

## АДАПТАЦІЯ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ В СИСТЕМАХ ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ НА ОСНОВІ ОЦІНКИ ШВИДКОСТІ СПРИЙНЯТТЯ ТА ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТАМИ

---

**Abstract:** The article discusses the approach to evaluation and forecasting of the quickness of perception and knowledge retention by students in the system of distance education, which helps to adapt the process of learning and conduct it in the optimal way for each concrete student. The mathematical model is proposed, which takes into account the quickness of perception of the new material, the order of the test, the level of learning material retention, dependence of the quickness of retention from the quickness of perception, which may be used for the system constructing, what may take into account the individual student's abilities, his or her previous knowledge, capabilities, peculiarities in the perception of new material.

**Key words:** adaptation of the learning process, knowledge quantum.

**Анотація:** У статті розглядається підхід до оцінки та прогнозування швидкості сприйняття і засвоєння знань студентами в системах дистанційної освіти, який дозволяє адаптувати процес навчання і провести його оптимальним шляхом для кожного конкретного студента. Запропоновано математичну модель, що враховує швидкість сприйняття нової інформації, порядок тестування, рівень засвоєння навчального матеріалу, залежність швидкості засвоєння від швидкості сприйняття, яка може бути використана для побудови системи, яка враховуватиме персональні здібності студента, його попередні знання, вміння, особливості у сприйнятті та засвоєнні нової інформації.

**Ключові слова:** адаптація процесу навчання, кванти знань.

**Аннотация:** В статье рассматривается подход к оценке и прогнозированию скорости восприятия и усвоения знаний студентами в системах дистанционного образования, который позволяет адаптировать процесс обучения и провести его оптимальным путём для каждого конкретного студента. Предложено математическую модель, учитывающую скорость восприятия новой информации, порядок тестирования, уровень усвоения нового материала, зависимость скорости усвоения от скорости восприятия, которая может быть использована для построения системы, учитывающей персональные способности студента, его предыдущие знания, умения, особенности в восприятии и усвоении новой информации.

**Ключевые слова:** адаптация процесса обучения, кванты знаний.

### 1. Вступ

На початку третього тисячоліття відбувається перехід від індустріального до інформаційного суспільства, у якому знання й інформація стають основними продуктивними силами [1]. В інформаційному суспільстві істотно змінюється стратегія освіти, причому найважливішою рисою є широке використання інформаційних технологій. В інформаційному суспільстві інтелектуальні процеси стають масовими, і більша половина працівників у розвинутих країнах зайняті у сфері інтелектуальної діяльності. У зв'язку з тим, що знання в сучасному суспільстві швидко старіють, сучасній людині необхідно безупинно підвищувати свою кваліфікацію. При цьому підвищення кваліфікації і перепідготовка кадрів у більшості випадків повинні проводитися без відриву від виробничої діяльності, що стає можливим з використанням технологій дистанційної освіти (ДО). ДО є загально визнаною як освіта XXI століття, освіта для постіндустріального суспільства. Її особливістю є академічна мобільність, заснована на впровадженні сучасних технологій, і організація навчання протягом усього життя. Проте сучасні системи дистанційної освіти (СДО) характеризує і ряд недоліків. Як правило, навчальний курс, представлений в середовищі СДО, являє собою набір статичних гіпертекстових документів. Усі студенти отримують однаковий матеріал для вивчення, без урахування їх індивідуальних особливостей. Як стверджують психологи, саме через істотну різницю в рівні базової підготовки та індивідуальних здібностей студентів

жорстко регламентований графік навчального процесу, прийнятий за основу в традиційних СДО, є оптимальним у кращому випадку лише для 15-30% студентів: для одних він занадто напружений, для інших, навпаки, недостатньо інтенсивний. В результаті неефективно використовуються інтелектуальні і матеріальні ресурси як індивіда, так і суспільства. Також існують інші проблеми, пов'язані з відсутністю диференціації навчального процесу в середовищах сучасних СДО. Можна стверджувати, що введення елементів адаптивності та інтелектуальності в СДО є одним із основних завдань в даному напрямку наукових досліджень.

