

## Резонансные свойства перфорированного экрана с двумя запердельными круглыми отверстиями различного диаметра в периодической ячейке

А. А. Кириленко, А. О. Перов, С. Л. Сенкевич

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,  
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина  
E-mail: kirilenko@ire.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 8 июля 2008 г.*

Исследованы режимы резонансного рассеяния плоской электромагнитной волны на перфорированном экране с двумя круглыми запердельными отверстиями в периодической ячейке. Обнаружено, что наличие нескольких апертур на периоде качественно изменяет АЧХ экрана. Наряду с режимом полного прохождения поля возбуждения в одноволновом диапазоне возможна реализация режима полного отражения. Для объяснения природы последнего исследованы собственные колебания экрана как открытой структуры – периодического резонатора. Исходя из законов симметрии установлены общие принципы формирования спектра регулярных периодических структур и, в частности, существование реальных собственных частот, сгущающихся к нулевой частоте. Выявлены колебания, определяющие резонансное поведение, и исследована их пространственная структура.

### Введение

Двумерно-периодические перфорированные экраны исследовались на протяжении многих лет, и к настоящему времени накоплен существенный объем знаний об их электродинамических свойствах [1-3]. Это позволило разработать и внедрить в практику различные антенно-фидерные устройства, в которых перфорированный экран является ключевой составляющей, формирующей требуемые частотно-селективные или поляризационные характеристики. Их рабочий диапазон обычно определяется областью частот, в которой экран прозрачен для электромагнитного поля и как правило лежит в пределах  $f_{\text{cut}}^{\text{apert}} < f < f_{\text{cut}}^{\text{Floquet}}$ . Нижняя частота – это частота отсечки основной волны в отверстии  $f_{\text{cut}}^{\text{apert}}$ , в то время как верхняя частота  $f_{\text{cut}}^{\text{Floquet}}$  есть “частота скольжения” первой волны Флоке и определяется требованием отсутствия вторичных лепестков в рассеянном поле (одноволновый диапазон). Используемый в таком слу-

чае резонансный режим работы экрана известен как резонанс на основной волноводной моде в отдельной апертуре [1].

Одноволновой режим работы реализуется и в случае, когда параметры экрана выбраны таким образом, что  $f < f_{\text{cut}}^{\text{Floquet}} < f_{\text{cut}}^{\text{apert}}$ , т. е. отверстия экрана являются запердельными и не поддерживают ни одной распространяющейся волноводной моды. Ранее это условие предполагало отсутствие у экрана резонансных свойств и, по-видимому, стало причиной того, что эффект полного прохождения электромагнитного поля через экран с запердельными отверстиями был обнаружен не в результате теоретических исследований, а во время экспериментов, проведенных не так давно в оптическом диапазоне [4]. Было обнаружено, что такой экран позволяет реализовать режим повышенной прозрачности поля, который нельзя охарактеризовать простой суммой вкладов каждого из запердельных отвер-

стей. Оказалось, что явление носит некий “коллективный” резонансный характер, природа его была неясна, и работа [4] стала толчком к широкому исследованию свойств подобных экранов. Обзор последующих работ можно посмотреть в [5, 6], причем дальнейшее обсуждение свойств подобных экранов с малыми отверстиями можно разделить на два направления.

Первое направление связано с исследованием самой природы такого резонансного поведения. Было предложено несколько концепций, где основополагающая роль отводилась влиянию поверхностных волн – “плазмонов-поляритонов”, существующих вблизи границы раздела с неидеальным металлом [4]. Однако в тех случаях, когда экран уже может рассматриваться как идеально проводящий (см. [7] с экспериментальными данными в микроволновом диапазоне), такое объяснение оказалось неприменимо. В работе [8] было предложено другое объяснение, которое опиралось на теорию собственных колебаний открытых структур [9, 10]. Было показано, что резонансные свойства идеально проводящего слоя металла с двумерно периодической системой отверстий, как в случае запертых отверстий, так и в случае отверстий “резонансных” размеров, имеют одну и ту же природу: парные резонансы прохождения формируются одними и теми же собственными колебаниями. Соответствующая пара собственных колебаний экрана образуется как результат синфазного и противофазного сложения специфических собственных колебаний двух границ раздела перфорированный металл – свободное пространство.

Второе направление – это разработка на основе экранов с запертыми отверстиями новых устройств, композитных и метаматериалов [11], которое включает в себя исследование поведения подобных экранов с целью получения требуемых характеристик. Экран с круглыми отверстиями является наиболее простым с технологической точки зрения, однако он не дает достаточной свободы для управления его резонансными характеристиками – уменьшение размера апертуры отверстия ведет к сужению резонансного пика на дифракционной характеристике [10]. Поэтому исследования свойств различных экранов с целью получения тре-

буемых характеристик остаются актуальными [5]. Обычно в теории частотно-селективных поверхностей заданных характеристик добиваются выбором формы апертуры отверстия, однако в случае экранов с запертыми отверстиями требуемые результаты получают, используя экраны с простой геометрией отверстий путем варьирования их количества и расположения. Это объясняется тем, что в этом случае резонансы имеют групповой характер, а не индивидуальный, как в случае открытых отверстий [12].

Настоящая работа посвящена исследованию свойств перфорированного экрана с двумя круглыми запертыми отверстиями в пределах периодической ячейки. Введение дополнительных степеней свободы в геометрии периодической ячейки дает больше возможностей для управления его характеристиками, а также позволяет получить новые свойства, которые невозможно реализовать в случае одноэлементных экранов. Обнаружено, что наряду с режимом полного прохождения, который поддерживает экран с одним отверстием на периоде, возможна реализация режима полного отражения в экранах с несколькими отверстиями на периоде. В настоящее время исследование и обсуждение причин существования резонансных свойств экранов с запертыми отверстиями [4] ведется достаточно активно, однако возможность реализации режимов полного отражения и их природа в таких структурах еще не исследовалась. Если провести аналогию с известными результатами, то похожее поведение дифракционных характеристик наблюдалось в экранах с элементами резонансных размеров для одномерно-периодических [3] и двумерно-периодических экранов [13, 14] и трактовалось как некое подобие резонансов на запертых модах, обусловленное наличием нескольких каналов связи двух полупространств. В случае экранов с запертыми отверстиями даже основная волноводная мода в отверстиях не является распространяющейся. Поэтому подобная аналогия не позволяет объяснить возникновение резонансов, и нужно искать другую причину их существования.

В настоящей работе появление режима полного отражения обсуждается с позиций тео-

рии собственных колебаний открытых периодических структур.

