

## ИЕРАРХИЧЕСКИЕ Е-СЕТИ КАК СРЕДСТВО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

\*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

**Анотація.** Розглянуто підхід та імітаційні моделі, розроблені в системі моделювання E-net Modeling System (EMS) на основі потужного формального апарата ієрархічних Е-мереж, що дозволяють моделювати дискретно-неперервні технологічні процеси.

**Ключові слова:** дискретно-неперервні процеси, Е-мережі, система моделювання EMS.

**Аннотация.** Рассмотрены подход и имитационные модели, разработанные в системе моделирования E-net Modeling System на основе мощного формального аппарата иерархических Е-сетей, которые позволяют моделировать дискретно-непрерывные технологические процессы.

**Ключевые слова:** дискретно-непрерывные процессы, иерархические Е-сети, система моделирования EMS.

**Abstract.** The paper is presenting the approach and simulation models developed on E-net Modeling System on the base of powerful formal apparatus of hierarchic E-nets allow simulating discrete-continuous technological processes.

**Keywords:** discrete-continuous processes, hierarchic E-nets, EMS simulation system.

### 1. Введение

На сегодняшний день дискретно-непрерывные (гибридные) технологические процессы встречаются практически во всех областях деятельности человека. Фактически все технологические процессы систем, которые взаимодействуют с внешним окружением, можно отнести к данному классу. Кроме того, гибридные модели позволяют проводить анализ качественных характеристик дискретно-непрерывных процессов, не прибегая к численному моделированию отдельных траекторий. В связи с этим моделирование дискретно-непрерывных процессов является актуальным.

Разработка методов и программных комплексов для моделирования и анализа дискретно-непрерывных процессов проводится достаточно давно [1–3], однако анализ современных достижений в данной области констатирует наличие нерешенных проблем, связанных, в частности, с отсутствием универсального метода построения и верификации дискретно-непрерывных имитационных моделей.

Целью данной статьи является разработка универсального формального аппарата иерархических Е-сетей, который позволит создавать и исследовать модели дискретно-непрерывных технологических процессов.

### 2. Формальный аппарат иерархических Е-сетей

В основе иерархических Е-сетей лежат агрегативные Е-сети, предложенные в [4] и базирующиеся на классе кусочно-линейных агрегатов (КЛА). Некоторое сужение общего подхода в данном случае обеспечивает необходимую формальную базу. КЛА позволяют моделировать широкий класс объектов, а также обеспечивают возможность построения многоуровневых агрегативных систем, их можно рассматривать в качестве моделей вход-выход. Функционирование КЛА представляет собой кусочно-линейный марковский процесс, задаваемый во времени *time* следующим выражением:

$$x(\text{time}) = (q, x_q), \quad (1)$$

где  $q \in Q$  – некоторая дискретная величина, называемая основным состоянием;  $x_q = (x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{q|q|})$  – вектор дополнительных координат размерности  $|q|$ , соответствующий основному состоянию;  $|q|$  – неотрицательная величина, называемая рангом основного состояния.

КЛА свойственно линейное равномерное изменение значений координат вектора  $x_q$ :

$$\frac{dx_q}{dt} = -\alpha, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – положительная константа.

Иерархические Е-сети (hierarchical E-net – IE-net) – это расширение агрегативных Е-сетей, которые, наряду с неделимыми, атомарными компонентами, содержат составные компоненты, сами представляющие собою Е-сети [5].

Формально иерархические Е-сети определим в виде семерки:

$$IE = \{P, T, A, I, O, M_0, F, \mu, \nu\}, \quad (3)$$

где  $P = \{P_S, P_R\}$  – конечное непустое множество позиций, состоящее из непересекающихся подмножеств  $P_S$  – простых позиций и  $P_R$  – решающих позиций,  $P_S \cap P_R = \emptyset$ ;

$T = \{ "T_T", "T_F", "T_J", "T_X", "T_Y", "T_{QF}", "T_{QL}", "T_{PrQF}", "T_{PrQL}" \}$  – конечное непустое множество переходов, включающее в себя переходы разных типов, различаемые алгоритмами их срабатывания,  $T \cap P = \emptyset$ ;