В останні роки активно розвивається новий дослідницький напрямок у сфері дистанційного навчання – це адаптивні та інтелектуальні технології. Завданням цього напрямку досліджень є забезпечення дистанційним навчальним системам можливості персоналізації. За допомогою адаптивних та інтелектуальних технологій навчальна система зможе врахувати персональні здібності студента, його попередні знання, вміння, особливості у сприйнятті та засвоєнні нової інформації. На основі таких даних процес навчання проходить оптимальним шляхом для кожного конкретного студента. Ці технології також дозволяють вирішувати проблеми диференціації навчання, що існують в сучасній дистанційній освіті.

## **2. Адаптивна система дистанційної освіти та контролю знань**

Використовуючи можливості адаптивних та інтелектуальних технологій, пропонується створити СДО, яка б у процесі функціонування враховувала ряд параметрів, індивідуальних для кожного студента [2].

1. Швидкість сприйняття нової інформації (визначає кількість повторів навчального матеріалу до його повного засвоєння, тобто до отримання 100% правильних відповідей на поставлені запитання з пройденої теми). Із урахуванням даного параметра формується блок повторення пройденого матеріалу.

2. Оптимальний порядок тестування. Визначає частину тесту, в якій допущено максимальну кількість помилок з нової теми: початок (значення параметра  $n$  дорівнює 1); кінець ( $n = 2$ ); початок і кінець ( $n = 3$ ); середина тесту ( $n = 4$ ); рівномірний розподіл помилок ( $n = 5$ ). У наступному модулі в частині тесту, де зосереджені неправильні відповіді, розміщується питання з попередніх тем. Таким чином, параметр впливає на порядок питань у тестах з урахуванням індивідуальних особливостей студента.

3. Рівень засвоєння навчального матеріалу (кількість правильних, частково правильних і неправильних відповідей). В разі незадовільних результатів здійснюється повторення навчального матеріалу та проводиться додаткове тестування. У випадку отримання позитивної оцінки інтелектуальним агентом формується наступний модуль:

– з повторною подачею навчального матеріалу та тестуванням з тем, на які отримано неправильні відповіді;

– з повторним тестуванням з тих тем, на які отримано частково правильні відповіді.

### 3. Швидкість засвоєння нової інформації

Швидкість засвоєння нової інформації – це відсоток правильних відповідей (правильного виконання операцій) у завданнях нової теми, що обчислюється за формулою

$$v_m = \frac{m}{n} \cdot 100\% ,$$

де  $m$  – кількість правильних відповідей (операцій, які виконані правильно),  $n$  – кількість усіх питань (операцій).

Оскільки є чимало факторів, які впливають на правильність виконання операцій, і їх вплив у багатьох випадках передбачити неможливо, то швидкість засвоєння нової інформації є випадковою величиною. Будемо вважати, що операції виконуються незалежно одна від одної за схемою Бернуллі. А отже, ця випадкова величина має біноміальний закон розподілу, а імовірності її можливих значень (імовірність того, що серед  $n$  незалежних операцій  $m$  виконано правильно) слід обчислювати за формулою Бернуллі :

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m} ,$$

де  $p$  – імовірність правильного виконання однієї операції і є величиною сталою. Зрозуміло, що  $p$  буде сталою тоді і тільки тоді, коли операції (питання, завдання) належать одному класу.

Для великих значень  $n$  та  $m$  імовірність того, що буде виконано  $m$  операцій, подається такою асимптотичною формулою:

$$P_n(m) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}} ,$$

де  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  називається функцією Гаусса (вона є протабульована), а  $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$ .

Дослідження швидкості засвоєння нової інформації може проходити у двох напрямках:

- 1) відшукування найімовірнішого значення  $v_m$  ;
- 2) спостереження за характером зміни  $v_m$  в деякому інтервалі.

Легко переконатися, що із збільшенням  $m$  імовірність  $P_n(m)$  спочатку зростає, потім досягає максимального значення і при подальшому зростанні  $m$  зменшується. При цьому, якщо  $np - q$  є цілим числом, то максимальне значення імовірність  $P_n(m)$  приймає для двох значень  $m$  : для  $m_0 = np - q$  і  $m'_0 = np - q + 1 = np + p$ . Якщо ж  $np - q$  не є цілим, то максимального значення  $P_n(m)$  досягає при  $m = m_0$ , що дорівнює найменшому цілому числу, більшому за  $m_0$ .

