

## МЕТОД ВЕРОЯТНОСТНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАДЁЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

\*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия

---

**Анотація.** Розглядається метод оцінки ймовірнісних характеристик надійності багатоелементних структурно-складних систем великої розмірності, що мають два входи і два виходи, по ймовірнісних характеристиках надійності їх елементів.

**Ключові слова:** ймовірнісно-алгебраїчне моделювання, надійність складної системи, структурно-проста система, структурно-складна система.

**Аннотация.** Рассматривается метод оценки вероятностных характеристик надёжности многоэлементных структурно-сложных систем большой размерности, имеющих два входа и два выхода, по вероятностным характеристикам надёжности их элементов.

**Ключевые слова:** вероятностно-алгебраическое моделирование, надёжность сложной системы, структурно-простая система, структурно-сложная система.

**Abstract.** The method of assessment of probability characteristics of reliability of structurally-difficult complex large-scale systems with two inputs and two outputs on probabilistic characteristics of reliability of their elements is observed.

**Keywords:** probability-algebraic simulation, reliability of difficult system, structurally-simple system, structurally-difficult system.

### 1. Введение

Для оценки и прогнозирования вероятностного поведения многоэлементных структурно-сложных систем (ССС) используются различные математические модели, при которых исследуемая система формализуется в виде графовой структуры [1–3], имеющей один вход (начальная вершина) и один выход (конечная вершина). Это ограничивает применение моделей при рассмотрении систем со множеством входов и выходов. В работе [4] рассматривается метод оценки вероятностных характеристик графовых структур со множеством входов и выходов, основанный на согласованном использовании метода Монте-Карло и аналитических расчётов. Метод с достаточной точностью, приемлемой для выбранной предметной области, обеспечивает нахождение приближённого решения практических задач, связанных с управлением транспортными системами сообщения. Однако решение задач оценки надёжности систем, образом которых являются графовые структуры со множеством входов и выходов, требует точных расчётов, позволяющих с полной уверенностью гарантировать безотказность работы систем в условиях вероятностного изменения показателей надёжности их элементов. Поэтому является актуальной и практически востребованной разработка методов и программных средств автоматизации, позволяющих получать точные вероятностные оценки надёжности графовых систем со множеством входов и выходов.

В статье излагается метод вероятностно-алгебраического моделирования надёжности ССС большой размерности, интерпретируемых в виде структур  $n$ -полюсников, позволяющий рассчитать результирующие вероятности состояний надёжности систем по вероятностям надёжности составляющих их элементов. Сущность метода состоит в разбиении ССС на совокупность подсистем, для каждой из которых в отдельности отыскивается решение поставленной задачи, а общее решение получается путем сочленения полученных

частных решений для подсистем с использованием вероятностно-алгебраического умножения.

Новизна метода обеспечивается его применением для ССС большой размерности со множеством входов/выходов, при котором реализуется вероятностно-алгебраическое умножение векторов вероятностей, характеризующих состояния надёжности подсистем, выступающих в качестве обобщённых элементов исследуемых ССС.

## **2. Идея метода вероятностно-алгебраического моделирования надёжности структурно-сложных систем большой размерности**

Метод заключается в поэтапном использовании одной из предложенных схем формализации [5] и последующей автоматизации создания и эксплуатации вероятностно-алгебраических моделей надёжности ССС большой размерности. Он основан на применении правил формализации при построении моделей ССС и сочетании принципов диакоптики, позволяющих структурировать систему в ходе моделирования, с вероятностно-алгебраическим аппаратом, реализующим расчёты вероятностных характеристик надёжности ССС по вероятностным характеристикам подструктур  $n$ -полюсников, при эксплуатации готовых моделей.

Метод ВАЛМ надёжности ССС большой размерности реализуется следующей последовательностью этапов (рис. 1).

