

Р.И. ДЕМЧЕНКО, П.В. ДИКИЙ, П.С. КОЛОМИЕЦ

## ОЦЕНКА ДИФРАКЦИИ И ДИССИПАЦИИ ВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ В МОДЕЛИ SWAN ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТРАНСФОРМАЦИИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ ДНА И ГЕНЕРАЦИИ ВДОЛЬБЕРЕГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

---

**Анотація.** Спектральні моделі SWAN і ExEBED, які адаптовані до хвильових процесів у прибережній зоні, для опису процесу дифракції містять різні підходи, що базуються на апроксимації рівняння пологих схилів (РПС) у термінах хвильової енергії, а також різні тлумачення щодо обриву хвиль зі зміною глибини. Порівняння числових результатів моделі SWAN і ExEBED проведено за лабораторними даними для процесу трансформації хвиль на неоднорідностях дна і у зоні обриву хвиль на прибережному схилі.

**Ключові слова:** дифракція, уздовжберегова течія, модель SWAN, модель ExEBED.

**Аннотация.** Спектральные модели SWAN и ExEBED, применяемые к волновым процессам в прибрежной области, для описания дифракции включают разные подходы, основанные на аппроксимации уравнения пологих склонов (УПС) в терминах волновой энергии, а также разные трактовки в зоне обрушения волн, вызванного изменением глубины. Сравнение численных результатов модели SWAN и ExEBED проведено на лабораторных данных для процесса трансформации волн на донных неоднородностях и в зоне обрушения волн на береговом уклоне.

**Ключевые слова:** дифракция, вдольбереговое течение, модель SWAN, модель ExEBED.

**Abstract.** Spectral models SWAN and ExEBED being applied for the wave processes at the coastal zone include both different description methods of the diffraction, which are based on the mild slope equation (MSE) approximation in wave energy terms, and different treatments of surfer zone process. The comparison of SWAN and ExEBED models calculated results was realized with laboratory data for the wave transformation both on the bottom heterogeneity and at the surfer zone on the beach slope.

**Keywords:** diffraction, alongshore current, SWAN model, ExEBED model.

### 1. Введение

Спектральные модели (осредненные по фазе), такие как WAM, WAVEWATCH-III, SWAN, TOMAWAC, рассматривают состояние волнового поля в любой точке  $(x, y)$  как суперпозицию бесконечного числа синусоидальных волн, распространяющихся независимо друг от друга (Pierson, et al., 1955 в [1]), представляющую собой плотность спектра волновой энергии. Осредненные по фазе модели основаны на законе сохранения волнового действия или балансе волновой энергии (при отсутствии течений) и являются развитием моделей, основанных на методе геометрической оптики лучей, описывающих изменение амплитуды и процесс рефракции волн, а также генерацию волн ветром, диссипацию волновой энергии и нелинейное резонансное взаимодействие. Такие модели в основном применяются для задач на значительных пространственных масштабах и первоначально не рассматривали процесс дифракции. Для адаптации спектральной модели SWAN в прибрежных водах в работе [2] был добавлен эффект дифракции в характерные скорости распространения волнового движения через волновое число как функция, содержащая вторую производную по пространственным координатам от амплитуды волны. В [1] Холзуйдженом Л. было предположено, что добавление дифракции в уравнение баланса энергии связано с формулировкой параболической аппроксимации УПС в терминах волновой энергии.

Попытка включить компоненту дифракции в уравнение баланса энергии была принята Ли С. и Лином Р. [3] с помощью представления спектральной модели в терминах комплексной плотности спектра волновой высоты. Волновая дифракция, полученная в [3] с помощью УПС и добавленная в уравнение баланса в виде источника диффузии волновой

энергии, показала приемлемое сравнение численных результатов и экспериментальных данных по исследованию волновой рефракции и дифракции (Yu et al., 2000 в [3]). Дифракционная составляющая, выраженная через волновую энергию с помощью аппроксимации параболического приближения УПС, была добавлена Мэйсом Х. [4] непосредственно в уравнение баланса энергии. Для полученной спектральной модели ExEBED [4] была проведена калибровка коэффициента дифракции при сравнении с аналитическими результатами теории Зоммерфельда.

В настоящей работе с помощью аппроксимации гиперболического приближения УПС получена дифракционная компонента в терминах волновой энергии, которая может быть добавлена в уравнение сохранения волнового действия аналогично [4].

Сравнение численных результатов моделей SWAN и спектральной модели ExEBED [4] проведено на экспериментах для щели между двумя волноломами [4, 5], подводных неоднородностях в виде эллипса и полусферы [6, 7]. Различие в интерпретации процесса обрушения волн, вызванного изменением глубины (Takayama T. et al., 1991, Thornton & Guza, 1983 в [4] и Battjes & Janssen, 1978 в [1]), показано при сравнении с лабораторными данными по распределению профиля вдольберегового течения (эксперимент Hamilton & Ebersole, 2001 в [8]).

## 2.1. Эффект дифракции в модели SWAN

Закон сохранения волнового действия в декартовых координатах имеет вид (Hasselmann et al., 1985) в [1]):

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial c_g^{(x)} N}{\partial x} + \frac{\partial c_g^{(y)} N}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta N}{\partial \theta} + \frac{\partial c_\sigma N}{\partial \sigma} = \frac{S(\sigma, \theta; x, y, t)}{\sigma}. \quad (1)$$

Здесь  $N(\sigma, \theta; x, y, t) = E(\sigma, \theta; x, y, t) / \sigma$  – плотность волнового действия, где  $E, \sigma$  – соответственно плотность энергии и относительная круговая частота;  $c_g^{(x)}, c_g^{(y)}$  – компоненты групповой скорости волн соответственно в направлениях координат  $x, y$ ;  $c_\sigma, c_\theta$  – скорости распространения в пространстве  $(\sigma, \theta)$ . Уравнение (1) при условии отсутствия течений приводится к уравнению баланса энергии.

Двумерный спектр плотности волнового действия  $N(f, \theta)$  может быть задан в форме [9]:

$$N(f, \theta) = S(f)D(f, \theta), \quad (2)$$

где  $S(f)$  – спектр частот,  $D(f, \theta)$  – спектр распространения волн.

В случае однонаправленного распространения спектра  $D = D(\theta)$ .

Эффект дифракции в версиях 40,51, 40,72, 40,81 модели SWAN учитывается с помощью поправочного параметра  $\delta_E$ , который добавляется в скорости распространения следующим образом [2]:

$$\vec{C}_g = \vec{c}_g(1 + \delta_E)^{1/2} + \vec{U}, \quad (3)$$

$$C_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial h} \left[ \frac{\partial h}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla h \right] - c_g \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial s} (1 + \delta_E)^{1/2}, \quad (4)$$

$$C_\theta = - \left[ c_g (1 + \delta_E)^{1/2} \left( \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial m} + \frac{1}{2(1 + \delta_E)} \frac{\partial \delta_E}{\partial m} \right) + \frac{\vec{k}}{\kappa} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial m} \right], \quad (5)$$

$$\omega = \sigma + \vec{k} \cdot \vec{U}. \quad (6)$$

Здесь  $h$  – глубина,  $(s, m)$  – локальные координаты (соответственно тангенциальная  $s$  и нормальная  $m$  к характеристической кривой с направлением волнового распространения  $\theta$ ),  $\omega$  – абсолютная круговая частота,  $\bar{U}$  – скорость течения.