Досить часто необхідно знайти не найімовірнішу кількість правильно виконаних операцій, а проаналізувати ті випадки, коли швидкість засвоєння змінюється в певних межах. Така задача зводиться до відшукування імовірностей  $P_n(v_{m_i} \leq v_m \leq v_{m_j}) = P_n(m_i \leq m \leq m_j)$ . Для цього можна використати таку формулу:

$$P_n(m_i \leq m \leq m_j) = \sum_{m=m_i}^{m_j} C_n^m p^m q^{n-m}.$$

При великих значеннях  $n$ :

$$P_n(m_i \leq m \leq m_j) \approx \Phi(x_{m_j}) - \Phi(x_{m_i}),$$

де  $x_{m_i} = \frac{m_i - np}{\sqrt{npq}}$ , а  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  є функцією Лапласа, значення якої протабульовані. При

цьому допускається деяка похибка. Можна оцінити її, але точна її оцінка дуже складна. Цю похибку можна значно зменшити, якщо трохи змінити межі інтегрування, вважаючи

$$P_n(m_i \leq m \leq m_j) \approx \Phi(x_{m_j+1/2}) - \Phi(x_{m_i-1/2}).$$

Для великих значень  $n$ , при  $p \rightarrow 0$ , для знаходження імовірностей  $P_n(m)$  застосовується формула Пуассона:

$$P_n(m) = \frac{a^m}{m!} e^{-a},$$

де  $a = np$ . Для оцінки похибки використовується нерівність

$$|P_n(m) - \frac{a^m}{m!} e^{-a}| \leq \frac{a^2}{n}.$$

Зауважимо, що при великих значеннях  $n$  всі імовірності  $P_n(m)$  стають близькими до нуля, і тільки для  $m$ , які близькі до найімовірнішого значення  $m_0$ , імовірності  $P_n(m)$  трохи відрізняються від нуля.

Крім того, в цьому випадку

$$P_n(m_i \leq m \leq m_j) = \sum_{m=m_i}^{m_j} P_n(m) = \sum_{m=m_i}^{m_j} \frac{a^m}{m!} e^{-a}.$$

Вищенаведені формули зручні, якщо розглядається сукупність  $n$  однотипних незалежних операцій, і всі вони мають однакову імовірність  $p$ . Проте частіше доводиться мати справу із завданнями, у яких різна природа та рівні складності, але оцінюються в сукупності. Тому розглянемо випадок, коли множина операцій  $Y$  розбита на  $l$  класів  $C_1, C_2, \dots, C_l$ . Якщо в кожному класі  $C_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ , операція може бути виконана правильно з імовірністю  $p_i$ , то імовірність того, що серед  $n$  незалежних операцій правильно будуть виконані  $m_1$  операцій з класу  $C_1$ ,  $m_2$  з класу  $C_2$  і т.д. дорівнює

$$P_n(m_1, m_2, \dots, m_l) = \prod_{i=1}^l P_{n_i}(m_i),$$

а швидкість засвоєння інформації

$$v = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_l}{n} \cdot 100\%.$$

Нехай у кожному класі  $C_i$ ,  $i=1,2,\dots,l$  серед  $n_i$  операцій  $m_i^0$  мають найвищу імовірність правильного виконання  $P_{n_i}(m_i^0)$ . Тоді найімовірніше значення швидкості засвоєння дорівнює

$$v_0 = \frac{m_1^0 + m_2^0 + \dots + m_l^0}{n} \cdot 100\% ,$$

а імовірність цієї події є добутком:

$$P = \prod_{i=1}^l P_{n_i}(m_i^0) .$$

Дані міркування, які базуються на схемі незалежних випробувань, дозволяють не тільки оцінити ступінь засвоєння навчального матеріалу, доступність завдань, побачити результативність при їх виконанні, а й передбачити наперед, яка буде швидкість засвоєння інформації в залежності від того, яка кількість завдань певної ваги пропонується для виконання. Тому розглянемо детальніше деякі типові задачі, які виникають при формуванні блоків завдань.

Нехай блок (наприклад, тест) включає  $n$  завдань (питань, операцій), імовірність правильного виконання яких становить  $p$ .