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  – множество вложенных агрегатов. IE основаны на агрегативных Е-сетях, поэтому агрегаты IE относятся к классу кусочно-линейных агрегатов;

$I : P \times T \rightarrow \{0, 1\}$  – входная функция, задающая отображение позиций в переходы, то есть определяющая для каждого перехода  $t \in T$  множество его входных позиций  $I(t)$ . Если существует дуга, ведущая из  $p \in P$  в  $t \in T$ , то  $I(p, t) = 1$ , в противном случае  $I(p, t) = 0$ ;

$O : P \times T \rightarrow \{0, 1\}$  – выходная функция, задающая отображение переходов в позиции, то есть определяющая для каждого перехода  $t \in T$ , множество его выходных позиций  $O(t)$ . Если существует дуга, ведущая из  $t \in T$  в  $p \in P$ , то  $O(p, t) = 1$ , в противном случае  $O(p, t) = 0$ ;

$M_0 : P_S \rightarrow \{0, 1\}$  – функция начальной маркировки сети;

$F \subset (P \times A) \cup (A \times P)$  – функция, задающая отношение вложенности для агрегатов. В иерархических Е-сетях допускается соединение позиций Е-сети с вложенными агрегатами. На отношение вложенности накладываются ограничения, задаваемые операциями слияния для входных и выходных позиций вложенного агрегата;

$\mu$  – операция слияния позиций Е-сети с входными позициями вложенного агрегата.

Одной позиции Е-сети может соответствовать только одна входная позиция вложенного агрегата:

$$\forall (p', p'', p_{in}) [(\mu(p') = p_{in}) \cap (\mu(p'') = p_{in})] \rightarrow (p' = p''), \quad (4)$$

где  $p', p'', p_{in}$  – позиции Е-сети и входные позиции вложенного агрегата соответственно.

$\nu$  – операция слияния выходных позиций вложенного агрегата с позициями E-сети. Одной выходной позиции вложенного агрегата соответствует только одна позиция E-сети:

$$\forall(p', p'', p_{out})[(\nu(p') = p_{out}) \cap (\nu(p'') = p_{out})] \rightarrow (p' = p''), \quad (5)$$

где  $p', p'', p_{out}$  – позиции E-сети и выходные позиции вложенного агрегата соответственно.

Агрегат в иерархических E-сетях представляет собой E-сеть с заданными входными и выходными позициями:

$$A = \{P_{in}, P_{out}, E\}, \quad (6)$$

где  $P_{in}$  – конечное множество входных позиций агрегата,  $P_{in} \subset P$ ;  $P_{out}$  – конечное множество выходных позиций агрегата,  $P_{out} \subset P$ .  $P_{in} \cap P_{out} = \emptyset$ ;  $E$  – E-сеть, вложенная в агрегат и описывающая его работу.

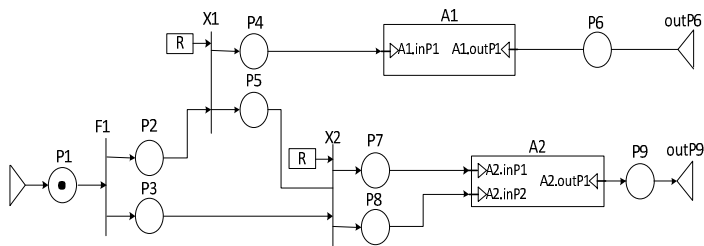


Рис. 1. Структура E-сети с вложенными агрегатами

В IE агрегат может быть вложенным непосредственно в структуру E-сети (рис. 1), что позволяет значительно ускорить процесс разработки моделей за счет повторного использования кода. Кроме того, такой подход позволяет упростить структуру модели, выделив сложный процесс во вложенный агрегат.

В свою очередь каждый вложенный агрегат также может содержать в своей структуре вложенные агрегаты. Каждый агрегат моделирует отдельный вложенный параллельный процесс. Пример IE-сети, состоящей из трех агрегатов A1, A2, A3 на верхнем уровне и одного вложенного агрегата A4, приведен на рис. 2. Внутренняя структура каждого агрегата изображена в отдельном блоке.