## 1. Постановка задачи и метод исследования

Рассмотрим идеально проводящий экран толщиной  $h$ , перфорированный круглыми отверстиями радиуса  $r_i$  с периодами  $l_x$  и  $l_y$  в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно (рис. 1). Для решения задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на таком экране применим метод частичных областей [15]. Для этого в каждой из частичных областей запишем разложение полей по собственным функциям. Внутри отверстий поля представим в виде ряда по волновым модам, а вне области экрана – в виде рядов по волнам Флоке. Поскольку вид таких функций задан, задача сводится к определению векторов коэффициентов при этих функциях. Для их нахождения используется условие непрерывности полей на общих границах частичных областей. Это требование и использование свойств полноты собственных функций приводит к бесконечной системе алгебраических уравнений второго рода, связывающей амплитуды  $\vec{a}$  мод рассеянного поля с амплитудами  $\vec{b}$  падающего поля:

$$\vec{a} + D(f)\vec{a} = \vec{b}, \quad (1)$$

где  $f$  – частота. Численное решение (1) с различными  $\vec{b}$  позволяет найти матрицу рассея-

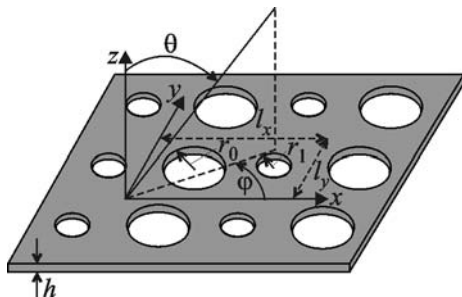


Рис. 1. Геометрия перфорированного экрана

ния  $S(f) = (I + D(f))^{-1}$  анализируемой структуры в базисе волн Флоке.

Для интерпретации характеристик рассеяния будем использовать подход, основанный на теории собственных колебаний [10], который заключается в том, что экран рассматривается как открытый резонатор, а резонансные эффекты в задачах рассеяния могут быть описаны как отклики при возбуждении его на реальных частотах, близких к собственным, (нетривиальные решения однородного операторного уравнения (1)). Такой подход позволяет описать резонансное поведение экрана минимальным числом величин. Так, например, добротность и частота резонанса в малой окрестности собственной частоты  $f_p$  могут быть охарактеризованы значениями ее вещественной и мнимой частей. Это позволяет свести задачу исследования резонансных свойств конкретной структуры к изучению поведения собственных частот как функций ее геометрических и материальных параметров. Часто такая трактовка является более простой и физически очевидной, чем непосредственный анализ резонансного поведения дифракционных характеристик.

В результате электродинамический анализ сводится к поиску нетривиальных решений однородного уравнения (1) и к представлению  $S(f)$  в виде полюсного разложения по собственным частотам  $f_p^{\text{eigen}}$  оператора (1):

$$S(f) = \sum_p \frac{R_p}{f - f_p^{\text{eigen}}} + S_0(f), \quad (2)$$

где  $R_p$  – вычеты, связанные с полюсами  $f_p^{\text{eigen}}$ ;  $S_0(f)$  – голоморфная функция  $f$ .

Представление (2) удобно использовать для анализа, когда нерезонансный член  $S_0(f)$  достаточно мал, в других ситуациях он может вносить существенный вклад в характеристики рассеяния. Поэтому его преобразуют к более удобному виду, что можно сделать, опираясь на унитарность матрицы рассеяния и на связь собственных частот на различных листах римановой поверхности [16, 17]. В результате для абсолютных величин коэффициентов прохождения можно получить простые замкнутые аналити-

ческие выражения, содержащие только собственные частоты экрана. Так, например, в одноволновом диапазоне модуль коэффициента прохождения плоской волны записывается в следующем виде:

$$|T_{TE_{00}, TE_{00}}^{appr}| = \frac{1}{2} \left| \left[ \frac{P^m(-f)}{P^m(f)} - \frac{P^e(-f)}{P^e(f)} \right] \right|, \quad (3)$$

где

$$P^{m(e)}(f) = \prod_{n=1}^{Q^{m(e)}} (f - f_n^{m(e)})(f + f + \bar{f}_n^{m(e)});$$

$Q^m$  и  $Q^e$  – количество учитываемых колебаний с собственными частотами  $f_n^m$  и  $f_n^e$ , соответствующими симметричным и антисимметричным (относительно плоскости экрана) колебаниям; подчеркивание над  $f$  означает комплексное сопряжение. Формула (3) оказалась удобна не только тем, что позволяет предсказать наличие частот полной прозрачности или непрозрачности экрана, но и тем, что дает возможность описать резонансное поведение экрана и в малой окрестности резонансов, и в более широком диапазоне частот.

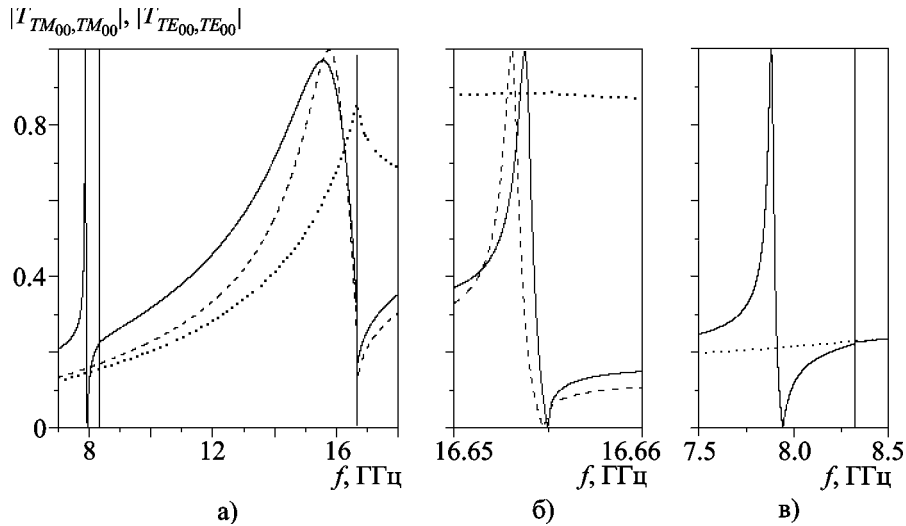
## 2. Экран с несколькими отверстиями как следствие введения дефекта в одноэлементную ячейку

Основным объектом исследования является перфорированный экран с двумя заперделенными отверстиями на периоде. Это самый простой многоэлементный экран, но в тоже время позволяет выявить основные закономерности формирования резонансных откликов подобных структур. Результаты, рассмотренные в работе, получены для случая возбуждения плоской волной, падающей по нормали к плоскости экрана.