1. Чому дорівнює імовірність того, що частота правильного виконання операції буде відрізнятися від імовірності  $p$  не більше, чим на  $\alpha$ ? Ця імовірність дорівнює

$$P \left\{ \left| \frac{\mu}{n} - p \right| \leq \alpha \right\} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\alpha \sqrt{\frac{n}{pq}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx .$$

2. Яку найменшу кількість завдань необхідно включити в блок, щоб з імовірністю, не меншою  $\beta$ , частота відрізнялася від імовірності не більше, ніж на  $\alpha$ . Для цього потрібно знайти значення  $n$ , яке задовольняє умові

$$P \left\{ \left| \frac{\mu}{n} - p \right| \leq \alpha \right\} \geq \beta .$$

Його шукаємо з нерівності

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\alpha \sqrt{\frac{n}{pq}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \geq \beta .$$

3. При даній імовірності  $\beta$  і кількості завдань  $n$  необхідно визначити межу можливих змін  $\left| \frac{\mu}{n} - p \right|$ . Іншими словами, знаючи  $\beta$  і  $n$ , потрібно знайти  $\alpha$ , для якого

$$P \left\{ \left| \frac{\mu}{n} - p \right| < \alpha \right\} = \beta .$$

Дана задача рівнозначна розв'язанню відносно  $\alpha$  рівняння

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\alpha\sqrt{\frac{n}{pq}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \beta.$$

Чисельне розв'язання усіх розглянутих задач вимагає вміння обчислення інтеграла

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

і при довільних значеннях  $x$  розв'язувати обернену задачу – за величиною інтеграла обчислювати відповідні значення аргумента  $x$ . Як відомо, цей інтеграл називається функцією Лапласа, і для його обчислення необхідні спеціальні таблиці, так як такий інтеграл при  $0 < x < \infty$  не виражається через елементарні функції. Таблиця функції Лапласа складена тільки для додатних  $x$ , а для від'ємних  $x$  функція  $\Phi(x)$  визначається з рівності

$$\Phi(-x) = -\Phi(x).$$

#### 4. Швидкість сприйняття інформації

Швидкість сприйняття (лаг засвоєння) – це кількість повторів, необхідних для повного засвоєння нової інформації.

Під типовою операцією будемо розуміти завершену смисловою операцію, яка передбачає виконання елементарних дій над квантами (первинними поняттями, ключовими словами, аксіомами, означеннями тощо) [4, 5]. Розглянемо матрицю  $\|p_{ji}\|$ , рядки якої відповідають операціям  $y_1, y_2, \dots, y_j$ , а стовпчики – квантам  $x_1, x_2, \dots, x_T$ . Елементи матриці  $p_{ji}$  -- імовірності правильного виконання операції  $y_j$  над квантом  $x_i$ . Зрозуміло, що імовірність  $p_j$  правильного виконання операції  $y_j$  в цілому дорівнює добутку

$$p_j = \prod_i p_{ji}.$$

Для кожної операції, в залежності від імовірності  $p_j$ , можна визначити кількість повторів (спроб)  $k_j$ , які необхідно здійснити для того, щоб правильно виконати дану операцію. Слід зауважити, що для вирішення даної проблеми не можна розробити універсального методу, тому що в кожній ситуації вона тлумачиться своєрідно.

Слід розглянути такі випадки:

1) студент повинен виконати певне завдання. Йому дозволяється здійснити кілька спроб, які не залежать одна від одної, при кожній новій спробі він керується тільки первинно набутими знаннями і жодної нової інформації не отримує;

2) для виконання завдання студент може здійснити кілька спроб, але вони залежать одна від одної. При кожній наступній підвищується можливість правильного виконання за рахунок повторення пройденого матеріалу, отримання додаткових підказок, тренуваності і т.д.

Зрозуміло, що кількість повторів операції – це цілочислова випадкова величина, яку позначимо  $K_j$ .

Спочатку розглянемо перший випадок і будемо вважати, що дана величина має геометричний закон розподілу:

$$P(K_j = k) = p_j q_j^{k-1},$$

де  $q_j = 1 - p_j$ .