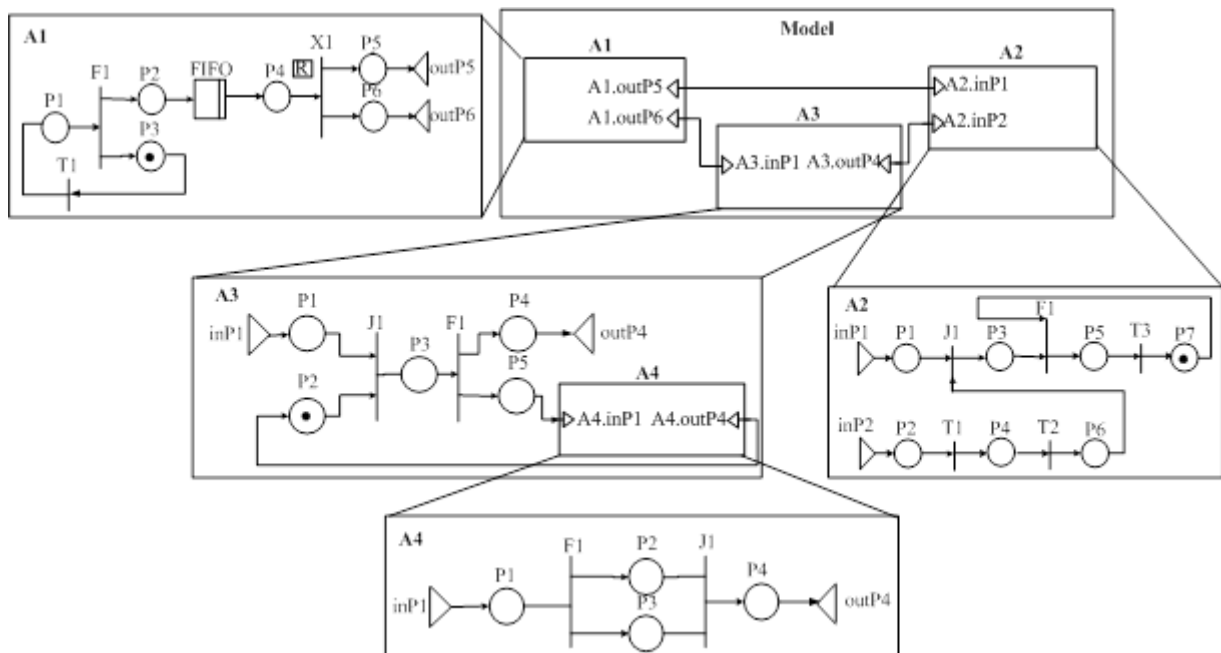


Рис. 2. Пример IE-сети

Функционирование модели в целом состоит из параллельных процессов работы отдельных агрегатов, внутренняя структура которых описывается с помощью E-сетей, и обмена сигналами между ними. В качестве вложенного агрегата может выступать разработанная и протестированная E-сетевая модель. С помощью вложенных агрегатов иерархической E-сети могут быть описаны как дискретные, так и непрерывные процессы. Таким образом, применение аппарата иерархических E-сетей позволяет создавать имитационные иерархические разнородные модели.

### 3. Моделирование дискретно-непрерывных процессов с помощью аппарата ИЕ

Модели непрерывных процессов могут быть представлены разностными или дифференциальными уравнениями. Состояние таких моделей меняется во времени непрерывно. В общем случае анализируемому  $i$ -му значению непрерывного процесса соответствует уравнение вида

$$A^i = F_i(\text{time}), \quad (7)$$

где  $F_i(\text{time})$  – закон изменения непрерывных величин от времени.

Когда существует линейная зависимость входной величины от переменных состояния, используется разностное уравнение вида

$$A_{\text{time}''}^i = A_{\text{time}' }^i + (\text{time}'' - \text{time}') * F_i^*, \quad (8)$$

где  $\text{time}''$  – следующий момент времени;

$\text{time}'$  – текущий момент времени;

$A_{\text{time}''}^i$  – значение  $A^i$  в момент времени  $\text{time}''$ ;

$A_{\text{time}' }^i$  – значение  $A^i$  в момент времени  $\text{time}'$ ;

$F_i^*$  – закон изменения непрерывных величин.