Введение дополнительных степеней свободы (выбор размеров отверстий, их положения внутри ячейки), по сравнению с экранами с одним отверстием на периоде, позволяет до-

биться лучших характеристик [5], однако в тоже время затрудняет анализ вклада каждого из элементов структуры в формирование резонансного отклика. Наиболее простая интерпретация может быть получена, если рассматривать ячейку с несколькими элементами как результат введения дефекта в решетку одноэлементных ячеек, обусловленного периодическим смещением одного из отверстий или изменением его размера. Тогда, зная, каким образом введение того или иного дефекта сказывается на резонансных характеристиках, можно судить о поведении экрана в случае произвольного выбора элементов заполнения периодической ячейки. Возможность такого подхода следует из бесконечной периодичности экрана. Например, экран с одним отверстием в периодической ячейке  $l_x \times l_y$  может быть рассмотрен как экран с двумя такими же отверстиями в ячейках  $2l_x \times l_y$  или  $l_x \times 2l_y$  и т. д. Наряду с возможностью упрощения анализа поведения экрана с несколькими отверстиями появляется возможность рассмотреть одноэлементные экраны с несколько другой стороны, расширяя тем самым знания об их свойствах.

Как проявляет себя введение дефекта, обусловленного изменением радиуса одного из отверстий, в периодическую ячейку с двумя отверстиями, расположенными вдоль оси  $x$ , показано на графиках, представленных на рис. 2. Для плоских волн, поляризованных вдоль осей  $x$  и  $y$  (соответственно  $TM_{00}$ - и  $TE_{00}$ -волна), рис. 2, а демонстрирует частотные зависимости коэффициентов прохождения  $T_{TM_{00}, TM_{00}}$  и  $T_{TE_{00}, TE_{00}}$  для экрана конечной толщины ( $h = 1$  мм). Штриховая и пунктирная кривые на рис. 2, а иллюстрируют ситуацию с двумя одинаковыми отверстиями радиуса  $r_0 = r_1 = 5$  мм, что соответствует решетке с одним отверстием, расположенным в центре периодической ячейки  $l_x \times l_y = 18 \times 15$  мм. Здесь отметим низкодобротный (при  $f = 15.7308$  ГГц) и высокодобротный (при  $f = 16.6395$  ГГц) резонансы полного прохождения  $TM_{00}$ -волны, лежащие в пределах одноволнового диапазона  $f < f_{cut, TE(TM)_{\pm 10}}^{Floquet} = 16.6551$  ГГц. Они, как показано в [8], обусловлены существованием пары собственных колебаний экрана с полями сим-



**Рис. 2.** Коэффициенты прохождения  $TM_{00}$ - и  $TE_{00}$ -волн как функции частоты для экрана конечной толщины  $h = 1$  мм: а) – в одноволновом диапазоне,  $f \leq f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{floquet}}$ , для периодической ячейки  $18 \times 15$  мм; б) – в диапазоне, прилегающем к частоте скольжения  $f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{floquet}}$  для такой же ячейки; в) – в диапазоне, прилегающем к частоте скольжения  $f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{floquet}}$  для ячейки  $36 \times 15$  мм.  $|T_{TE_{00}, TE_{00}}(f)|$  – штриховая кривая,  $|T_{TM_{00}, TM_{00}}(f)|$  – пунктирная кривая,  $|T_{TM_{00}, TM_{00}}(f)|$  для решетки со “сбоем” периода ( $r_1 = 5$  мм,  $r_2 = 6$  мм) – сплошная кривая

метричными или несимметричными относительно плоскости  $xu$ .

Более высокочастотное колебание имеет столь высокую добротность, что резонансный всплеск  $T_{TM_{00}, TM_{00}}(f)$  вырождается в вертикальную линию вблизи частоты  $f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{floquet}}$ . Для его иллюстрации на рис. 2, б представлен фрагмент АЧХ с растянутой частотной шкалой. Подчеркнем, что в случае стандартной решетки коэффициент прохождения в минимумах нигде нуля не достигает.

Введение регулярного “сбоя” в периодическую последовательность отверстий, когда одно из двух отверстий в пределах увеличившейся периодической ячейки с  $l_x = 36$  мм и  $l_y = 15$  мм имеет другой диаметр ( $r_0 = 5$  мм и  $r_1 = 6$  мм), вызывает радикальное изменение вида АЧХ. Двукратное увеличение периода вдоль оси  $x$  приводит к соответствующему уменьшению  $f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{floquet}}$  и в конце нового, уменьшившегося, одномодового диапазона ( $f \leq 8.3276$  ГГц) появляются два новых резонансных всплеска  $T_{TM_{00}, TM_{00}}(f)$  (см. пунктирную кривую на рис. 2, а). Характерной особенностью новых резонансов являются одновременное наличие

и точек полного прохождения (как ранее в случае решетки без “сбоя”), и точек полного отражения,  $T_{TM_{00}, TM_{00}} = 0$ , т. е. образование пар “резонанс – антирезонанс”. Наиболее наглядно этот эффект представлен на рис. 2, в, где показан фрагмент АЧХ с растянутой частотной шкалой. Объяснение такому превращению недавно обнаруженного резонанса (enhanced transmission resonance) [4] в пару “резонанс – антирезонанс” дадим ниже после обсуждения данных о спектре комплексных собственных частот перфорированного экрана со “сбоем” периода.