Для полегшення розв'язання задачі розіб'ємо множину операцій  $Y$  на класи операцій, які мають однакові імовірності  $p_j$ . Надалі обмежимося розглядом тільки одного такого класу. Зрозуміло, що якщо імовірність однакова, то й кількість повторів буде однакою для всіх операцій даного класу. Позначимо цю випадкову величину літерою  $K$ . Тоді формула, яка визначає імовірності її можливих значень, буде мати вигляд

$$p_k = P(K = k) = pq^{k-1},$$

де  $q = 1 - p$ .

Тут ми маємо на увазі, що повторення здійснюються до першого правильного виконання операції, і при кожній спробі імовірність  $p$  не змінюється, тобто перед повторним виконанням завдання студент не отримує жодної інформації, яка б сприяла поліпшенню результату.

Геометричний розподіл імовірностей має цікаву властивість, яку називають властивістю “нестаріння”. Вона становить

$$P(K > n + k | K > n) = P(K > k),$$

для довільних  $n, k \geq 0$ .

Дійсно, згідно з означенням умовної імовірності,

$$P(K > n + k | K > n) = \frac{P(K > n + k | K > n)}{P(K > n)} = \frac{P(K > n + k)}{P(K > n)}.$$

Остання рівність випливає з того, що якщо кількість спроб  $K > n + k$ , то це включає також випадок  $K > n$ .

Для довільного  $m \geq 0$ :

$$P(K > m) = \sum_{i=m+1}^{\infty} P(K = i) = \sum_{i=m+1}^{\infty} pq^{i-1} = \frac{pq^m}{1-q} = q^m.$$

Тому

$$P(K > n + k | K > n) = \frac{P(K > n + k)}{P(K > n)} = \frac{q^{n+k}}{q^n} = q^k = P(K > k).$$

Отриману рівність можна тлумачити таким чином: якщо відомо, що вже здійснено  $n$  спроб, то імовірність того, що потрібно здійснити ще не менше  $k$  спроб, така ж сама, як імовірність того, що потрібно зробити  $k$  спроб спочатку. Тобто, імовірність того, що потрібно здійснити ще кілька

спроб, не залежить від того, скільки спроб уже було зроблено до цього. Цей факт підтверджує правильність вибору геометричного закону розподілу при розгляді даного питання.

### 5. Залежність швидкості засвоєння від швидкості сприйняття

Розглянемо систему двох дискретних випадкових величин  $(V, K)$ , де  $V$  – швидкість засвоєння інформації, а  $K$  – швидкість сприйняття. Закон розподілу цих двох дискретних величин – це перелік можливих значень  $V = v_i$ ,  $K = k_j$  та відповідних їм імовірностей  $p_{i,j}$  того, що буде здійснено  $k_j$  повторів навчального матеріалу даного уроку і відсоток правильних відповідей буде приймати значення  $v_i$ . У табличній формі цей закон має такий вигляд (табл.1):

Таблиця 1. Закон розподілу швидкості засвоєння та швидкості сприйняття інформації

$V = v_i$	$v_1$	$v_2$	...	$v_m$	$p_{kj}$
$k_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	...	$p_{1m}$	$p_{k1}$
$k_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	...	$p_{2m}$	$p_{k2}$
...	...	...	...	...	
$k_s$	$p_{s1}$	$p_{s2}$	...	$p_{sm}$	$p_{ks}$
$p_{xi}$	$p_{x1}$	$p_{x2}$	...	$p_{xm}$	

Актуальною є задача знаходження умовного закону розподілу дискретної випадкової величини  $V$  при фіксованому значенні  $K = k_j$ . У табличній формі умовний закон  $V / K = k_j$  має такий вигляд (табл. 2):

Таблиця 2. Закон розподілу дискретної випадкової величини  $V$  при фіксованому значенні  $K = k_j$

$V = v_i$	$v_1$	$v_2$	...	$v_m$
$P(v = v_i / K = k_j) = \frac{p_{ij}}{p_{kj}}$	$p_{i1} / p_{k1}$	$p_{i2} / p_{k2}$	...	$p_{im} / p_{km}$

Маючи цей розподіл, можна знайти таку кількість повторів  $k_j$ , при якій значення  $v_i$  має найбільшу умовну імовірність.