Дифракционный параметр  $\delta_E$ , полученный на основе пространственных осреднений волнового поля, имеет вид [2]:

$$\delta_E = \frac{\nabla \cdot (cc_g \nabla \sqrt{E})}{k^2 cc_g \sqrt{E}}, \quad (7)$$

где  $c$  – фазовая скорость.

Если  $\delta_E = 0$ , скорости  $C_g^{(x)}$ ,  $C_g^{(y)}$ ,  $C_\sigma$ ,  $C_\theta$  совпадают соответственно со скоростями  $c_g^{(x)}$ ,  $c_g^{(y)}$ ,  $c_\sigma$ ,  $c_\theta$ , а волновой параметр  $k$  совпадает с волновым числом  $k$ .

Модель SWAN может применяться как в декартовых или криволинейных координатах, так и в сферических, в зависимости от масштаба рассматриваемой области. Вычислительная схема SORDUP второго порядка и схема третьего порядка Stelling & Leendertse [10, 11] применяются соответственно для стационарных и нестационарных задач.

Как отмечено в [12], для монохроматических волн отсутствие дифракции в модели SWAN приводит к нереальным значениям высоты волн в теневой зоне острова. В случае распространения спектра значительная часть энергии поступает в теневую зону и эффект отсутствия дифракции волн заметно сказывается только в зоне радиуса порядка одной-двух длин волн возле острова.

Энетом Ф. и др. [13] в результате численных экспериментов по моделированию трансформации волнового поля в окрестности волнолома, расположенного параллельно берегу, и сравнения с аналитическим решением (Wiegel R., 1962 в [13]), был сделан следующий вывод: в случае узкого спектра (ширина параметра распространения меньше  $15^\circ$ ) модель SWAN следует использовать с параметром дифракции  $\delta_E$ ; в случае широкого спектра рекомендуется выключать опцию дифракции.

Кроме того, в [14] результаты проведения численных экспериментов по исследованию трансформации волнового поля и сравнения их с данными физического моделирования в условиях порта выявили сложности сходимости вычислительного процесса при включении опции дифракции.

## 2.2. Спектральная модель ExEBED

Спектральная модель ExEBED [4], записанная для стационарных условий трансформации волн и при отсутствии течений ( $\omega = \sigma$ ), имеет вид

$$\frac{\partial c_g^{(x)} N}{\partial x} + \frac{\partial c_g^{(y)} N}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta N}{\partial \theta} = \frac{K_{diff}}{2\sigma} \left[ (cc_g \cos^2 \theta N_y)_y - \frac{1}{2} cc_g \cos^2 \theta N_{yy} \right] - \varepsilon_b N, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_b$  – параметризация диссипации волновой энергии, вызванной обрушением,  $K_{diff}$  – коэффициент дифракции, определяемый при сравнении с измеренными данными, причем  $0 \leq K_{diff} \leq 4$  [15].

Дифракционная компонента уравнения (8) получена на основе дифракционной составляющей параболического приближения УПС [16], представленного в виде [4]

$$(c_g |A|^2)_x - \frac{i}{2\sigma} \left[ (cc_g |A|^2)_y - 2cc_g A_y A_y^* \right] = -\varepsilon_b |A|^2, \quad (9)$$

и при предположении  $E \propto |A|^2$ ,  $A_x A_x^* \square E_{yy} / 4$  [4], где  $A, A^*$  – соответственно амплитуда волны и ее комплексно сопряженное значение.

Спектральная модель CMS-Wave [15]

$$\frac{\partial c_g^{(x)} N}{\partial x} + \frac{\partial c_g^{(y)} N}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta N}{\partial \theta} = \frac{K_{diff}}{2\sigma} \left[ (cc_g \cos^2 \theta N_y)_y - \frac{1}{2} cc_g \cos^2 \theta N_{yy} \right] - \varepsilon_b N - \sum_n Q_n \quad (10)$$

является развитием модели ExEBED [4]. Здесь  $\sum_n Q_n$  – дополнительные источники воздействия на распространение волн (донное трение, ветровая генерация волн и нелинейное резонансное взаимодействие).

Численная реализация модели ExEBED основана на схеме QUICK [17], которая верифицирована на лабораторных экспериментах Chawla et al., 1998 в [4], Vincent & Briggs, 1989 в [8]. Впоследствии модель показала согласованные результаты тестирования с данными физического моделирования дамб, навигационных каналов, берегов с постоянными уклонами в экспериментах Smith et al., 1998 в [15].

### 2.2.1. Дифракционное слагаемое на основе гиперболического приближения УПС

Нестационарная форма уравнения УПС в терминах возвышения свободной поверхности  $\eta$  при условии  $\vec{U} = 0$  имеет вид [18, 19]:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} (cc_g \frac{\partial \eta}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y} (cc_g \frac{\partial \eta}{\partial y}) + (\omega^2 - k^2 cc_g) \eta = 0. \quad (11)$$

Следуя [3, 4], будем предполагать, что

$$\eta = A(x, y, \omega, t) \exp(iS(x, y, \omega, t)), \quad (12)$$

где  $A$  – комплексная функция волновой амплитуды,  $S$  – фазовая функция изменения волнового движения. Кроме того, будем предполагать, что  $k = |\nabla S|$ ,  $\partial S / \partial x = k \cos \theta$ ,  $\partial S / \partial y = k \sin \theta$  и  $A_{tt} \square A_{xx}, A_{yy}$ . Подставляя выражение (12) в уравнение (11), имеем

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \left( c_g^{(x)} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{A}{2} \frac{\partial c_g^{(x)}}{\partial x} \right) + \left( c_g^{(y)} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{A}{2} \frac{\partial c_g^{(y)}}{\partial y} \right) = i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c_g}{2k} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c_g}{2k} \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right]. \quad (13)$$

Здесь  $c_g^{(x)} = c_g \cos \theta$ ,  $c_g^{(y)} = c_g \sin \theta$ .