Возбуждение экрана  $TE_{00}$ -волной как для регулярной решетки с  $r_0 = r_1 = 5$  мм, так и для решетки со “сбоем” периода не приводит в представленном диапазоне к каким-либо резонансным откликам, за исключением обычных изломов кривых в точках возникновения новых распространяющихся волн Флоке, вызванных перераспределением энергии. Кривая  $|T_{TE_{00}, TE_{00}}(f)|$  для случая  $r_0 = r_1 = 5$  мм представлена на рис. 2, а. Совершенно тот же характер она носит и при  $r_0 = 5$  мм,  $r_1 = 6$  мм. Как будет показано ниже, отсутствие резонансов на кривых для падающих волн, поляризованных вдоль

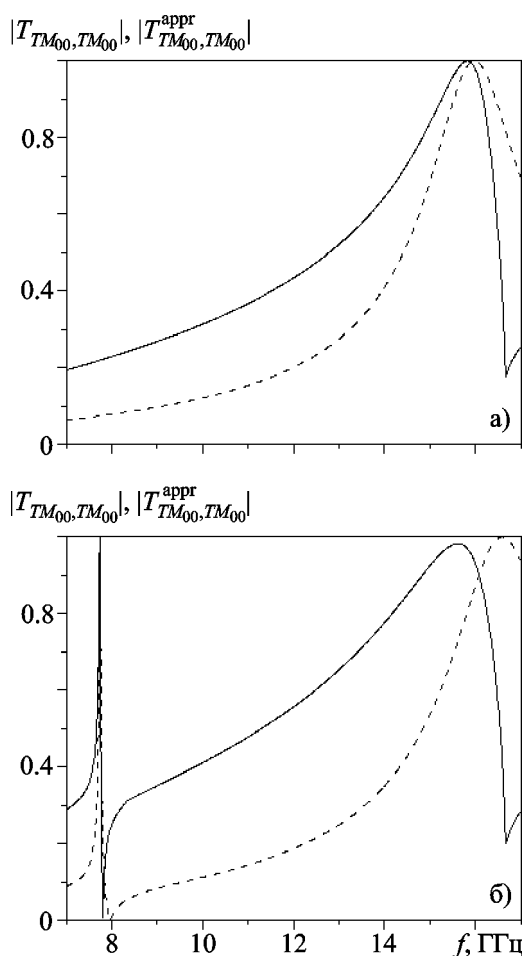
оси  $y$ , обусловлено тем, что частоты колебаний, которые могут быть возбуждены  $TE_{00}$ -волной, лежат выше рассматриваемого частотного диапазона, а колебания на частотах в диапазоне до 17 ГГц кросс-поляризованы и  $TE_{00}$ -волной не возбуждаются (см. ниже п. 3).

В случае бесконечно тонких экранов ( $h = 0$ ) количество резонансных всплесков уменьшается вдвое. Соответствующие результаты для случая возбуждения  $TM_{00}$ -волной показаны на рис. 3. Для регулярной решетки с  $r_0 = r_1 = 5$  мм при

$h = 0$  наблюдаем исчезновение более добротного резонанса из двух, существовавших при  $h \neq 0$ , а из двух пар “резонанс – антирезонанс” для решетки со “сбоем” остается одна. Тем не менее и для бесконечно тонкого экрана с двумя различными запердельными отверстиями в окрестности частоты  $f = 7.7604$  ГГц присутствует резонанс полного отражения. Исчезновение части резонансов связано с тем, что несимметричные собственные колебания экрана конечной толщины, имеющие электрическую стенку в плоскости симметрии экрана  $xz$ , вырождаются при  $h = 0$  в нечто подобное “собственным колебаниям металлической плоскости” с реальными собственными частотами в точках скольжения волн Флоке  $f_{cut}^{floquet}$  [8].

### 3. Режимы резонансного отражения как результат влияния нескольких собственных колебаний решетки

Для объяснения качественных различий в резонансном поведении экранов с одинаковыми отверстиями и экранов со “сбоем” периода воспользуемся результатами анализа спектра собственных частот экрана. Рассмотрим низшие собственные колебания, определяющие резонансное поведение коэффициента прохождения  $T_{TM_{00},TM_{00}}$  волны в одноволновом диапазоне,  $f \leq f_{cut,TE(TM)_{\pm 10}}^{floquet}$ . Будем классифицировать их, исходя из возможной симметрии пространственных распределений поля, характеризующихся наличием идеальной магнитной стенки (PMW) или идеальной электрической стенки (PEW) в той или иной плоскости симметрии экрана. PMW соответствует максимуму касательной составляющей электрического поля и, таким образом, симметричному колебанию, а PEW – антисимметричному. Такая классификация удобна тем, что в предельных случаях она позволяет выделить группы колебаний, не оказывающие влияния на АЧХ. Это возможно тогда, когда при рассеянии на симметричной относительно плоскостей  $xz$  или ( $y$ )  $yz$  структуре положение PMW или PEW у падающего поля совпадает с одной из “противоположных”



**Рис. 3.** Коэффициент прохождения  $TM_{00}$ -волны для бесконечно тонкого экрана как функция частоты: а) – регулярная решетка, б) – решетка со “сбоем”. Сплошные кривые –  $T_{TM_{00},TM_{00}}^{appr}(f)$ , найденные численно из аппроксимационного выражения; штриховые кривые –  $|T_{TM_{00},TM_{00}}|$ , полученные численно из (1) для одного (а) и двух (б) колебаний бесконечно тонкого экрана

(PEW или PMW) стенок поля собственного колебания, или, другими словами, нормальная к плоскости симметрии компонента поля  $E$  носит антисимметричный характер при симметричном характере падающей волны. Тогда такое колебание не связано с падающим полем, а значит и с соответствующими уходящими волнами. Вследствие этого в одноволновом диапазоне такое колебание не имеет энергетических потерь и его собственная частота расположена на реальной оси. Кроме того, не сказываются на АЧХ и другие колебания, частоты которых лежат на реальной оси, как например несимметричные относительно плоскости  $xz$  собственные колебания бесконечно тонкого экрана. Так, отсутствие резонансов на кривой  $|T_{TE_{00}, TE_{00}}(f)|$  на рис. 2 обусловлено тем, что реальные части собственных частот колебаний, симметричных относительно плоскости  $xz$ , лежат вне рассмотренного частотного диапазона, а те колебания, которые возбуждаются  $TM_{00}$ -волной, имеют PEW в плоскости  $xz$ , в то время как падающая  $TE_{00}$ -волна имеет в этой плоскости PMW. Уменьшение в два раза количества резонансов в случае тонкого экрана в сравнении со случаем экрана конечной толщины также связано с тем, что часть собственных частот перемещается на действительную ось и падающая волна не имеет связи с такими колебаниями.

Обозначим, как и в [8], собственные колебания символом  $(*, *, *)_{q,p}$  и собственные комплексные частоты экрана –  $f_{q,p}^{\text{eigen}}(*, *, *)$ , снабжая их соответствующими обозначениями вместо звездочек в скобках, указывающими на наличие электрической или магнитной стенок в трех возможных плоскостях симметрии экрана  $xz$ ,  $xz$ , или  $xz$ . Например,  $(m, e, m)$  обозначает PMW в плоскости  $xz$ , PEW в плоскости  $xz$ , и PMW в плоскости  $xz$ . Нижний индекс  $q, p$  означает индекс той гармоники Флоке из двумерного ряда пространственных гармоник поля над решеткой, к критической частоте которой стремится  $f_{q,p}^{\text{eigen}}(*, *, *)$  при уменьшении размеров отверстий.