Зрозуміло, що між  $V$  та  $K$  існує статистична залежність, тому що зміна однієї величини зумовлює зміну розподілу другої. Проте невідомо, чи є вона сильною і суттєвою. Про силу кореляційного зв'язку можна говорити, знаючи коефіцієнт кореляції  $\rho(V, K)$ , який шукають за формулою



$$\rho(V, K) = \frac{M(VK) - M(V)M(K)}{\sqrt{D(V)} \cdot \sqrt{D(K)}}$$

де  $M(V) = np$ ,  $M(K) = \frac{1}{p}$ ,  $D(V) = npq$ ,  $D(K) = \frac{q}{p^2}$  – математичні сподівання та дисперсії випадкових величин  $V$ ,  $K$ .

Коефіцієнт кореляції володіє такими властивостями.

1.  $\rho(V, K) = 0$ , якщо  $V$  і  $K$  – незалежні (що малоймовірно в нашому випадку).
2.  $|\rho(V, K)| < 1$ , при цьому залежність може бути навіть не функціональною.
3.  $|\rho(V, K)| = 1$ , якщо і тільки якщо величини лінійно залежні, тобто існують такі числа  $a \neq 0$  та  $b$ , що  $K = aV + b$ . Така залежність є найсильнішою із можливих. Причому, якщо  $\rho(V, K) = 1$ , то  $V$  і  $K$  одночасно збільшуються, і навпаки,  $\rho(V, K) = -1$  означає, що із збільшенням  $K$  швидкість засвоєння зменшується.

Формула для коефіцієнта кореляції потребує знаходження імовірностей  $p_{ij}$ , що не є простою задачею. Тому розглянемо ще один спосіб встановлення форми і тісноти кореляційного зв'язку, який базується безпосередньо на основі експериментальних даних.

Зрозуміло, що кожному значенню  $V$  відповідає кілька значень  $K$ . Тоді умовним середнім значенням  $\bar{k}_v$  буде середнє арифметичне значення  $K$ , яке відповідає значенню  $V = v$ . Припустимо, що проведено  $N$  незалежних досліджень, в результаті яких отримано вибірку з  $N$  пар чисел  $(v, k)$ . При великій кількості спостережень одне і те ж значення  $v$  може зустрічатися  $N_v$  разів, а одне і те ж значення  $k$  може зустрітися  $N_k$  разів, одна і та ж пара  $(v, k)$  –  $N_{vk}$  разів. Тому дані спостережень групуються і заносяться в кореляційну таблицю. В першому рядку таблиці вказані значення  $V$ , а в першому стовпчику – значення  $K$ , на перетині рядків і стовпчиків записані частоти  $N_{vk}$ , пар чисел  $(v, k)$ , які спостерігалися.

Можна вважати, що значення  $K$  розбито на групи; кожна група містить ті значення  $K$ , які відповідають певному значенню  $V$ . Умовне середнє значення в такому випадку можна називати груповим середнім.

Оскільки всі значення величини  $K$  поділені на групи, то можна загальну дисперсію величини  $K$  подати у вигляді суми внутрішньогрупової і міжгрупової дисперсії:

$$D_{\zeta\alpha\alpha} = D_{\alpha\alpha\alpha} + D_{i\alpha\alpha}$$

Можливі випадки:

- 1) якщо  $K$  пов'язана з  $V$  функціональною залежністю, тобто певному значенню  $V$  відповідає єдине значення  $K$ , то

$$\frac{D_{i\alpha\alpha}}{D_{\zeta\alpha\alpha}} = 1;$$

2) якщо  $K$  пов'язана з  $V$  кореляційною залежністю (при зміні однієї величини змінюється середнє значення іншої), то

$$\frac{D_{i \text{ } \bar{v} \bar{k}}}{D_{\bar{v} \bar{k}}} < 1.$$

Для оцінки тісноти *лінійного кореляційного зв'язку* служить вибірковий коефіцієнт кореляції:

$$r_{\hat{A}} = \frac{\sum N_{vk} vk - N\bar{v}\bar{k}}{N\sigma_v\sigma_k},$$

де  $\bar{v} = \frac{\sum v}{N}$ ,  $\bar{k} = \frac{\sum k}{N}$  – вибіркові середні значення,  $\sigma_v, \sigma_k$  – вибіркові середньоквадратичні відхилення.