Первые три этапа направлены на формализацию ССС в виде графовых схем и проверку их структурной сложности, позволяющей определить метод исследования. Для этого используются встроенные средства анализа в составе системы вероятностно-алгебраического моделирования PALS [6].

Следующие два этапа направлены на модификацию графовых схем исследуемых ССС, в результате которой они распадаются на совокупность подструктур  $n$ -полюсников ( $n = 2, 3, 4$ ), выступающих в качестве элементов агрегированных ССС, надёжность которых оценивается с использованием одной из методик, предназначенных для оценки надёжности ССС ограниченной размерности [7].

Непосредственно вероятностно-алгебраическому моделированию ССС, представленных в виде структур  $n$ -полюсников, посвящены этапы 6–7, предполагающие, во-первых, рекурсивный возврат на предыдущие этапы, реализующие расчёт надёжности структур  $n$ -полюсников ограниченной размерности, во-вторых, статическое (одномоментное) моделирование ССС, в-третьих, динамическое итерационное моделирование, позволяющее проследить за изменением как характеристик надёжности систем, так и их структур, и, в-четвёртых, использование управляющих воздействий, позволяющих подобрать оптимальные структуры ССС, обеспечивающие их надёжную работу на заданном временном интервале.

Наконец, этапы 8–10 представляют собой эксплуатацию готовых вероятностно-алгебраических моделей ССС, результативность проведения которых гарантируется наличием встроенных средств расчёта сопутствующих статистических характеристик, визуализации результатов моделирования, применения процедур выбора решений.

## **3. Анализ надёжности сетевых структур большой размерности**

Рассматривается абстрактная структурно-сложная система, имеющая графовую структуру и включающая множество элементов  $K = \{K_i, i = \overline{1, 104}$ . Предполагается, что система включает 6 подсистем, которые имеют свою структурную организацию и могут быть соединены различным образом.