Как было показано ранее в [8], резонансы полного прохождения обязаны своим существованием возбуждению собственных ко-

лебаний решетки. В случае регулярной решетки конечной толщины, АЧХ которой показана на рис. 2 штриховой линией, это два колебания:  $(m, e, m)_{\pm 1,0}$  колебание, собственная частота которого равна  $(15.59 - i0.27)$  ГГц, и  $(m, e, e)_{\pm 1,0}$  колебание с собственной частотой  $(16.63 - i0.008)$  ГГц. Последнее колебание характеризуется той же структурой тангенциального электрического поля в плоскости  $xz$ , что и  $(m, e, m)_{\pm 1,0}$ , но имеет другую симметрию относительно этой плоскости. Вместе они составляют пару колебаний, порожденных собственным колебанием соответствующего полубесконечного перфорированного слоя металла (см. [8]).

На простейшем примере бесконечно тонкого экрана продемонстрируем возможность аппроксимации АЧХ по данным о спектре собственных частот. Собственная частота  $(m, e, m)_{\pm 1,0}$  колебания регулярной решетки с ячейкой  $l_x \times l_y = 18 \times 15$  мм,  $r_0 = r_1 = 5$  мм и  $h = 0$  равна  $(16.3016 - i0.7665)$  ГГц, а собственная частота  $(m, e, e)_{\pm 1,0}$  колебания в этом случае лежит на вещественной оси в точке отсечки первой высшей волны Флоке  $f_{\text{cut}, TE(TM)_{\pm 10}}^{\text{Floquet}}$  и в формировании частотного отклика в задаче рассеяния не участвует [16].

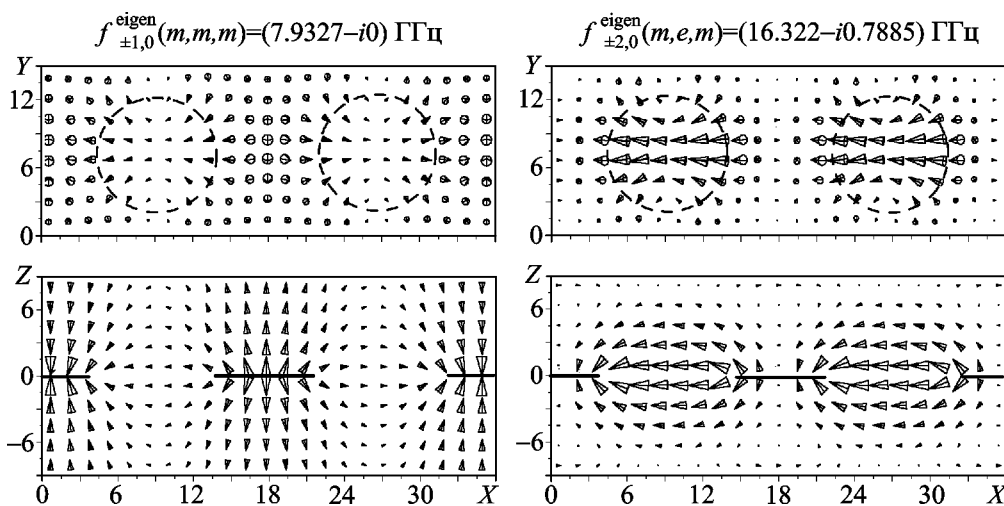
В результате периодического “сбоя” в диаметре отверстий ( $r_0 = 5$  мм и  $r_1 = 6$  мм) в нижнюю полуплоскость “опустилось” новое колебание  $(m, m, m)_{\pm 1,0}$  с собственной частотой  $f_0^{(m)} = (7.7459 - i0.01786)$  ГГц. До “сбоя” оно располагалось на реальной оси, так как имело несимметричное распределение  $E_x$ -компоненты и в формировании АЧХ не участвовало. Заметим, что обозначение колебания теперь соответствует решетке с увеличившейся периодической ячейкой  $l_x \times l_y = 36 \times 15$  мм. Даже качественное поведение АЧХ и, в частности, резонансы полного отражения на АЧХ решетки со “сбоем” в рамках аппроксимации одним этим колебанием описать не удастся, поскольку точки возможного полного отражения вообще лежат вне рассматриваемого интервала. Это говорит о том, что при восстановлении АЧХ по набору комплексных собственных частот требуется учет еще каких-то собственных колебаний.

Как оказалось, этим дополнительным колебанием, учет которого ведет к качественно верным АЧХ с парами “резонанс – антирезонанс”, является колебание  $(m, e, m)_{\pm 2, 0}$  (ячейка  $36 \times 15$  мм), которое является слегка видоизмененным колебанием  $(m, e, m)_{\pm 1, 0}$  регулярной решетки с ячейкой  $18 \times 15$  мм, вызывавшим обсуждавшееся выше резонансное прохождение через запредельные отверстия. В результате увеличения одного из отверстий частота этого колебания слегка сдвинулась от значения  $(16.3016 - i0.7665)$  ГГц и стала равной  $(16.554 - i1.0711)$  ГГц. Как и ранее, она близка к частоте скольжения волн Флоке, теперь уже  $(\pm 2, 0)$  волн решетки с ячейкой  $36 \times 15$  мм. Учитывая малую добротность колебания  $(m, e, m)_{\pm 2, 0}$ , будем называть его фоновым, а высокодобротное колебание  $(m, m, m)_{\pm 1, 0}$  – основным.

Пространственное распределение электрических полей колебаний  $(m, m, m)_{\pm 1, 0}$  и  $(m, e, m)_{\pm 2, 0}$  регулярной решетки с искусственно выделенной “большой” ячейкой  $36 \times 15$  мм показано на рис. 4. Острый угол каждого из треугольников, изображенных на рисунке, указывает на направление вектора электрического поля в данной пространственной точке, а размер треугольника – на его величину.