Для оцінки тісноти *нелінійного кореляційного зв'язку* існують такі параметри:

$\eta_{kv}$  – вибіркове кореляційне відношення  $K$  до  $V$ , що задається формулою

$$\eta_{kv} = \frac{\sigma_{\bar{k}_v}}{\sigma_k},$$

$$\text{де } \sigma_{\bar{k}_v} = \sqrt{D_{i \text{ } \bar{v} \bar{k}}} = \sqrt{\frac{\sum N_v (\bar{k}_v - \bar{k})^2}{N}}, \quad \sigma_k = \sqrt{D_{\bar{v} \bar{k}}} = \sqrt{\frac{\sum N_k (k - \bar{k})^2}{N}};$$

$\eta_{vk}$  – вибіркове кореляційне відношення  $V$  до  $K$ , що задається формулою

$$\eta_{vk} = \frac{\sigma_{\bar{v}_k}}{\sigma_v}.$$

Оскільки  $\eta_{kv}$  має ті ж властивості, що і  $\eta_{vk}$ , то перерахуємо властивості тільки вибіркового кореляційного відношення  $\eta_{kv}$ , які позначимо просто  $\eta$  і назвемо кореляційним відношенням.

Властивості кореляційного відношення.

1. Якщо  $\eta = 0$ , то  $K$  не пов'язано з  $V$  функціональною залежністю.
2. Якщо  $\eta = 1$ , то  $K$  пов'язано з  $V$  функціональною залежністю.
3. Якщо вибіркове кореляційне відношення дорівнює абсолютній величині вибіркового коефіцієнта кореляції

$$\eta = |r_{\hat{A}}|,$$

то між величинами лінійна кореляція.

Визначення форми і тісноти кореляційного зв'язку між швидкістю засвоєння і швидкістю сприйняття дозволяє розв'язати наступні задачі:

- 1) встановити оптимальний рівень засвоєння знань при заданих умовах;
- 2) визначити кількість спроб, достатніх для того, щоб швидкість сприйняття набувала певних допустимих значень.
- 3) дослідити динаміку наближення швидкості сприйняття до певного опимального значення.

Для вирішення цих проблем запропоновано дві схеми. Перша ґрунтується на аналізі певної імітаційної математичної моделі і передбачає знаходження законів розподілу досліджуваних величин. Друга вимагає опрацювання відповідних статистичних даних, які можна отримати під час поставлених експериментів.

## **6. Висновок**

У даній статті запропонований підхід до оцінки та прогнозування швидкості сприйняття та засвоєння знань студентами в СДО, який дозволяє, використовуючи інтелектуальні технології, адаптувати процес навчання і провести його оптимальним шляхом для кожного конкретного студента. Математична модель, що враховує швидкість сприйняття нової інформації, порядок тестування, рівень засвоєння навчального матеріалу, залежність швидкості засвоєння від швидкості сприйняття, може бути використана для побудови системи, яка зможе враховувати персональні здібності студента, його попередні знання, вміння, особливості у сприйнятті та засвоєнні нової інформації.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Теслер Г.С. Новая кибернетика. – Киев: Логос, 2004. – 404 с.
2. Федорук П.І. Використання інтелектуальних агентів для інтенсифікації процесу навчання // Штучний інтелект. – Донецьк: 2004. – № 3. – С. 379–384.
3. Горбань І.І. Теорія ймовірності і математична статистика для наукових працівників та інженерів. – К.: Національна академія наук України. Інститут проблем математичних машин і систем, 2003. – 244 с.
4. Galeev I., Tararina L. and Kolosov O. Adaptation on the basis of the skills overlay model in Kinshuk, Chee-Kit Looi, Erkki Sutinen, Demetrios Sampson, Iganacio Aedo, Lorna Uden and Esko Kahkenen (ed) // Proc. of 4th IEEE International Conf. on Advanced Learning Technologies (ICALT'2004). – Joensuu, Finland. – 2004. – August 30–September 1. – P. 648–650.
5. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы инженерии знаний в задачах искусственного интеллекта // Штучний інтелект. – Донецьк: 2002. – № 3. – С.161–171.