Аналогично [4] будем предполагать, что

$$\eta^2 = AA^* \propto E, \quad A_x A_x^* \cong \frac{1}{4} E_{xx}, \quad A_y A_y^* \cong \frac{1}{4} E_{yy}.$$

Умножая уравнение (13) на  $A^*$  и складывая его с комплексно сопряженным уравнением, умноженным на  $A$ , мы получим для одной гармоники с частотой  $\omega = \sigma$ :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (c_g^{(x)} E) + \frac{\partial}{\partial y} (c_g^{(y)} E) = i \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{cc_g}{\omega} E_x \right)_x + \frac{1}{2} \left( \frac{cc_g}{\omega} E_y \right)_y - \frac{1}{4} \frac{cc_g}{\omega} E_{xx} - \frac{1}{4} \frac{cc_g}{\omega} E_{yy} \right]. \quad (14)$$

В отсутствие течений уравнение сохранения плотности волнового действия (1) сводится к уравнению баланса энергии [1]:

$$\frac{\partial E(\omega, \theta; x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial c_g^{(x)} E(\omega, \theta; x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial c_g^{(y)} E(\omega, \theta; x, y, t)}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta E(\omega, \theta; x, y, t)}{\partial \theta} = \sum_n S_n, \quad (15)$$

где  $S_n$  – источники генерации волн ветром, диссипации волновой энергии и нелинейного взаимодействия между гармониками различных частот.

Сравнивая уравнения (14) и (15) для одной гармоники, можно видеть, что адвективные слагаемые уравнения (15) совпадают с такими же слагаемыми уравнения (14), полученного из УПС, однако уравнение (14) содержит дополнительную диффузионную компоненту, представляющую дифракционные эффекты, а уравнение (15) в своей левой части содержит рефракцию волновой энергии по направлению распространения  $\theta$ . Следуя [4], будем предполагать, что волновая спектральная модель (15) может быть модифицирована добавлением дифракционной компоненты в виде диффузионного источника следующим образом:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial c_g^{(x)} N}{\partial x} + \frac{\partial c_g^{(y)} N}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta N}{\partial \theta} = \frac{K_{diff}}{2\sigma} \left[ (cc_g N_x)_x + (cc_g N_y)_y - \frac{1}{2} cc_g (N_{xx} + N_{yy}) \right] + \sum_n \frac{1}{\sigma} S_n. \quad (16)$$

Здесь  $\omega = \sigma$  ( $\vec{U} = 0$ ),  $N = E / \sigma$ .

Следует отметить, что в спектральной модели ExEBED [4] (уравнение (8)) дифракционная составляющая не содержит изменение по направлению распространения каждой гармоники, а только вдоль ее фронта (параболическое приближение УПС) в отличие от полученного уравнения (16). Кроме того, дифракционные слагаемые уравнений (8) и (16) отличаются множителем  $\cos^2 \theta$ . Коэффициент  $K_{diff}$  уравнения (16) впоследствии должен быть оптимизирован на экспериментальных данных аналогично [4, 15].

### 3. Трансформация волн на щели между волноломами

С помощью численных экспериментов рассмотрим изменение волнового поля для двух случаев (узкого и широкого спектров) в прибрежной области постоянной глубины, содержащей два параллельных берега и равноудаленных от него волнолома, расстояние между которыми составляет несколько длин волн.

В первом случае покажем сравнение численных результатов модели SWAN и аналитического решения, полученного согласно теории Зоммерфельда и используемого для валидации модели (8) в работе [4].

Во втором случае проведем сравнение с численным решением Isaacson & Qu, 1990 для уравнения Гельмгольца, которое совпадает с УПС при постоянной глубине и приведено в [20] для валидации модели Буссинеска. Кроме того, для широкого спектра проведем сравнение численных результатов модели SWAN с лабораторными данными Yu, et al., 2000 в [5].

#### 3.1. Сравнение с аналитическим решением

Согласно численному эксперименту, представленному в [4], глубина воды  $h = const = 12 м$ , высота  $H_s$  и период  $T_p$  падающей волны соответственно равны 1м и 10с. Расстояние между волноломами  $B/L = 2$ , где  $L = 100 м$  – длина волны.

JONSWAP спектр частот запишем в виде [7]:

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[ -1,25 \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma^{\exp[-(f-f_p)^2/(2\sigma^2 f_p^2)]}, \quad (17)$$

где  $\begin{cases} \sigma = 0,07 \text{ for } f \leq f_p \\ \sigma = 0,09 \text{ for } f > f_p \end{cases}$ ,  $\gamma$  – параметр формы спектра,  $f_p = 1/T_p$  – пиковая частота,  $\alpha$  – линейная константа для получения требуемой вариации плотности энергии.

В настоящей работе использовалась модифицированная форма JONSWAP спектра [5, 21]:

$$S(f) = \delta H_s^2 f_p^5 f^{-5} \exp \left[ -1,25 \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma^{\exp[-(f-f_p)^2/(2\sigma^2 f_p^2)]}, \quad (18)$$

где  $H_s$  – значимая высота волн,  $\delta$  – коэффициент, зависящий от параметра  $\gamma$ :

$$\delta = \frac{0,0624}{0,230 + 0,0336\gamma - \frac{0,185}{1,9 + \gamma}}.$$

Спектр разнонаправленного распространения волн имеет форму типа Митсуясу (Goda, 1987 в [22]):

$$G(\theta, f) = G_0 \cos^{2s} [(\theta - \theta_m) / 2], \quad (19)$$

где  $G_0 = \left[ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \cos^{2s} [(\theta - \theta_m) / 2] d\theta \right]^{-1}$ ,  $s = \begin{cases} S_{\max} (f / f_p)^5 & f \leq f_p \\ S_{\max} (f / f_p)^{-2,5} & f > f_p \end{cases}$ .

В численном эксперименте были приняты параметры [4]:  $\gamma = 3,3$ , средний угол  $\theta_m = 0$  (направление распространения волны совпадает с осью  $OX$ ), параметр углового распространения  $S_{\max} = 25$  (узкий спектр).

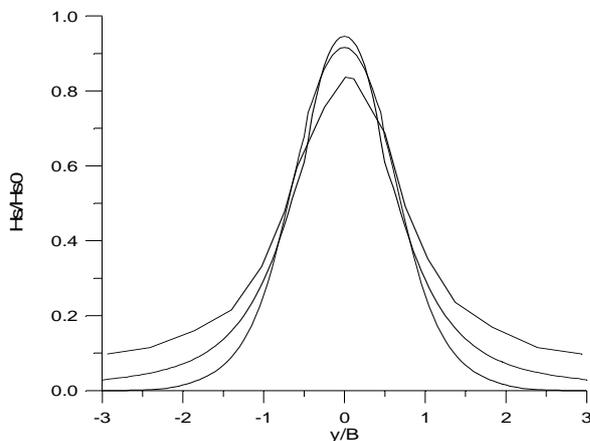


Рис. 1. Распределение относительных высот в сечении  $x/B=1$ .

SWAN: (—) –  $\delta_E = 0$ , (...) –  $\delta_E \neq 0$ , (-.-) – аналитическое решение Зоммерфельда [4]

На рис. 1 показано сравнение численных результатов модели SWAN (сплошная и пунктирная кривые) с аналитическим решением теории Зоммерфельда (кривая -.-), приведенным в [4] для сечения  $x/B = 1$ .