Альтернативным способом определения  $A^i$  является задание производной переменной состояния. В этом случае производная интегрируется для получения значений  $A^i$  на каждом шаге:

$$A_{\text{time}''}^i = A_{\text{time}' }^i + \int_{\text{time}' }^{\text{time}''} D^i dt, \quad (9)$$

где  $D^i = a * A^i + b$ , что соответствует дифференциальному уравнению:

$$\frac{d(A^i)}{dt} = a * A^i + b. \quad (10)$$

Значения переменных состояния вычисляются в результате решения соответствующих уравнений в отдельный момент времени, с сохранением полученных значений для последующего использования. Для нового момента времени используется информация о значениях переменных состояния, полученных на предыдущем шаге. Шаг за шагом происходит вычисление требуемой переменной, которое затем выводится в виде результата моделирования. Шаг моделирования задается с помощью функций задержки на переходах E-сети. Полученные результаты обрабатываются с помощью линейной аппроксимации (рис. 3).

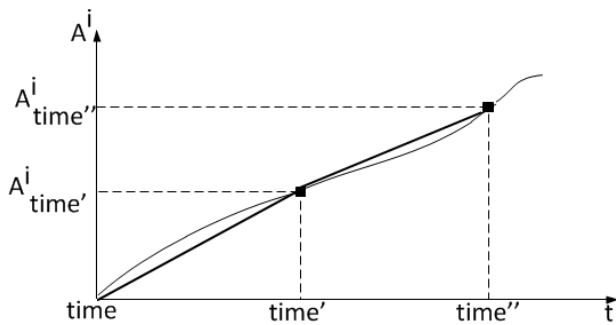


Рис. 3. Линейная аппроксимация значений непрерывной величины

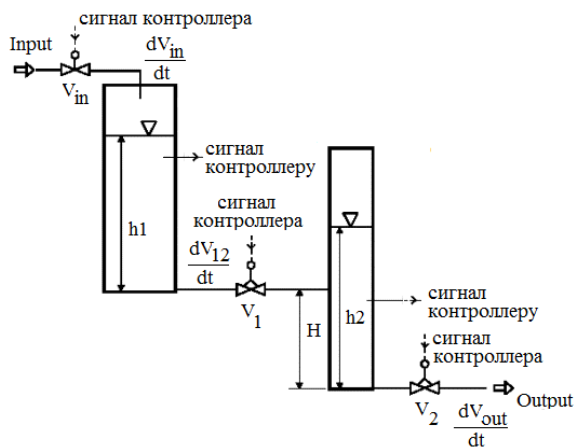


Рис. 4. Пример системы «двух баков»

Поскольку моделирование непрерывных процессов зачастую требует значительных ресурсов, целесообразно выделять такой процесс в отдельный вложенный агрегат иерархической E-сети.

### 3.1. Базовая модель

Рассмотрим в качестве примера моделирования дискретно-непрерывных процессов систему, описанную в [6]. Система состоит из контроллера и двух цилиндрических баков, наполняемых водой. Баки соединены между собой и расположены вертикально на разной высоте таким образом, что дно первого бака находится на расстоянии  $H = 0,39 м$  от дна второго (рис. 4). Баки имеют одинаковую высоту  $h = 1 м$  и различные диаметры:  $D_1 = 0,12 м$ ,  $D_2 = 0,05 м$ . Подача воды в первый бак контролируется краном  $V_{in}$ , который открывается мгновенно и скорость входного потока воды определяется как (л/ч):

$$\frac{dV_{in}}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } V_{in} \text{ закрыт} \\ 400, & \text{если } V_{in} \text{ открыт} \end{cases} \quad (11)$$

Краны  $V_1$ ,  $V_2$  являются медленными устройствами, для их полного открытия/закрытия требуется 80с. Открытие и закрытие данных клапанов контролируется задвижкой, меняющей свое положение от  $P = 0$  (полное закрытие в условных единицах) до  $P = 80$  (полное открытие). Контроллер осуществляет управление открытием/закрытием кранов  $V_{in}$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ . Его основной задачей является недопущение переполнения или опустошения второго бака системы.