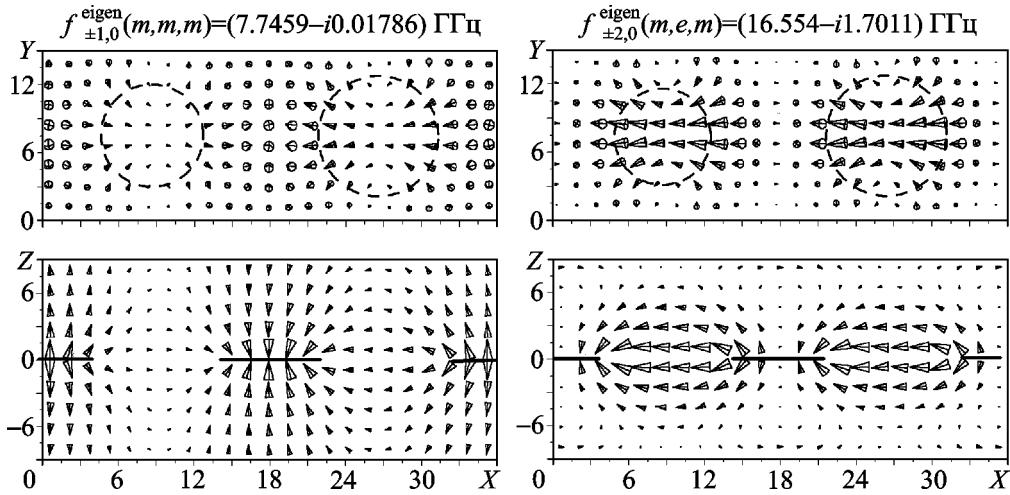
Как видно, основное колебание имеет ярко выраженную  $E_z$ -компоненту и четкое синусоидальное распределение компоненты  $E_x$  (противофазное для каждой из двух частей “большого” периода), что обеспечивает отсутствие потерь на излучение, так как собственная частота находится в одноволновом диапазоне. Второе, фоновое колебание, имеет пространственное распределение, образованное двумя идентичными фрагментами поля, синфазными над каждой из двух апертур, в виде “шапочек” над каждым из отверстий. Поляризация поля собственного колебания совпадает с поляризацией падающей  $TM_{00}$ -волны, это именно то колебание, которое формирует резонансный отклик для одноэлементных экранов [8].

Рис. 5 позволяет судить о видоизменении полей этих собственных колебаний в случае изменения диаметра одного из двух отверстий. Собственная частота  $(m, m, m)_{\pm 1, 0}$  колебания получает отрицательную мнимую добавку, а его поле концентрируется у большей из двух апертур. Появляется связь с падающей волной и, как следствие, яркий резонанс на частоте, близкой к реальной части  $f_{\pm 1, 0}^{eigen}(m, m, m)$  (см. рис. 3, б). Поле бывшего симметричного колебания регулярной решетки  $(m, e, m)_{\pm 2, 0}$  также десимметризируется, однако здесь поле



**Рис. 4.** Распределение вектора электрического поля основного  $(m, m, m)_{\pm 1, 0}$  и фонового  $(m, e, m)_{\pm 2, 0}$  колебаний тонкой регулярной решетки с “большой” ячейкой  $36 \times 15$  мм в плоскостях  $xy$  (верхние рисунки, поле над экраном) и  $xz$  (нижние рисунки)





**Рис. 5.** Распределение вектора электрического поля основного  $(m, m, m)_{\pm 1,0}$  колебания решетки со “сбоем” ( $r_1 = 5$  мм,  $r_2 = 6$  мм) с ячейкой  $36 \times 15$  мм в плоскостях  $xy$  (верхние рисунки, поле над экраном) и  $xz$  (нижние рисунки)

большей концентрации формируется вблизи меньшей апертуры. Именно эти два колебания полностью определяют резонансное поведение коэффициента прохождения  $TM_{00}$ -волны в случае бесконечно тонкого экрана (см. рис. 3, б). Для этого достаточно подставить их комплексные собственные частоты в (3) для аппроксимации характеристики рассеяния  $TE_{00}$ -волны в анализируемом частотном диапазоне. В данном случае (3) соответствует следующее выражение:

$$|T_{TM_{00}, TM_{00}}| = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(f_1^{(m)} + f)(\bar{f}_1^{(m)} - f)(f_0^{(m)} + f)(\bar{f}_0^{(m)} - f)}{(f - f_1^{(m)})(f + \bar{f}_1^{(m)})(f - f_0^{(m)})(f + \bar{f}_0^{(m)})} \right] \quad (4)$$

На рис. 3 для регулярной решетки (а) и для решетки со “сбоем” периода (б) представлены коэффициенты прохождения  $|T_{TM_{00}, TM_{00}}^{appr}|$ , восстановленные по (3) с учетом одной или двух собственных частот  $f_0^{(m)}$  и  $f_1^{(m)}$ , и  $|T_{TM_{00}, TM_{00}}|$ ,

полученные из решения задачи (1). Видно хорошее качественное совпадение результатов, однако для более точной аппроксимации в широком диапазоне требуется учет большего количества собственных частот.

Из (4) были получены явные выражения для частот возникновения резонансных режимов полного прохождения,

$$f_{|R|=0}^2 = \frac{|f_1^{(m)}|^2 + |f_0^{(m)}|^2}{2} + 2 \operatorname{Im} f_1^{(m)} \operatorname{Im} f_0^{(m)} \pm \left[ \left( \frac{|f_1^{(m)}|^2 + |f_0^{(m)}|^2}{2} + 2 \operatorname{Im} f_1^{(m)} \operatorname{Im} f_0^{(m)} \right)^2 - |f_1^{(m)}|^2 |f_0^{(m)}|^2 \right]^{1/2},$$

и полного отражения,

$$f_{|T|=0}^2 = \frac{\operatorname{Im} f_0^{(m)} |f_1^{(m)}|^2 + \operatorname{Im} f_1^{(m)} |f_0^{(m)}|^2}{\operatorname{Im} f_0^{(m)} + \operatorname{Im} f_1^{(m)}}.$$

Как видно, точка полного отражения всегда расположена между двумя точками полного согласования. Тривиальной является ситуация, когда одна из собственных частот лежит на вещественной оси. В этом случае, как следует из (4), возникновение режима полного отражения невозможно.