Как видно из рис. 1, учет параметра дифракции  $\delta_E$  в модели SWAN приближает результаты вычисления в этом случае к аналитическому решению в теневой области волноломов.

### 3.2. Сравнение с численным решением для уравнения Гельмгольца

В работе [20] проведено сравнение результатов численного моделирования трансформации нерегулярных волн на щели между волноломами с помощью уравнения Буссинеска и численного решения Isaacson & Qu, 1990 уравнения Гельмгольца. Глубина области  $h = const = 10\text{ м}$ ,  $H_s = 1\text{ м}$ ,  $T_p = 7\text{ с}$ , расстояние между волноломами  $B/L = 2$ . Частотный спектр задавался в виде JONSWAP спектра (17) с параметром  $\gamma = 3,3$ . Спектр разнонаправленного распространения имеет форму Митсуясу (19) с параметром углового распро-

странения  $\sigma_\theta = 20^\circ$  ( $S_{\max} \approx 19$ ). Параметр  $S_{\max}$  пересчитывался согласно Kuik et al., 1988 в [23] по формуле

$$\sigma_m = \left( \frac{2}{s(f)+1} \right)^{1/2}, \quad (20)$$

где  $\sigma_m = \sigma_\theta \frac{\pi}{180}$ .

Направление распространения спектра совпадает с осью  $OX$  ( $\theta_m = 0$ ).

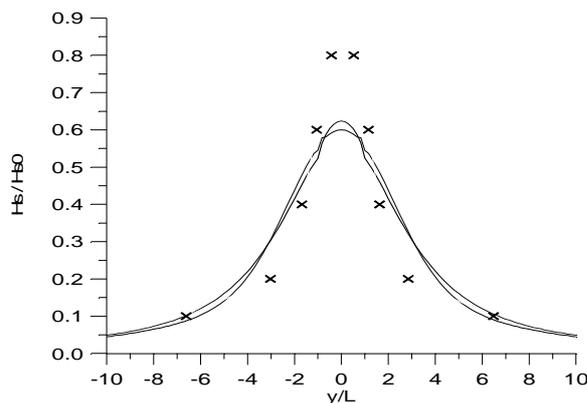


Рис. 2. Сравнение относительных высот в сечении  $x/L=2$ .

SWAN: (—) —  $\delta_E=0$ , (---) —  $\delta_E \neq 0$ ; (x) — уравнение Гельмгольца

Как видно из рис. 2, в сечении  $x/L=2$  (за волноломами) уменьшение параметра распространения  $S_{\max}$  (и, соответственно, увеличение ширины спектра по сравнению с предыдущим случаем) приводит к значительному отклонению распределения относительных высот в центральной части расчетной области от численного решения (x) уравнения Гельмгольца, приведенного в [20]. При этом учет дифракционного параметра  $\delta_E$  в модели SWAN (кривая (...)) оказывает незначительное влияние на изменение результатов распространения волнового спектра без дифракции (сплошная кривая).

Расчет модели SWAN проводился на равномерной сетке с шагом  $dx, dy = 10\text{ м}$ . При уменьшении шага до 3м (равного шагу сетки в [20]) и включении опции дифракции процесс вычисления переставал быть сходящимся.

### 3.3. Сравнение с лабораторным экспериментом Yu, et al., 2000 в [5]

В работе [5] представлена численная реализация с помощью метода конечных элементов полуспектральной модели, основанной на эллиптическом приближении УПС. Верификация численного метода с улучшенной трактовкой граничных волновых условий проведена на прямоугольной области с волноломами, представленной на рис. 3 с параметрами лабораторного эксперимента Yu, et al., 2000 в [5].

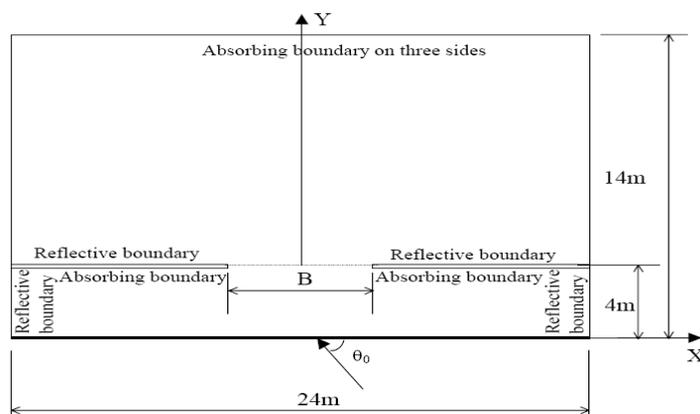


Рис. 3. Схема эксперимента Yu, et al., 2000 в [5]

Согласно [5], глубина области  $h = \text{const} = 0,4\text{ м}$ ,  $B = 3,92\text{ м}$ . При различных углах подхода  $\theta_0$  значимые высота и период падающей волны равны соответственно  $H_s = 0,05\text{ м}$ ,  $T_p = 1,2\text{ с}$ . JONSWAP

спектр с параметром  $\gamma = 4$  и разнонаправленный спектр типа Митсуясу используются соответственно в виде (18) и (19) с параметром  $S_{\max} = 19$  (широкий спектр). На рис. 4 показано сравнение данных, рассчитанных по спектральной модели SWAN ( $\delta_E = 0$ ) (сплошная

кривая), с данными эксперимента Yu, et al., 2000 в [5] (●) для среднего направления волны (отсчитываемого против часовой стрелки от оси  $OX$ )  $\theta_m = 135^0$ , или  $\theta_0 = 45^0$  (рис. 3).

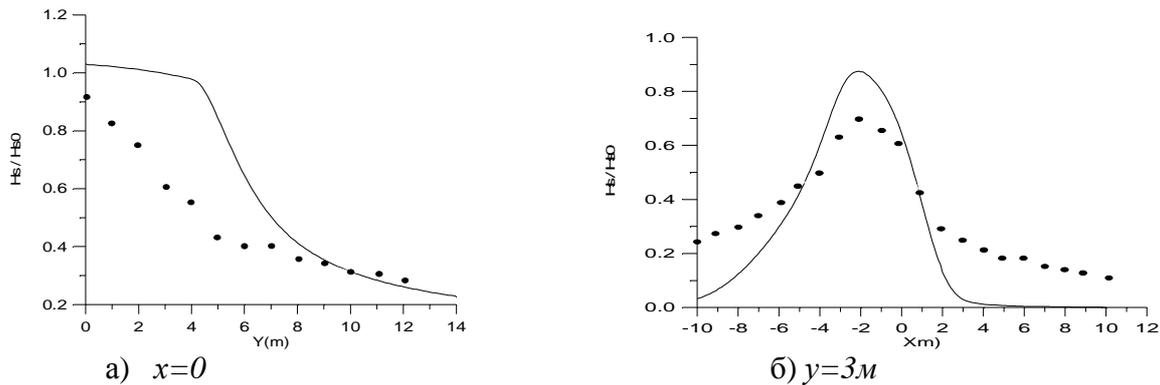


Рис. 4. Распределение относительных высот: а) вдоль оси  $OY$ , б) – профиль поперечного сечения для  $y=3m$  (—) – SWAN, (●) – Yu, et al., 2000 в [5]

Следует отметить, что верификация численного метода, рассмотренного для полуспектральной модели эллиптического приближения УПС в работе [5], показала хорошее совпадение с лабораторными данными Yu, et al., 2000 в случае трансформации волн с широким спектром распространения.