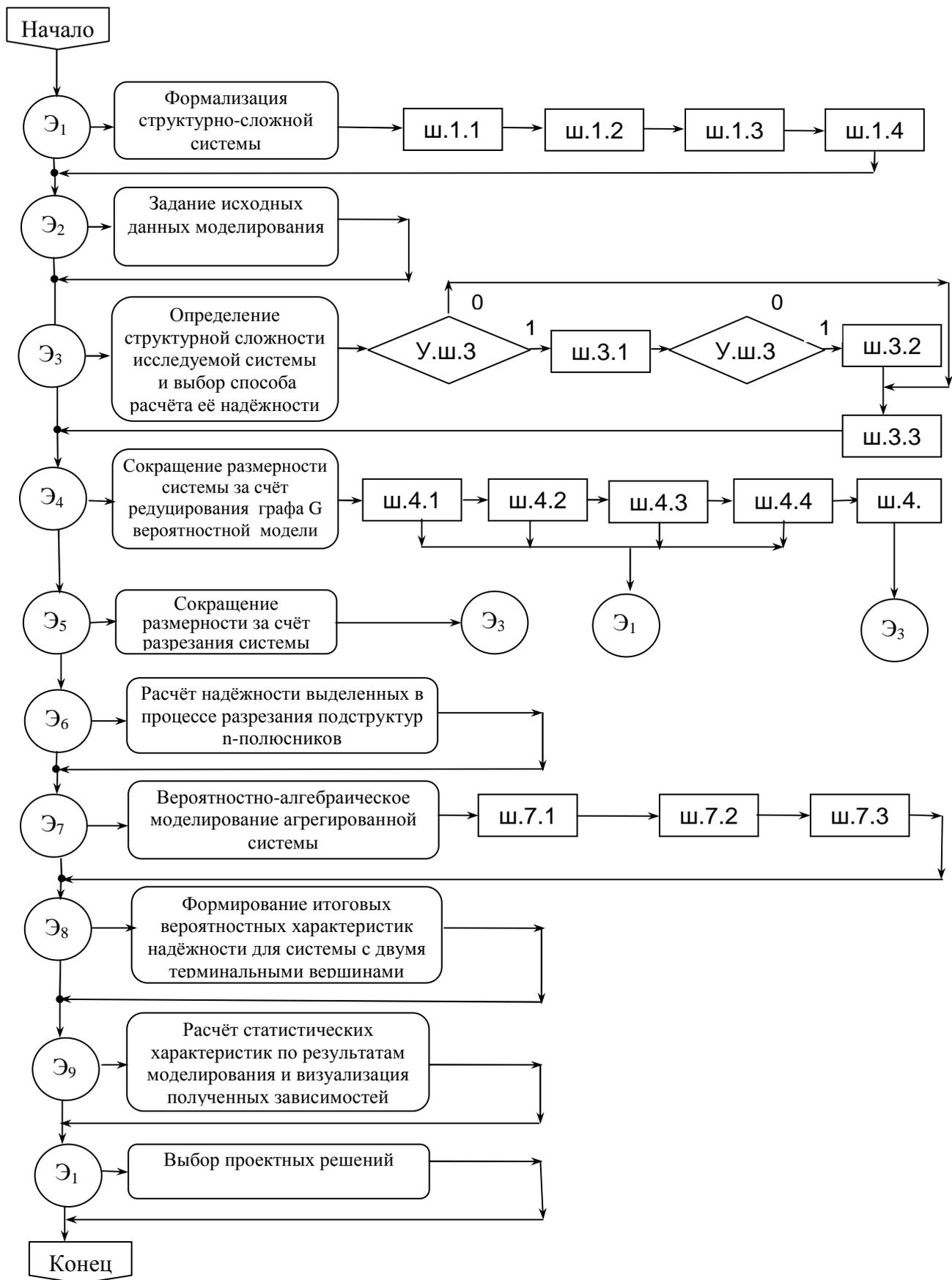


Рис. 1. Схема этапов реализации метода вероятностно-алгебраического моделирования надёжности ССС большой размерности

В ходе формализации подсистемы  $Z = \{Z_i, i = \overline{1,6}\}$  интерпретируются как подструктуры-четырёхполюсники, то есть имеют по два входа и два выхода. Предполагается, что элементам подсистем  $Z_i(K, N), N = \overline{1, n1}, K = \overline{1, k1}$  соответствуют вершины графов (схема формализации «элементы-вершины»), четыре из которых выбраны в качестве полюсов  $K_1, K_2, K_3, K_4$ .

Предполагается, что графовые структуры подсистем  $Z_i, i = \overline{1,6}$  попарно совпадают. Рассматриваются два варианта соединений подсистем, выделенных в процессе декомпозиции исследуемой сетевой структуры. Варианты соединений подсистем представлены на рис. 2 и 3. На схемах номерованными вершинами отмечены элементы исследуемых подсистем, связи между которыми представлены рёбрами графа.