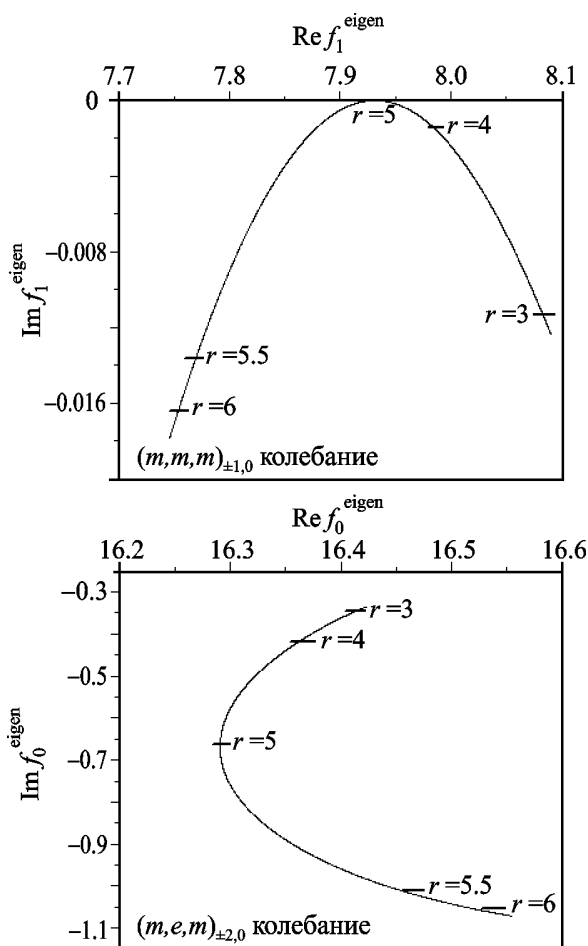
Динамику собственных частот двух собственных колебаний  $f_{0,1}^{(m)}(r_1)$  как функцию радиуса одного из отверстий при фиксированном значении  $r_0 = 5$  мм радиуса другого отверстия иллюстрирует рис. 6. Как видно из рисунка уменьшение разницы между значениями радиусов двух отверстий приводит

к тому, что добротность первого, основного, колебания начинает возрастать, его собственная частота приближается к вещественной оси, и при совпадении значений двух радиусов ( $r_0 = r_1$ ) она выходит на вещественную ось. Это объясняется тем, что колебание перестает быть энергетически связанным с падающим полем и вклад в формирование резонансных характеристик вносит только второе, фоновое, колебание (рис. 6, б). Пара “резонанс–антирезонанс” вблизи  $f_{\pm 1,0}^{\text{eigen}}(m, m, m)$  (ячейка  $36 \times 15$  мм) постепенно превращается во всплеск нулевой ширины на дифракционной характеристике коэффициента отражения и, таким образом, вообще исчезает (рис. 2, а, рис. 3, а).

#### 4. О бесконечном наборе моделей и собственных колебаниях без потерь на излучение

Остановимся на одном отличии задач о собственных значениях для открытых структур в волноводах и для открытых периодических структур. Если в теории волноводов уравнения Максвелла, граничные условия и условие на бесконечности уже обеспечивают постановку задачи рассеяния или задачи о собственных колебаниях рассматриваемого объекта, то в теории одномерно- или двумерно-периодических решеток к указанным выше условиям добавляется еще и условие периодичности, следующее из трансляционной симметрии объекта. Рассматривая решетку как физический объект получаем для задач рассеяния на этом объекте не одну математическую модель, а целый набор (в принципе бесконечный) таких моделей, отличающихся размером выделяемой периодической ячейки, которая в принципе может включать в себя любое количество ячеек минимальных размеров. Если, например, в круг исследуемых вопросов попадает и влияние “сбоя” периода в геометрии решетки, то для понимания физики процессов рассеяния, кроме базовой модели с ячейкой минимальных размеров, требуется рассматривать решетки с двумя, тремя и т. д. ячейками на периоде.

Пусть рассматриваемый “сбой” периода охватывает одновременно  $N$  элементарных ячеек вдоль оси  $x$ . Соответствующая мате-



**Рис. 6.** Динамика собственных частот основного и фонового колебаний при фиксированном радиусе  $r_0 = 5$  мм одного из отверстий как функция радиуса  $r$  другого отверстия. Размер ячейки –  $36 \times 15$  мм,  $h = 0$

математическая модель будет включать условие периодичности с периодом равным  $Nl_x$ , а предельному случаю “невозмущенной” геометрии будет соответствовать та модель исходной регулярной решетки, которая охватывает  $N$  одинаковых элементарных ячеек вдоль оси  $x$ . В этом предельном случае полный период структуры будет обладать симметрией, и соответственно в однородной задаче мы получим два набора собственных колебаний: симметричных и антисимметричных относительно плоскости симметрии “большого” периода. В одномодовом диапазоне,  $l_x/\lambda_0 < 1$ , колебание с антисимметричным распределением  $E_x$ -компоненты не будет иметь потерь на излучение из-за отсутствия в пространственном спектре волны  $TM_{00}$ , уносящей энергию, и его собственная частота будет находиться на реальной оси. В силу отсутствия связи с падающей волной собственные колебания с частотами, лежащими на реальной оси, никак не отразятся на АЧХ.

Собственные колебания с симметричным распределением поля обязательно имеют в своем составе  $TM_{00}$ -волну, реализующую радиационные потери, поэтому их собственные частоты лежат в нижней полуплоскости. Они связаны с падающей волной и в задачах рассеяния проявляются резонансами полного прохождения сигнала через решетку с любыми, даже очень малыми, отверстиями. При этом первое симметричное колебание будет общим для всех моделей с разными  $N$ , его поле представляет собой синфазный набор из  $N$  идентичных полей исходной периодической ячейки.

Что касается конкретных значений собственных частот, то, кроме того, что они, естественно, зависят от конкретной геометрии решетки, можно определенно сказать, что реальная часть собственной частоты первого (общего для всех  $N$ ) симметричного колебания будет лежать ниже частоты отсечки  $TE, TM_{\pm 1,0}$  волн Флоке  $f = c/(2\pi l_x)$ , и тем ближе к ней, чем меньше отверстия. Частоты несимметричных колебаний будут привязаны к макропериоду  $Nl_x$  данной математической модели и будут подчиняться примерно тому же закону, располагаясь слегка ниже (для малых отверстий) или заметно ниже точек  $f = c/(2\pi Nl_x)$  на реальной оси.

Образно говоря, с учетом данных всех моделей в наиболее интересном одноволновом диапазоне периодическая решетка будет обладать одним собственным колебанием с комплексной частотой и бесконечным набором собственных колебаний на реальной оси с частотами, убывающими по закону, близкому к  $N^{-1}$ . Таким образом, нулевая частота будет являть собой нечто вроде точки сгущения спектра.