#### 4. Трансформация волн на донной неоднородности

##### 4.1. Верификация модели SWAN на данных эксперимента Vincent & Briggs. 1989 [6]

Лабораторные эксперименты по трансформации нерегулярных разнонаправленных волн над неоднородностью дна в виде эллипсоида были выполнены Винсентом и Бригсом [6] (рис. 5а).

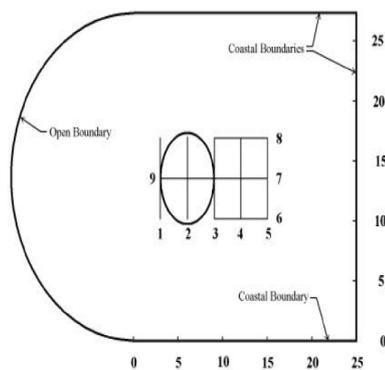


Рис. 5а. Схема области эксперимента [6]

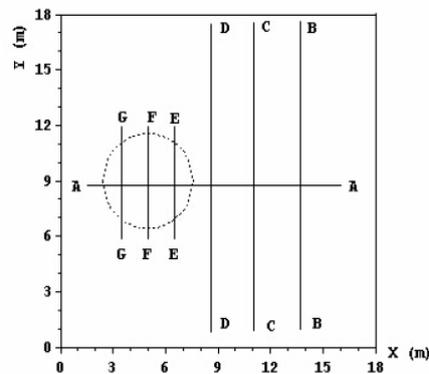


Рис. 5б. Схема области эксперимента [7]

Максимальная глубина  $h_{\max} = 0,4572m$ . Направим ось  $OX$  параллельно большой оси эллипса, а ось  $OY$  – параллельно малой оси. Тогда глубина воды над донной неоднородностью запишется:

$$h(x, y) = 0,9144 - 0,7620 \left\{ 1 - \left( \frac{x - x_c}{4,95} \right)^2 - \left( \frac{y - y_c}{3,81} \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (21)$$

Здесь  $x_c = 13,72m$ ,  $y_c = 6,1m$ , при этом  $h_{\min} = 0,1524m$ . Пусть волна распространяется вдоль оси  $OY$ . Два характерных теста эксперимента [6] были выбраны для моделирования с помощью модели SWAN: тест N1 (узкий спектр,  $\sigma_\theta = 10^0$ ) и тест B1 (широкий спектр,  $\sigma_\theta = 30^0$ ), отличающиеся параметром ширины спектра  $\sigma_\theta$  и имеющими одинаково-

вые значимую высоту  $H_{1/3} = 0,0775 м$  и период  $T_p = 1,3 с$ , а также параметр формы  $\gamma = 2$  для JONSWAP спектра (18). В качестве спектра распространения был использован как спектр типа Митсуясу (19), так и спектр в виде конечного ряда Фурье (Mardia, 1972 в [20]), (Borgman, 1984 в [7]), имеющий вид

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^J \exp\left[-\frac{(j\sigma_m)^2}{2}\right] \cos j(\theta - \theta_m). \quad (22)$$

При этом в расчетах  $\theta_m = 90^0$  (угол, отсчитываемый от оси OX против часовой стрелки),  $J=50$ .

Кроме того, при численном моделировании с помощью модели SWAN для двумерного спектра плотности волнового действия  $N(f, \theta)$  был использован также спектр типа Бретшнейдера-Митсуясу [24]:

$$N(f, \theta) = S(f)G(\theta, f), \quad (23)$$

где  $G(\theta, f)$  – спектр распространения типа Митсуясу (19), а спектр частот Бретшнейдера имеет вид

$$S(f) = 0,257 \frac{H_{1/3}^2}{T_{1/3}^4} f^{-5} \exp\left[-1,03(T_{1/3}f)^{-4}\right]. \quad (24)$$

Здесь  $T_{1/3} \approx 0,95T_p$  для ветровых волн,  $T_{1/3} \approx T_p$  для swellов.

При вычислениях с помощью модели SWAN в случае N1 для спектра распространения типа Митсуясу в соответствии с [24] был принят параметр ширины  $S_{\max} = 25$  для узких спектров, распространяющихся на относительно небольшие расстояния, и  $S_{\max} = 10$  в случае B1. В работе [8] для сравнения численных результатов спектральной волновой модели, основанной на модели [4], с лабораторными данными [6] в случаях N1, B1 был выбран JONSWAP спектр, имеющий форму (17) с параметрами  $\alpha = 0,0144$ ,  $\gamma = 2$ , а для спектра распространения типа Митсуясу были приняты параметры ширины соответственно  $S_{\max} = 75$ ,  $S_{\max} = 10$ .

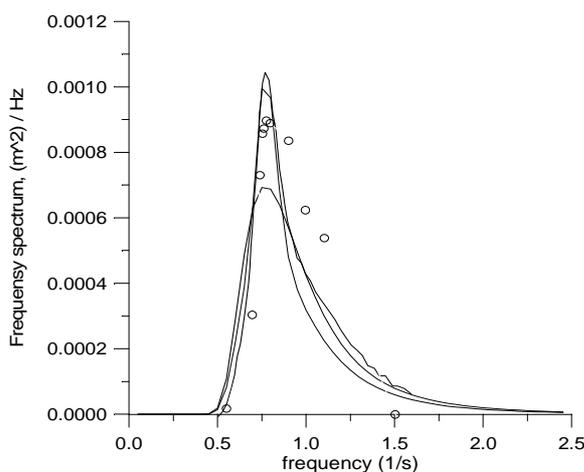


Рис. 6.  $S(f)$ :  $H_{1/3} = 0,0775 м$ ,  $T_p = 1,3 с$ ;  
(-.-) – (17), (—) – (18) и (.....) – (24)

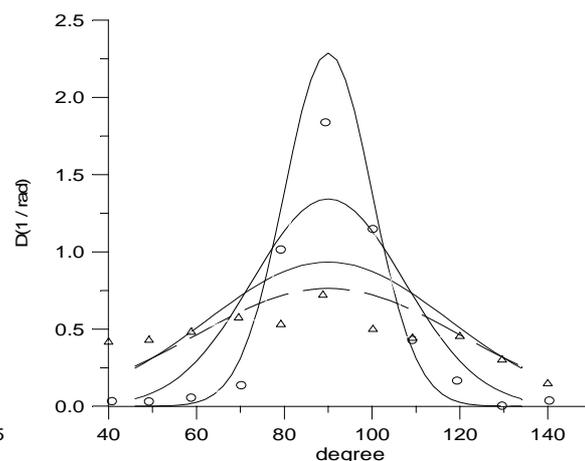


Рис. 7.  $D(\theta)$ : (—) –  $\sigma_\theta = 10^0$ , (- -) –  $\sigma_\theta = 30^0$ ;  
 $D(f, \theta)$ : (-.-) –  $S_{\max} = 25$ , (.....) –  $S_{\max} = 10$

На рис. 6 показано распределение JONSWAP спектра кривой (—) для  $\gamma = 2$  и кривой (---) для  $\gamma = 2$ ,  $\alpha = 0,0144$ , согласно формулировкам (17) и (18). Кривая (---) соответствует спектру частот Бретшнейдера (24), кружками обозначены измеренные данные, приведенные в [8].