Система уравнений для уровней воды в баках имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= \frac{1}{S_1} \left( \frac{dV_{in}}{dt} - \frac{dV_{12}}{dt} \right), \\ \frac{dh_2}{dt} &= \frac{1}{S_2} \left( \frac{dV_{12}}{dt} - \frac{dV_{out}}{dt} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $h_1$ ,  $h_2$  – уровни воды в первом и втором баках;

$S_1$ ,  $S_2$  – площади оснований баков;

$\frac{dV_{in}}{dt}$ ,  $\frac{dV_{12}}{dt}$ ,  $\frac{dV_{out}}{dt}$  – скорость входного потока воды, протекания воды по трубе между баками и вытекания воды из системы соответственно.

Скорость протекания воды между баками рассчитывается по формуле

$$\frac{dV_{12}}{dt} = \begin{cases} K_1(P_1) * \sqrt{h_1 - (h_2 - H)}, h_2 > H \\ K_1(P_1) * \sqrt{h_1}, h_2 \leq H \end{cases}, \quad (13)$$

где  $h_1, h_2$  – уровни воды в баках;

$H$  – расстояние до крана  $V_1$  во втором баке;

$K_1(P_1)$  – функция, определяющая положение задвижки  $P_1$  крана  $V_1$ .

Скорость вытекания воды зависит от уровня воды во втором баке и положения задвижки  $P_2$  на кране  $V_2$ :

$$\frac{dV_{out}}{dt} = K_2(P_2) * \sqrt{h_2}, \quad (14)$$

где  $h_2$  – уровень воды во втором баке;

$K_2(P_2)$  – функция, определяющая положение задвижки  $P_2$  крана  $V_2$ .

Индивидуальные свойства кранов определяются функциями:

$$K_1(P_1) = \begin{cases} 1,85 * 10^{-4} * e^{-6*10^{-6}P_1^2}, 0 \leq P_1 < 80 \\ 0, P_1 = 80 \end{cases}, \quad (15)$$

$$K_2(P_2) = \begin{cases} 2,26 * 10^{-4} * e^{-5,7*10^{-6}P_2^2}, 0 \leq P_2 < 80 \\ 0, P_2 = 80 \end{cases}. \quad (16)$$

Работа всей системы описывается следующим алгоритмом. В исходном состоянии все краны закрыты и оба бака пусты. В начальный момент времени контроллер посылает сигнал крану  $V_{in}$ , который мгновенно открывается, в результате чего наполнится водой первый бак в течение заданного времени  $t$ . При этом контроллер отслеживает переполнение первого бака ( $h_1 \geq H$ ). По истечении заданного времени  $t$  или в случае поступления сигнала о превышении допустимого уровня воды в первом баке контроллер посылает сигнал открыть кран  $V_1$ . Открытие крана происходит в течение 80 с, после чего начинает заполняться водой второй бак. Задача контроллера – поддерживать постоянный уровень воды во втором баке в пределах  $L_{min}=0,3\text{м} - L_{max}=0,9\text{м}$ . Следовательно, при достижении уровня  $L_{max}$  контроллер посылает сигнал открыть выходной кран  $V_2$ , и наоборот – посылает сигнал закрыть выходной кран  $V_2$  при достижении уровня  $L_{min}$ . Закрытие/открытие крана  $V_2$  осуществляется в течение 80 с.

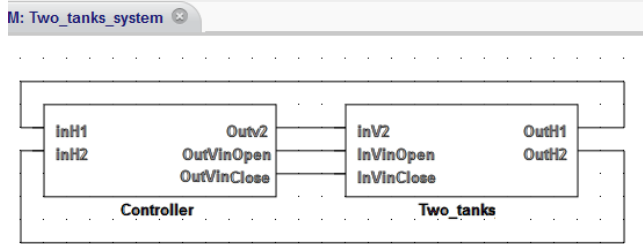


Рис. 5. IEP-модель системы двух баков

работу двух баков.

Агрегат «Two\_tanks» (рис. 6) содержит в своей внутренней структуре вложенные агрегаты «Water\_levelH1», «Water\_levelH2», в которых моделируется непрерывный процесс заполнения баков водой и рассчитывается уровень воды.