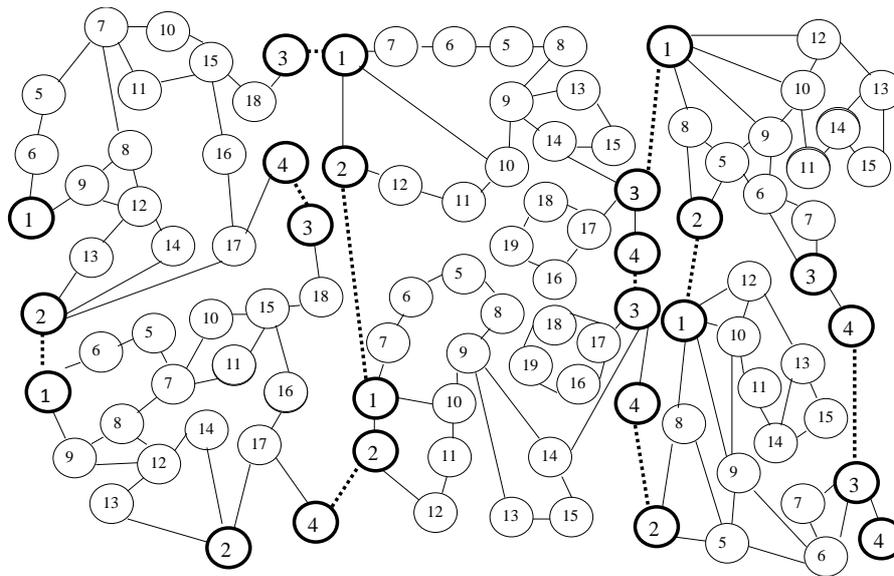


Рис. 2. Схема многоэлементной сложной системы с выделением структурных подсистем (вариант 1)

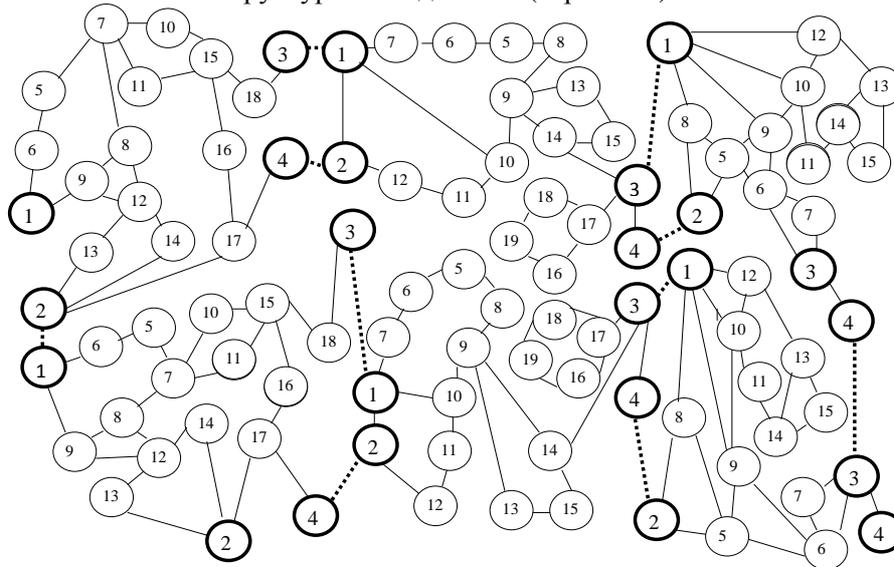


Рис. 3. Схема многоэлементной сложной системы с выделением структурных подсистем (вариант 2)

Решается задача оценки надёжности всей сетевой структуры для различных соединений её подсистем.

Элементы системы имеют вероятностные значения надёжности  $\{P^i = (p_1^i, p_2^i)\}$ ,  $i = \overline{1,104}$ . Предполагается, что значения надёжности элементов известны: с вероятностью  $p_1^i$  элемент работоспособен, а с вероятностью  $p_2^i$  – отказал. Расчёт надёжности подсистем  $Z_i, i = \overline{1,6}$  производился с использованием аппарата вероятностно-алгебраического моделирования и средств его автоматизации PALS.

Вычисления проводились при условии, что вероятности работоспособности всех элементов подсистем одинаковы, то есть  $p_1^i = 0,9, i = \overline{1,104}$ . Были получены результирующие векторы вероятностей, характеризующие 15 состояний надёжности подсистем и результирующие значения вероятностей состояний для двух вариантов организации исследуемой системы (табл. 1).