Если в решетке появляется “сбой” периода на интервале  $N$  периодов, то и у колебаний с несимметричным распределением  $E_x$ -компоненты поля возникает связь с уходящей  $TM_{00}$ -волной, что отражается на АЧХ в виде резонансных всплесков. Если в решетках без “сбоя” они возникали перед точкой возникновения пары  $TE, TM_{\pm 1,0}$  волн Флоке, т. е. перед частотной точкой, соответствующей  $l_x/\lambda_0 = 1$ , то в решетке с периодическим “сбоем” новые резонансы появятся и вблизи точки  $Nl_x/\lambda_0 = 1$ , т. е. на частоте примерно в  $N$  раз меньшей, чем для резонанса в регулярной решетке без “сбоя”. Отличие их будет в том, что они будут проявляться в виде пар, содержащих точку полного прохождения и последующую за ней точку полного отражения.

## Заключение

В работе исследована природа одного из возможных режимов резонансного возбуждения перфорированного экрана с несколькими круглыми запердельными отверстиями на периоде. Показано, что такие экраны поддерживают новые режимы, которые невозможно реализовать в одноэлементных экранах. Для их объяснения рассмотрены собственные колебания экрана как открытой резонансной структуры. Исследованы пространственная и поляризационная структуры колебаний, формирующих резонансы полного отражения.

Выше рассмотрено только влияние дефектов, вводимых в периодическую ячейку в результате изменения радиуса одного из отверстий, и это всего лишь один из возможных вариантов геометрии многоэлементных экранов. В случаях, когда дефект обусловлен смещением одного из отверстий в периодической

ячейке или совместным влиянием этих двух факторов, механизм формирования резонансных откликов будет уже иной, поскольку в таких ситуациях резонансы будут обусловлены уже другими собственными колебаниями.

## Литература

1. Munk B. A. Frequency Selective Surfaces. Theory and Design. – New York: Wiley-Interscience, 2000. – 409 p.
2. Wu T. K. Frequency Selective Surface and Grid Array. – New York: Wiley-Interscience, 1995. – 327 p.
3. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Резонансное рассеяние волн. Т. 1. Дифракционные решетки. – Киев: Наук. думка, 1986. – 232 с.
4. Ebbesen T. W., Lezec H. J., Ghaemi H. F., Thio T., and Wolff P. A. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays // Nature. – 1998. – Vol. 391. – P. 667-669.
5. Lomakin V., Li S. Q., and Michielssen E. Manipulation of Stop-Band Gaps of Periodically Perforated Conducting Plates // IEEE Microw. Wireless Compon. Lett. – 2005. – Vol. 15, No. 12. – P. 919-921.
6. Lomakin V. and Michielssen E. Transmission of Transient Plane Waves Through Perfect Electrically Conducting Plates Perforated by Periodic Arrays of Sub-wavelength Holes // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2006. – Vol. 54, No. 3. – P. 970-984.
7. Beruete M., Sorolla M., Campillo I., Dolado J. S., Martin-Moreno L., Bravo-Abad J., and Garcia-Vidal F. J. Enhanced millimeter wave transmission through quasi-optical subwavelength perforated plates // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, No. 6. – P. 1897-1902.
8. Кириленко А. А., Перов А. О. О природе резонансных свойств двухмерно-периодического экрана с запердельными отверстиями // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2007. – Т. 12, №3. – С. 489-497.
9. Hessel A., Oliner A. A. A new theory of Wood's anomalies on optical gratings // Appl. Opt. – 1965. – Vol. 4, No. 10. – P. 1275-1297.
10. Шестопалов В. П., Сиренко Ю. К. Динамическая теория решеток. – Киев: Наук. думка, 1989. – 216 с.
11. Beruete M., Campillo I., Navarro-Cia M., Falcone F., Sorolla M. Molding Left- or Right-Handed Metamaterials by Stacked Cut-Off Metallic Hole Arrays // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – Vol. 55, No. 6. – P. 1514-1521.
12. Garcia F. J. de Abajo, Saenz J. J., Campillo I., and Dolado J. C. Site and lattice resonances in metallic hole arrays // Optics Express. – 2006. – Vol. 14, No. 1. – P. 7-12.
13. Reed J. A., Byrne D. M. Frequency-selective surfaces with multiple apertures within a periodic cell // J. Opt. Soc. Am. A. – 1998. – Vol. 15, No. 3. – P. 660-668.
14. Грибовский А. В., Просвирнин С. Л., Частотно-избирательные свойства многоэлементного экрана с волноводными каналами прямоугольного сечения // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2004. – Т. 9, №2. – С. 341-346.
15. Chen C. C. Diffraction of electromagnetic waves by a conducting screen perforated periodically with circular holes // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. – 1971. – Vol. 19, No. 5. – P. 475-481.
16. Kirilenko A. A., Tysik B. G. Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum // Electromagnetics. – 1993. – Vol. 13, No. 3. – P. 301-318.
17. Кириленко А. А., Сенкевич С. Л., Сиренко Ю. К., Тьсик Б. Г. О восстановлении матриц рассеяния волноводных и периодических структур по спектру комплексных собственных частот // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 33, №3. – С. 468-473.

## Резонансні властивості перфорованого екрана з двома замежевими круглими отворами різного діаметру у періодичній комірці

А. О. Кириленко, А. О. Перов,  
С. Л. Сенкевич

Досліджено режими резонансного розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на перфорованому екрані з двома круглими замежевими отворами у періодичній комірці. Знайдено, що наявність кількох апертур на періоді якісно змінює АЧХ екрана. Разом з режимом цілковитого проходження поля збудження в однохвильовому діапазоні, можлива реалізація і режиму цілковитого відбиття. Для пояснення природи останнього досліджено власні коливання екрана як відкритої структури – періодичного резонатора. Встановлено загальні принципи формування спектру регулярних періодичних структур, які виходять із законів симетрії, та, зокрема, наявність реальних власних частот, що згущуються до нульової частоти. Виявлено коливання, що визначають резонансну поведінку, та досліджена їх просторова структура.

**Resonant Properties of Perforated  
Screen with Two Circular Below-Cutoff  
Holes of Different Diameter  
in Periodic Cell**

**A. A. Kirilenko, A. O. Perov,  
and S. L. Senkevich**

The resonant scattering of electromagnetic plane wave on a perforated screen with circular below-cutoff holes in a periodic cell is investigated. Several holes on a period are found to qualitatively change the screen frequency response. Along with the total transmission of the exciting field in a one wave frequency bandwidth, the total reflection mode is also possible. To explain the nature of such behavior, the perforated screen is considered as an open periodic resonator, and its eigenoscillations are analyzed. On the strength of symmetry principles, the general peculiarities of spectra formation for regular periodic structures are determined, the existence of real valued eigenfrequencies converging to zero frequency being particularly found. The oscillations determining the resonance behavior are found too, their space pattern studied.