На рис. 7 показано сравнение задаваемого согласно (22) спектра распространения типа Боргмана  $D(\theta)$  с измеренными данными [8]. При этом кривая (—) соответствует параметру ширины  $\sigma_\theta = 10^0$  (случай N1), кривая (- -) –  $\sigma_\theta = 30^0$  (случай B1). Кружки (N1) и треугольники (B1) соответствуют измеренным данным, приведенным в [8]. Кривыми (---), (---) показано распределение задаваемого согласно (19) спектра распространения типа Митсуясу  $D(f, \theta)$  для  $f = f_p$  с соответствующими значениям параметра  $S_{\max} = 25$ ,  $S_{\max} = 10$ . При этом кривая (...) для  $S_{\max} = 75$  практически совпадает с кривой Боргмана (—).

Сравнение численных результатов спектральной модели SWAN, полученных в настоящей работе, и численных расчетов с помощью модели ExEBED, полученных в [8] ( $K_{diff} = 1,5$ ), для распределения относительных высот в 3-ем сечении (рис. 5а) показано на рис. 8а, б). .....

Здесь кривая (---) представляет численные результаты волновой модели, основанной на модели ExEBED и приведенные в [8], а экспериментальные данные (•) [6] соответствуют данным, приведенным в [20] для этого эксперимента. Расчетные кривые модели SWAN на рис. 8 соответствуют различным формам задания на входной границе области для плотности волнового действия: (—) –  $S(f) \sqcup$  JONSWAP,  $D(\theta) \sqcup$  Боргман; (...) –  $S(f) \sqcup$  Бретшнейдер,  $D(f, \theta) \sqcup$  Митсуясу ( $S_{\max} = 75$ ); (—) –  $S(f) =$  JONSWAP,  $D(f, \theta) \sqcup$  Митсуясу ( $S_{\max} = 25$ ); (---) –  $S(f) \sqcup$  Бретшнейдер,  $D(f, \theta) \sqcup$  Митсуясу ( $S_{\max} = 25$ ).

Отметим, что при учете параметра дифракции  $\delta_E$  в модели SWAN процесс вычисления переставал быть сходящимся.

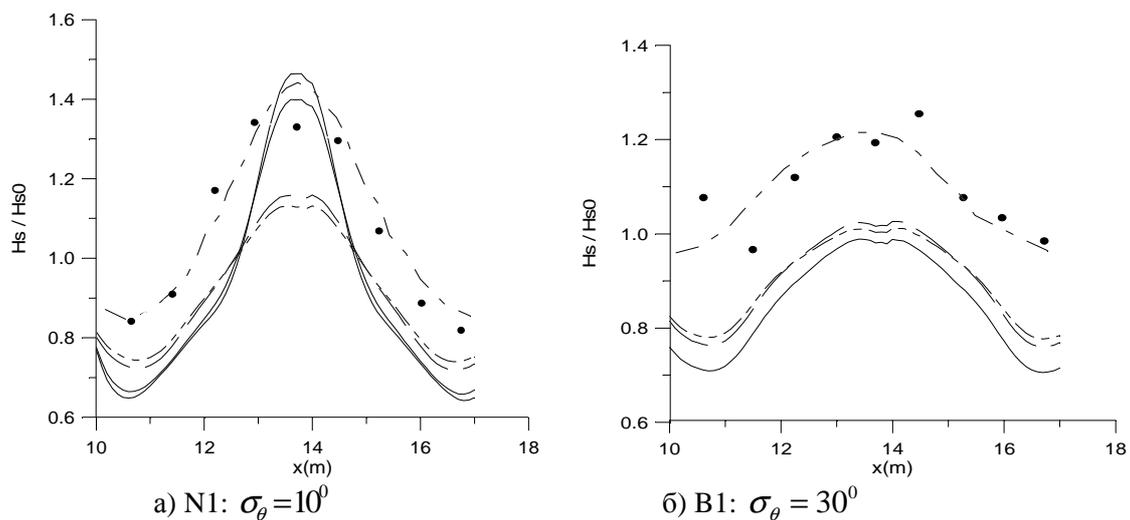


Рис. 8. Сравнение относительных высот между численными результатами моделей SWAN и ExEBED и измеренными данными эксперимента [6]

#### 4.2. Верификация модели SWAN на данных эксперимента Chawla et al., 1998

В работе [25] показано сравнение результатов численного моделирования трансформации нерегулярных волн над неоднородностью дна с помощью полуспектральной модели HWAVE-S с данными лабораторного эксперимента [7] с применением метода [26] для

описания диссипации волновой энергии. Схема расположения сечений, в которых проводились измерения волновых высот, показана на рис. 5б.

Функция глубины расчетной области с круговой неоднородностью с центром в точке  $(x_c, y_c) = (5, 0 м, 8, 98 м)$  имеет вид [7]:

$$h(x, y) = -(h_0 + 8,73) + \sqrt{82,81 - (x - x_c)^2 - (y - y_c)^2}, \quad (25)$$

причем  $h_{\max} = h_0 = 0,4 м$  на входной границе,  $h_{\min} = 0,03 м$  – глубина над центром неоднородности дна. Следует отметить, что фактором ограничения по глубине для модели SWAN есть  $h_{\min} = 0,05 м$ , поэтому численные результаты не удалось получить с помощью этой модели для области с глубинами (25).

Нерегулярные волны со средним углом подхода  $\theta_m = 0^\circ$  (вдоль оси  $OX$ ) частотного ТМА спектра и спектра распространения типа Боргмана (22) со следующими параметрами [7]: тест 5 (узкий спектр) –  $H_s = 0,0233 м$ ,  $T_p = 0,73 м$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\sigma_\theta = 5^\circ$ ; тест 6 (широкий спектр) –  $H_s = 0,249 м$ ,  $T_p = 0,71 м$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\sigma_\theta = 20^\circ$  рассмотрены с помощью модели HWAVE-S в [25] и модели ExEBED в [4]. На рис. 9 показано сравнение измеренных ( $^\circ$ ) относительных значимых высот волн вдоль центрального сечения, соответствующих данным [7], с результатами численного моделирования с помощью модели HWAVE-S (кривая - - -) и модели ExEBED с разными методами определения диссипации энергии обрушения волн для последней:  $A$  – критерий обрушения Goda, 1991,  $B$  – Thornton & Guza, 1983 в [4]. При этом коэффициент дифракции  $K_{diff} = 2,5$ .

