішити такі навчальні задачі:

– побудувати базу знань навчального контенту на основі найменших неподільних квантів інформації;

– здійснити ефективну прив'язку квантів до відповідних контролюючих тестових завдань;

– адаптувати навчальний контент відповідно до здобутих успіхів студента під час навчання;

– провести верифікаційні дослідження повноти та якості сформованих тестових завдань.

Це дає змогу забезпечити того, хто навчається, індивідуально сплановaною стратегією навчання з урахуванням попереднього рівня його знань та на основі диференційного підходу до реальних вмінь та навиків, які він проявив під час навчання.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. Башмаков А.И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем // А.И. Башмаков, И.А. Башмаков. – М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 2003. – 616 с.
2. Blizard W. The Development of Multiset Theory / W. Blizard // Notre Dame J. of Formal Logic. – 1989. – Vol. 30, N 1. – P. 36 – 66.
3. Кнут Д. Искусство программирования: в 2 т. / Кнут Д.; пер. с англ. – М.: “Вильямс”, 2000. – [3-е изд.]. – Т. 2. – 832 с.
4. Albert J. Algebraic properties of bag data types / J. Albert // Seventeenth International Conference on Very Large Data Bases. – Barcelona, Spain, 1991. – P. 211 – 219.
5. Сачков В.Н. Комбинаторные методы дискретной математики / Сачков В.Н. – М.: Наука, 1977. – 319 с.
6. Айгнер М. Комбинаторная теория / Айгнер М.; пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 558 с.
7. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика / Стенли Р.; пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 440 с.
8. Заторський Р.А. Про число сполучень на мультимножинах / Р.А. Заторський // Вісник КНУ. – (Серія «Фіз.-мат. науки»). – 2000. – Вип. 3. – С. 42 – 47.
9. Lamperti G. On Multisets in Database Systems / G. Lamperti, M. Melchiori, M. Zanella // Multiset Processing: Mathematical, Computer Science, and Molecular Computing Points of View, number 2235 in Lecture Notes in Computing Since. – Berlin: Springer-Verlag, 2001. – P. 147 – 215.
10. Наиболее интересные новшества в стандарте SQL:2003 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.nestor. minsk.by/sr/2004/03/40331.htm.
11. Libkin L. Query Language for Bags and Aggregates Function / L. Libkin, L. Wong // J. of Computer and System Sciences. – 1997. – Vol. 55, N 1. – P. 241 – 272.
12. Баранов В.И. Экстремальные комбинаторные задачи и их приложения // В.И. Баранов, Б.С. Стечкин. – М.: Наука, 1989. – 54 с.
13. Величко В.Ю. Решение задачи прогнозирования свойств составных объектов на основе вывода по аналогии / В.Ю. Величко // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2002. – № 2. – С. 46 – 55.
14. Petrovsky A. Method for approximation of diverse individual sorting rules / A. Petrovsky // Informatica. – 2001. – Vol. 12, N 1. – P. 109 – 118.
15. Dershowitz N. Proving termination with multiset or- dering / N. Dershowitz, Z. Manna // Communication of ACM. – 1979. – Vol. 22, N 8. – P. 465 – 476.
16. Ломазова И.А. Анализ семантических свойств некоторых классов программ и сетей Петри: автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук / И.А. Ломазова. – Переяславль-Залесский: Ин-т программных систем РАН, 2001. – 44 с.
17. Славин О.А. Использование мультимножеств в распознавании символов / О.А. Славин // Труды института системного анализа Российской академии наук. – 2006. – Т. 23. – С. 198 – 205.
18. Буй Д.Б. Теория мультимножеств: библиография, применение в табличных базах данных / Д.Б. Буй, Ю.А. Богатырева // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2010. – № 7 (48). – С. 56 – 62.
19. Петровский А.Б. Пространства множеств и мультимножеств // А.Б. Петровский – Москва: Едиториал УРСС, 2003. – 248 с.
20. Заторський Р.А. Деякі методи та задачі комбінаторного аналізу (Спеціальний курс математики) // Заторський Р.А. – Івано-Франківськ: Лік, 2006. – 136 с.
21. Петровский А.Б. Мультимножества как модель представления многопризнаковых объектов в принятии решений и распознавании образов / А.Б. Петровский // Искусственный интеллект. – 2002. – № 2. – С. 236 – 243.


*Стаття надійшла до редакції 13.06.2014*