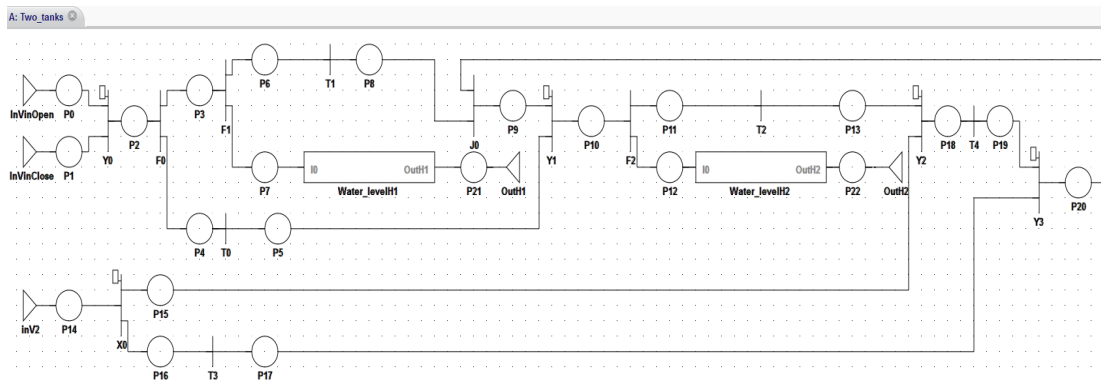


Рис. 6. Структура агрегата «Two\_tanks»

Переходы данной модели IEP моделируют следующие действия: Y0 определяет – закрыть или открыть входной кран  $V_{in}$  во избежание переполнения первого бака; переход F1 запускает параллельные процессы заполнения бака водой и делает подсчет уровня воды; J0 осуществляет открытие/закрытие крана  $V_1$ , время задержки равно 80с; F2 порождает параллельные процессы заполнения водой второго бака и производит расчет уровня воды; на переходе Y2 определяется, открыть или закрыть выходной кран  $V_2$  в зависимости от поступившего сигнала с контроллера. Во вложенных агрегатах IEP-модели (рис. 7) на переходе F0 подсчитывают уровень воды в течение времени заполнения баков. Полученный результат сравнивается с заданными значениями переменных  $H$ ,  $L_{min}$ ,  $L_{max}$ , означающих допустимый уровень воды в первом баке, максимально и минимально допустимый

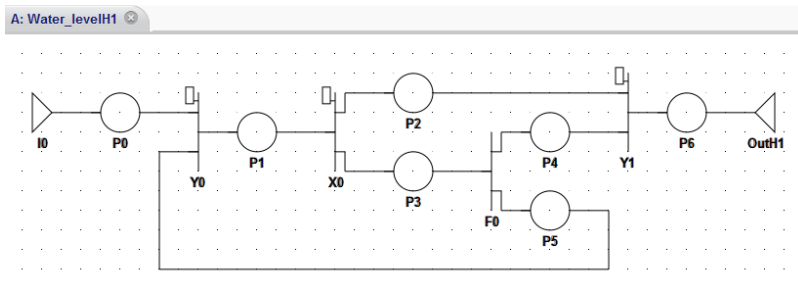


Рис. 7. Структура вложенного агрегата «Water\_levelH1»

уровень воды во втором баке соответственно. В случае выполнения неравенств  $h_1 \geq H$ ,  $h_2 \geq L_{max}$ ,  $h_2 \leq L_{min}$  вложенный агрегат отправляет сигнал в контроллер, означающий нарушение нормального функционирования системы и необходимость открытия/закрытия

### 3.2. Имитационное решение базовой модели

Модель системы, разработанная на основе IEP в системе имитационного моделирования EMS [7], представлена на рис. 5. На верхнем уровне модель состоит из двух взаимодействующих агрегатов: «Controller» – моделирует работу контроллера, «Two\_tanks» – моделирует

кранов. Таким образом, сеть не перегружается постоянной отправкой сообщений, содержащих информацию об уровне воды в баке.