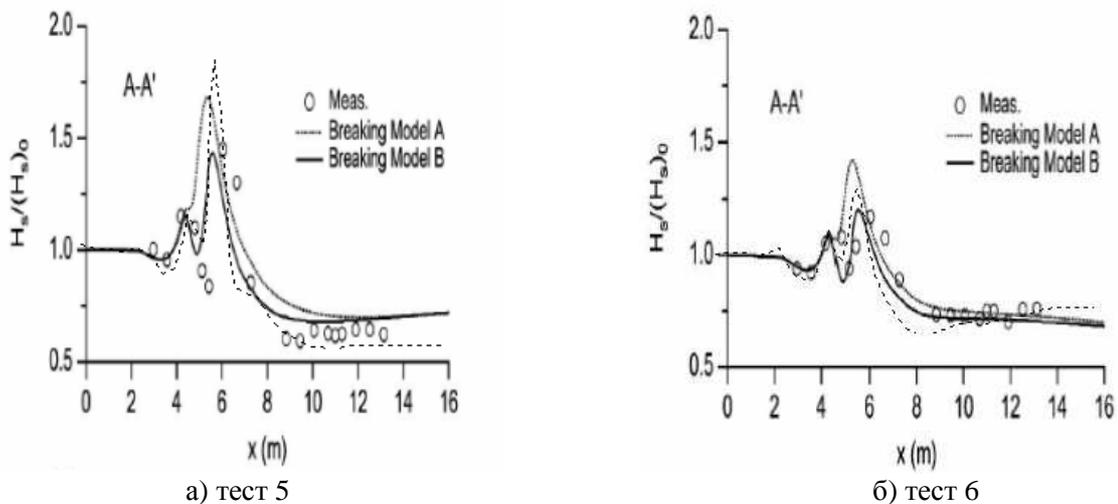


Рис. 9. Сравнение численных и измеренных относительных значимых высот волн: (—), (—) – ExEBED, (- - -) - HWAVE-S, ( $^\circ$ ) – измеренные значения [7]

Сравнение численных результатов модели HWAVE-S и спектральной модели ExEBED показывает приблизительно одинаковую абсолютную погрешность относительно измеренных данных (рис. 9).

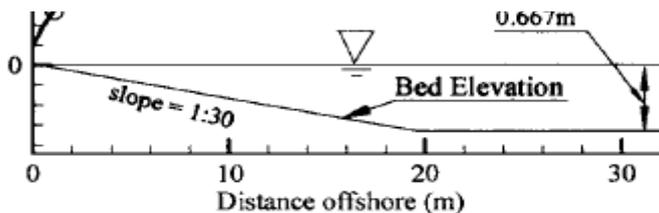


Рис. 10. Схема берегового профиля (Hamilton & Ebersole, 2001) в [8]

## 5. Сравнение осредненных вдольбереговых течений с измеренными данными эксперимента Hamilton & Ebersole, 2001

В настоящей работе модель COASTOX [27] была использована для расчета вдольберего-

вых течений, генерируемых волнами в области, представленной на рис. 10. Радиационные напряжения волнового поля определялись с помощью модели SWAN. Угол подхода волн к берегу составляет  $10^0$  с осью  $OX$ , направленной к берегу.

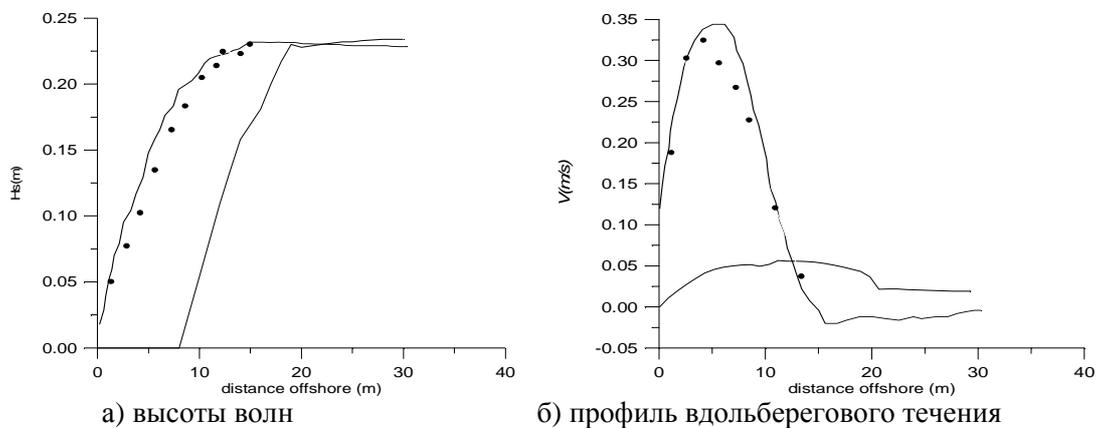


Рис. 11. Сравнение волновых высот и вдольбереговых скоростей. (—) – SWAN, (---) – Ex EBED [8], (•) – экспериментальные данные [8]

Представление спектра частот JONSWAP в виде (18) и спектра распространения типа Боргмана ( $\sigma_\theta = 3^0$ ) было принято для представления плотности волнового действия на входной границе области моделирования трансформации волнового поля на береговом уклоне с помощью модели SWAN (процессом взаимодействия волновых триад пренебрегаем). При этом  $H_s = 0,233 м$ ,  $T_p = 2,5 с$ ,  $\gamma = 3,3$  [8].

На рис. 11а, б показано сравнение результатов численного моделирования значимых волновых высот на береговом уклоне и вдольберегового течения, индуцируемого радиационными волновыми напряжениями, полученными согласно моделям SWAN (—) и ExEBED (---) [8]. Кружками (•) обозначены экспериментальные данные Hamilton & Ebersole, 2001, приведенные в [8].

При этом в численном эксперименте по данным Hamilton & Ebersole, 2001 в [8] параметры дифракции  $\delta_E = 0$  и  $K_{diff} = 0$  соответственно для моделей SWAN и модели ExEbed. На рис. 11а, б видно достаточно хорошее совпадение расчетов, соответствующих модели ExEBED (результаты приведены в [8]), с измеренными данными. Значительное отклонение расчетных данных модели SWAN от измеренных, возможно, связано с использованием в этой модели критерия обрушения волн, основанного на подходе Battjes & Janssen, 1978 в [11] для бора.

## 6. Выводы

В настоящей работе с помощью аппроксимации гиперболического приближения УПС получена дифракционная компонента в терминах волновой энергии, которая может быть добавлена в уравнение сохранения волнового действия аналогично [4].