Таблица 1. Результаты расчёта надёжности двух вариантов организации исследуемой структурно-сложной системы

Номер состояния	Графическая интерпретация	Значения вероятностей подструктур $Z_i, i = 1,2$	Значения вероятностей подструктур $Z_i, i = 3,4$	Значения вероятностей подструктур $Z_i, i = 5,6$	Значения вероятностей системы (вариант 1)	Значения вероятностей системы (вариант 2)
S <sub>1</sub>		0,035002419	0,024981664	0,02413063	0,05378884	0,100297219
S <sub>2</sub>		0,043542506	0,096881695	0,08720298	0,118742735	0,153009014
S <sub>3</sub>		0,021709488	0,006335367	0,00774198	0,015253112	0,034783142
S <sub>4</sub>		0,009635535	0	0	0,023037877	0,022796872
S <sub>5</sub>		0,013191818	0,004782969	0,00715149	0,01395191	0,014879987
S <sub>6</sub>		0,094774133	0,057018305	0,06377292	0,08842888	0,10023874
S <sub>7</sub>		0	0	0	0	0
S <sub>8</sub>		0,037244783	0	0	0,021200826	0,043609927
S <sub>9</sub>		0,004785047	0	0	3,10E-06	0,009971012
S <sub>10</sub>		0,167934096	0	0	0,133957744	0,138258973
S <sub>11</sub>		0,012066293	0,053834974	0,03232467	0,043058108	0,03568221
S <sub>12</sub>		0	0,142935256	0,06967782	0,080386748	0,047174338
S <sub>13</sub>		0,041077807	0,057018305	0,06967782	0,052829151	0,042221678
S <sub>14</sub>		0,069321766	0,043046721	0,06436341	0,048495395	0,040081352
S <sub>15</sub>		0,449714308	0,513164744	0,57395628	0,306865568	0,216995535
$P(K_1 \rightarrow K_4)$		0,6683617463	0,5701830489	0,6436341	0,516690341	0,420273058

Исходя из полученных результатов расчёта для двух вариантов организации структурно-сложной системы, включающей 6 подсистем в виде структурных фрагментов результирующего графа системы, можно заключить, что первый вариант структурной организации системы (0,516690341) обеспечивает более надёжную работу системы (приблизительно на 9%) по сравнению со вторым (0,420273058).

#### 4. Заключение

Предложенный метод снимает ограничения на размер исследуемых ССС, расширяет свойство прогностичности моделей ССС с одним входом и одним выходом при оценке их надёжности и позволяет решать следующие задачи: оценки вероятностных характеристик

надёжности ССС на основе вероятностных характеристик составляющих их элементов; выявление множества элементов и их комбинаций, оказывающих существенное влияние на вероятностные значения выбранного показателя надёжности исследуемых ССС; получение, обоснование и оптимизацию решений на основе результатов расчёта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рябинин И.А. Надёжность и безопасность структурно-сложных систем / Рябинин И.А. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. – 276 с.
2. Можаяев А.С. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем / А.С. Можаяев, В.Н. Громов. – СПб.: Изд-во ВИТУ, 2000. – 145 с.
3. Sahinoglu M. Network reliability evaluation / M. Sahinoglu, R. Benjamin // Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics. – 2010. – Vol. 2. – P. 189 – 211.
4. Максимей И.В. Определение интегрального максимального потока в региональной сети с помощью имитационного моделирования / И.В. Максимей, Е.И. Сукач, П.В. Гируц // Математичні машини і системи. – 2008. – № 2. – С. 128 – 136.
5. Способ формализации объектов графовой структуры с вероятностными параметрами функционирования / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобильская, Ю.В. Жердецкий [и др.] // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2012. – №5 (74). – С. 195 – 202.
6. Сукач Е.И. Компьютерная система вероятностно-алгебраического моделирования сложных систем со многими состояниями / Е.И. Сукач, А.Б. Демуськов, Д.В. Ратобильская // Математичні машини і системи. – 2011. – № 3. – С. 32 – 39.
7. Сукач Е.И. Методика оценки вероятностных характеристик надёжности систем-четырёхполюсников / Е.И. Сукач // Доклады БГУИР. – 2012. – № 7 (69). – С. 71 – 77.

*Стаття надійшла до редакції 25.06.2013*