УДК 004.31, 538945, 530145

А.К. БЕЛЯЕВ*, В.П. КЛИМЕНКО*

ОБ ОЦЕНКЕ ДЛИНЫ МИКРОПРОГРАММ В СИСТЕМЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АБСТРАКТНОГО РЕГИСТРА

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

Анотація. *В роботі розглядається задача оцінки довжини мікропрограм у системі обернених перетворень абстрактного регістру. Мікропрограми мінімальної довжини подаються структурними засобами адекватного опису квантових перетворень.*
Ключові слова: *абстрактний регістр, класи регулярності, квантові обчислення.*

Аннотация. *В работе рассматривается задача оценки длины микропрограмм в системе обратимых преобразований абстрактного регистра. Микропрограммы минимальной длины представляются структурными средствами адекватного описания квантовых преобразований.*
Ключевые слова: *абстрактный регистр, классы регулярности, квантовые вычисления.*

Abstract. *In this work we consider the problem of estimating the microprograms length in a system of permutations of the abstract register. Minimum possible length microprograms are interpreted using a structural means of adequate description of quantum permutations.*
Keywords: *abstract register, regularity classes, quantum computing.*

1. Введение

Предложенная работа касается вопросов представления преобразований абстрактного регистра [1] в системе обратимых преобразований локального действия [2], а также отработки критериев оценки длины микропрограмм в этой системе преобразований. Наличие критериев оценки может быть полезным для построения эквивалентных форм микропрограмм минимальной длины для проведения структурных преобразований и возможной их дальнейшей реализации.

Так, в области квантовых вычислений [3], при рассмотрении преобразований на ансамблях кубитов, предложенные представления могут быть связаны с выяснением логики и изучением физической природы взаимодействия кубитов в процессах вычислений.

В качестве средства проведения рассматриваемых построений, выбирается множество элементарных обратимых операций преобразования состояний кубитов, в частности, операций инверсии этих состояний, а также множество логических условий их выполнения [2].

На абстрактном уровне такая система микроопераций обладает свойством функциональной полноты, образует некоторое исходное базовое множество преобразований [2] для порождения системы обратимых преобразований абстрактного регистра. Базовое множество и система микроопераций представляются элементами симметрических групп.

2. Перечисление классов регулярности преобразований абстрактного регистра

В соответствии с [2], элементарные микрооперации абстрактного регистра, которые структурно представляются разрядными преобразованиями, будем обозначать буквами некоторого абстрактного алфавита. Тогда, в результате применения методики порождения преобразований, микропрограммы могут быть представлены в виде некоторых слов переменной длины, образуя ярусное разбиение системы преобразований абстрактного регистра.

Основным направлением для исследования свойств предложенной системы преобразований выбрано разбиение системы на классы регулярных элементов [4].

Такое представление может быть использовано для проведения определенной классификации микропрограмм различной длины.

Классы регулярных элементов образуются операциями замены переменных абстрактного регистра и их инверсий, а также путем образования произвольных композиций этих операций для структурного преобразования микропрограмм.

Предложенные операции инвариантны к длине микропрограмм, являются операциями трансформации преобразований и порождают некоторую группу зеркальных преобразований микропрограмм. Таким образом, реализуются определенная степень упорядоченности обратимых преобразований абстрактного регистра, необходимая при исследовании симметрии ярусной системы, а также расположение элементов преобразований в ней.

При этом количество элементов в ярусах системы, а также исследование различных свойств системы преобразований, непосредственно связывается с выбранной системой образующих. Так, например, преобразования четных ярусов образуют знакопеременную подгруппу в общей группе преобразований абстрактного регистра. Такая подгруппа содержит преобразования, которые в своем разложении имеют четное количество транспозиций [5].

Для поиска и отработки методики идентификации преобразований относительно ярусов системы, а также для проведения дальнейших построений, в качестве примера будем рассматривать систему преобразований трехразрядного абстрактного регистра.

Построим некоторое перечисление преобразований абстрактного регистра. Для этого будем использовать перестановки n-степени, в частности, их модульное представление.

Модульное представление образуется сложением по mod 2 элементов перестановки с номером текущего положения элемента в этой перестановке. Здесь модульное представление рассматривается для $n = 2 \wedge m$, где m – разрядность абстрактного регистра. Соответствие модульного представления и перестановок n-степени взаимно однозначно.

Например, в перестановке 8-ой степени [76234510], представляющей произведение транспозиций (0,7)(1,6), модульное представление имеет вид [77000077].

Другой пример перестановки 8-ой степени – [47230651]. Эта перестановка представляется произведением транспозиций (0,4)(1,7)(56), а ее модульное представление, соответственно, имеет вид [46004336].

Анализ позиций полученных модульных представлений приведенных выше перестановок показывает, что в первом случае модульное представление содержит четыре трехбитовых кода.

Во втором случае такое представление перестановок содержит четыре двухбитовых кода и два однобитовых кода. Указанным перестановкам могут быть поставлены в однозначное соответствие некоторые трехразрядные коды: 400 и 042.

Таким образом, преобразованиям абстрактного регистра ставятся в соответствие некоторые коды с условными весами 1, 2, 3 и т.д., начиная с младших разрядов. При этом образуется отношение естественного упорядочивания на множестве полученных кодов.

Предложенная система кодирования может быть также распространена на произвольные преобразования абстрактного регистра, представленные перестановками. Тогда в системе преобразований абстрактного трехразрядного регистра элементы базовой системы микроопераций кодируются кодом 002, тождественное преобразование кодируется кодом 000.