Сравнение численных результатов моделирования с помощью спектральных моделей SWAN и ExEBED на экспериментальных данных [6] показало преимущество последней при сравнении с измерениями.

В случае эксперимента [7] полуспектральная модель HWAVE-S [25] и спектральная модель ExEBED [8] показали приемлемое согласование с измеренными данными.

Сравнение численных результатов спектральных моделей SWAN и ExEBED на лабораторных данных эксперимента Hamilton & Ebersole, 2001 в [8] показало лучшее соот-

ветствие с измеренными данными вдольберегового течения в случае генерирования их волновыми напряжениями, рассчитанными моделью ExEBED [8].

Различие в численных схемах, методах интерпретации диссипации волновой энергии, связанной с обрушением волн в этих спектральных моделях, а также разные модификации уравнения закона сохранения волнового действия при учете процесса дифракции, приводит к значительному отличию численных результатов модели SWAN и модели ExEBED.

Следует также отметить существенное преимущество спектральных моделей при учете вычислительного процессорного времени по сравнению с полуспектральными моделями и моделями типа Буссинеска.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holthuijsen L. Waves in oceanic and coastal waters / Holthuijsen L. – Cambridge University Press, 2007. – 387 p.
2. Holthuijsen L.H. Phase-decoupled refraction-diffraction for spectral wave model / L.H. Holthuijsen, A. Herman, N. Booij // Coastal Eng. – 2003. – N 49. – P. 291 – 305.
3. Li C. A Directional Spectral Model for Combined Wave Refraction and Diffraction / C. Li, P. Lin // The Fourteenth OMISAR Workshop on Ocean Models. Printed on recycled. – 2004. – P. 4 – 11.
4. Mase H. Wave prediction model based on energy balance equation with diffraction term / H. Mase // Workshop on Wave, Tide Observations and Modelings in the Asian-Pacific Region. – 2004. – P. 143 – 160.
5. Liu S. Self-adaptive FEM Numerical Modeling of Mild Slope Equation / S. Liu, B. Sun // Third Chinese-German Joint Symposium on Coastal and Ocean Engineering National Cheng Kung University. – Tainan, 2006. – November 8–16. – P. 1 – 18.
6. Vincent C. Refraction-diffraction of irregular waves over a mound / C. Vincent, M. Briggs M. // Port and Ocean Engrg. – 1989. – N 115. – P. 269 – 284.
7. Chawla A. Spectral model for wave transformation and breaking over irregular bathymetry / A. Chawla, H. Ozkan-Haller, J. Kirby // Port, Coastal and Ocean Engrg., 1998. – N 124 (4). – P. 189 – 198.
8. Ding Y.S. Wang Development and Validation of a Quasi-Three-Dimensional Coastal Area Morphological Model / Ding Y.S. Wang, Y. Jia // Port, Coastal and ocean engineering, December, 2006. – P. 462 – 476.
9. Waseda T. Evolution of random directional wave and rogue wave occurrence / T. Waseda, T. Kinoshita, H. Tamura // 10th International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting. – Honolulu, Hawaii, U.S.A., 2008. – Nov. 11– 16. – P. 1 – 16.
10. SWAN. Swan User Manual version 40.51. – Delft, University of Technology, 2006. – 111 p.
11. SWAN User Manual. SWAN Cycle III version 40.72. – Delft University of Technology, 2009. – 117 p.
12. Hedderwick C. An Investigation into Nearshore Wave and Sediment Dynamics at Bandy Creek Boat Harbour / Hedderwick C. – Esperance, 2006. – 94 p.
13. Evaluation of diffraction behind a semi-infinite breakwater in the SWAN wave model / F. Enet, A. Nahon1, G. van Vledder [et al.] // Proc. of Ninth International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis – WAVES06. – Emmeloord, The Netherlands, 2006. – P. 1 – 14.
14. Diffraction and reflection of irregular waves in a harbor employing a spectral model / N. Violante-Carvalho, R. Paes-Leme, D. Asseta [et al.] // Annals of the Brazilian Academy of Sciences. – 2009. – N 81(4). – P. 837 – 848.
15. CMS-Wave: A Nearshore Spectral Wave Processes Model for Coastal Inlets. US Army Corps of Engineers / L. Lin, Z. Demirbilek, H. Mase [et al.]. – Vicksburg, 2008. – 120 p.
16. Kirby J. An Approximate Model for Nonlinear Dispersion Monochromatic Wave Propagation Models / J. Kirby, R. Dalrymple // Coastal Engineering. – 1986. – Vol. 9, N 6. – P. 545 – 561.
17. Leonard B. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation / B. Leonard // Computer Methods in Applied Mech. and Eng. – 1979. – N 19. – P. 59 – 98.
18. Copeland G. A practical alternative to the mild-slope wave equation / G. Copeland // Coastal Eng. – 1985. – N 9. – P. 125 – 149.

19. Dingemans M. Water wave propagation over uneven bottoms / M. Dingemans // Part 2. Non-linear wave propagation. – Danvers. USA, 1997. – P. 473 – 963.
20. Nwogu O. BOUSS-2D: A Boussinesq wave model for coastal regions and harbors. Report 1. Theoretical background and user's manual / O. Nwogu, Z. Demirbilek. – Vicksburg, 2001. – 90 p.
21. Kuang C. Sandbanks for coastal protection implications of sea-level rise / C. Kuang, P. Stansby // Part 3: wave modeling. – Tyndal Centre for Climate Change Research, Working, 2006. – 88 p.
22. Numerical reproduction of fully nonlinear multi-directional waves by a viscous 3D numerical wave tank / J. Park, Y. Uno, T. Sato [et al.] // Ocean Engineering. – 2004. –N 31. – P. 1549 – 1565.
23. Portilla J. Buoy data assimilation in nearshore wave modeling / Portilla J. – Civil Engineering Catholic University of Leuven, Belgium, 2009. – 193 p.
24. Analysis of Extreme Wave Climates in Rhode Island Waters South of Block Island / T. Asher, A. Grilli, S. Grilli [et al.]. – 2009. – August 12. – 37 p.
25. Демченко Р. Моделирование трансформации волн в прибрежной зоне шельфа с помощью полуспектральной модели HWAVER-S / Р. Демченко, П. Коломиец, М. Сорокин // Тези доповідей П'ятої наук.-практ. конф. з міжнар. участю “Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС '2010”, (Київ, 21–25 червня 2010 р.). – К., 2010. – С. 28 – 30.
26. Dally W.R. Wave Height Variation across beaches of arbitrary profile / W.R. Dally, R.G. Dean & R.A. Dalrymple // J. Geophys. Research. – 1985. – N 90. – P. 1917 – 11927.
27. Kivva S.L. Numerical modelling of 2-D open flow with moving boundaries: simulation of watershed runoff and long wave runup on a beach / S.L. Kivva, M. Zheleznyak // Computational Technologies (Novosibirsk). – 2001. – Vol. 6, N 2. – P. 343 – 355.

*Стаття надійшла до редакції 06.05.2011*