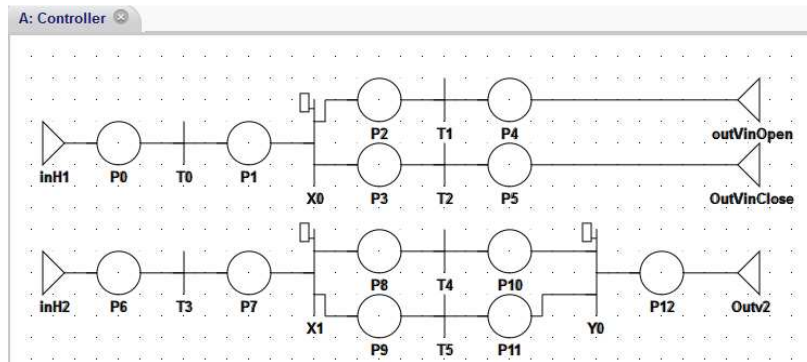


Рис. 8. Структура агрегата «Controller»

Контроллер системы (рис. 8) принимает поступающие сигналы от вложенных агрегатов и отправляет соответствующие сигналы в агрегат «Two\_tanks».

Результаты моделирования приведены в табл. 1. Отклонение от аналитических результатов, приведенных в [6], составляет  $\Delta=0,002$  при доверительной

вероятности 0,95, что подтверждает адекватность полученных результатов и разработанной имитационной ИЕ-модели.

Таблица 1. Результаты моделирования

Time	h1 (аналит.)	h1 (эксп.)	h2 (аналит.)	h2 (эксп.)	Time	h1 (аналит.)	h1 (эксп.)	h2 (аналит.)	h2 (эксп.)
50	0,54	0,55	0	0	300	0,431	0,45	0,296	0,31
100	0,832	0,848	0,846	0,86	350	0,419	0,432	0,597	0,603
150	0,764	0,778	0,49	0,57	400	0,677	0,7	0,833	0,798
200	0,612	0,614	0,41	0,53	450	0,636	0,65	0,428	0,44
250	0,494	0,5	0,344	0,365	500	0,521	0,54	0,363	0,375

#### 4. Выводы

Предложенный формальный аппарат иерархических Е-сетей, в основу которого положены агрегативные Е-сети, позволяет учесть как многоуровневость построения и разнородность моделей управляющих систем безопасности, так и их динамические свойства. Возможность включения вложенных агрегатов в структуру Е-сети позволяет перейти к использованию вложенных моделей и тем самым выделять сложные разнородные процессы в отдельные функциональные блоки, что повышает эффективность моделирования и сокращает время разработки моделей за счет повторного использования кода.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сениченков Ю.Б. Численное моделирование гибридных систем / Сениченков Ю.Б. – СПб.: Изд-во политех. ун-та, 2004. – 206 с.
2. Колесов Ю.Б. Объектно-ориентированное моделирование сложных динамических систем / Колесов Ю.Б. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. – 240 с.
3. Згуровский М.З. Дискретно-непрерывные системы с управляемой структурой / М.З. Згуровский, В.А. Денисенко. – Киев: Наукова думка, 1998. – 350 с.
4. Казимир В.В. Модельно-ориентированное управление интеллектуальными производственными системами: дис. ... доктора техн. наук: 05.13.06 / Казимир В.В. – К., 2006. – 301 с.
5. Серая А.А. Иерархические Е-сети как единый формализм технологии распределенного имитационного моделирования High Level Architecture / А.А. Серая // Межд. конф. «Intellectual Systems for Decision Making and Problems of Computational Intelligence. ISDMCI'2013», (Свпаторія, 20–24 травня 2013 р.). – Херсон: ХНТУ, 2013. – С. 285 – 287.



6. Kowalewski S. Case study in Tool-Aided Analysis of Discretely Controlled Continuous Systems: the Two Tanks Problem / S. Kowalewski, O. Stursberg, M.Fritz [et al.] // 15<sup>th</sup> International Workshop on Hybrid Systems (HS V). – Notre Dame, USA, 1997. – September 11–13.
7. Казимир В.В. Розподілена система імітаційного моделювання EMS / В.В. Казимир, Г.А. Сіра, І.І. Мушкетик // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2011. – № 3 (51). – С. 144 – 153.

*Стаття надійшла до редакції 16.09.2013*