Рассмотрим некоторые свойства предложенной системы кодирования на примерах системы преобразований трехразрядного абстрактного регистра.

Кодам различных преобразований соответствуют определенные множества классов регулярности преобразований абстрактного регистра.

Базовое множество микроопераций определяется кодом 002, образует класс регулярных элементов с количеством элементов 12.

Микропрограммы длины 2, представляющие инволютивные преобразования второго яруса, образуют три регулярных класса с количеством элементов 6, 12, 24, которые кодируются кодом 004. В качестве представителей классов могут быть выбраны произвольные перестановки этих классов, например, [05634127], [052374163] и [052341763], а их модульные представления, соответственно, имеют вид [04404400], [04040404] и [04000411]. Иными словами, предложенная система кодирования инвариантна к зеркальным преобразованиям микропрограмм и может объединять классы регулярности в ярусах системы. Поэтому предложенная система кодирования преобразований абстрактного регистра может служить некоторым средством идентификации классов регулярности и их множеств. Это обстоятельство вытекает также из логики образования кодов и операций группы зеркальных преобразований микропрограмм.

Нужно отметить, что классы регулярности не выходят за пределы своих соответствующих кодов. Тем самым устанавливается соответствие выбранной системы кодирования и множеств классов регулярности преобразований абстрактного регистра.

Тогда для выбранной системы преобразований (трехразрядного абстрактного регистра) образуется некоторое распределение кодов, описывающих классы регулярности относительно ярусов системы. Это распределение приводится в табл. 1.

Таблица 1. Таблица распределения кодов перестановок в ярусах системы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
002											
	004	004									
		006	006	006							
			008	008	008	008					
	012										
		014	014								
		020									
			016	016	016						
		022	*022*	022							
			024	*024*	024						
				026	026	026					
			030								
			032	032	032						
				034	034	034					
			040		*040*	040					
				042	042	*042*					
					044	044	*044*				
				050		050					
					052	052	052				
					060	*060*	060				
						062	062	062			
						070	070	070			
							080	080	080		
		103									
			105	105							
				107	107	107					
			111								
			113	113							
				115	115						
				121							
				123	123	123					
					125	125	125				
				131	131	131					
					133	133	133				
					141	141					
						143	143	143			
						151	151				
							161	161			

Продолж. табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
				200							
				202	*202*						
				204	204	*204*					
					206	206	*206*				
				212	212						
					214	214					
					220	220					
					222	*222*	222				
						224	224	224			
					230	230					
						232	232				
						240	240				
							242	242			
							250	250			
								260	260		
					303	303					
						305					
						311					
						313	313				
						321	321				
							323	323			
							331	331			
								341	341		
							400				
							402	*402*			
							404	404	*404*		
								412			
							420	*420*			
								422	422		
								430			
									440	440	
									503		
									511		
									521		
								600		602	
										620	
											800

Курсивом обозначены коды классов регулярности инволютивных преобразований. Выделенные рамкой позиции отмечают классы регулярности для инволютивных и неинволютивных преобразований, которым соответствуют одинаковые коды.

В приведенном распределении коды упорядочены по возрастанию значений и номеров ярусов. Максимальная длина микропрограмм $p = m * 2 \wedge (m-1)$. Эта величина равна количеству элементов базиса.

В рассматриваемом случае она равна 12. Максимальную длину имеет инволютивное преобразование безусловной инверсии разрядов абстрактного регистра, которое отмечается кодом 800.

Анализ распределения кодов, описывающих классы регулярности по ярусам для предложенной системы преобразований, указывает на наличие неоднозначного соответствия кодов и ярусов системы.

Так, микропрограммы, представленные одинаковыми кодами классов регулярности, имеют попарно различную длину.

Поэтому основным средством анализа соответствия классов регулярности и номеров ярусов является исследование связи с соседними ярусами [4]. Пусть, например, рассматривается класс регулярности, обозначенный кодом 006, который представляется неинволютивным элементом, заданный перестановкой [25630147]. Этот элемент не может занимать позиции третьего яруса ввиду его неинволютивности.

Анализ переходов в соседние ярусы также показывает, что при умножении исходной перестановки справа на базовый элемент, заданный транспозицией (1,5), образуется перестановка [25630147] с кодом 004, которая не является инволютивной. Поэтому исходная перестановка – это элемент четвертого яруса. Действительно, анализ перехода, соответственно, по базовому элементу (3,7) образует перестановку [25670143] с кодом 008, которая не инволютивна и, таким образом, исходная перестановка не является элементом пятого яруса.

3. Выводы

1. Максимальная длина микропрограммы в системе преобразований, локализованных в разрядах абстрактного регистра, определяется размерностью множества базовых микроопераций, а соответствующий ей элемент равен их произведению.
2. Структурная регулярность преобразований является одним из основных критериев оптимизации микропрограмм в этой системе преобразований абстрактного регистра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков В.М. Кибернетика, вычислительная техника, информатика: избр. тр. в 3 т. / Глушков В.М. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 1. – С. 179 – 191.
2. Беляев А.К. Базовая система микроопераций и ее применение / А.К. Беляев // Кибернетика. – 1972. – № 2. – С. 71 – 76.
3. Беляев А.К. Анализ модели квантовых вычислений / А.К. Беляев, В.П. Клименко // Математичні машини і системи. – 2009. – № 2. – С. 45 – 52.
4. Беляев А.К. О регулярности преобразований на абстрактном регистре / А.К. Беляев // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 4. – С. 184 – 187.
5. Холл М. Теория групп / Холл М. – М.: Иностр. лит., 1962. – 468 с.

Стаття надійшла до редакції 02.04.2014