УДК 330.43

Р.Р. РЗАЕВ, Р.Б. НАМАЗОВ, И.Р. ИМРАНОВ

НЕЧЁТКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

Анотація. *У рамках нечіткої макромоделі національного ринку товарів розглядаються основні теоретичні концепції: функції інвестиції і заощадження. Правильна ідентифікація цих функцій на короткостроковий період має важливе значення для усунення розриву між попитом і пропозицією в масштабі всієї економіки. На прикладі довільних даних пропонується метод ідентифікації функцій інвестицій і заощаджень у нечіткому середовищі.*
Ключові слова: *рівноважна ставка відсотка, функції інвестиції та заощадження, нечітка множина, нечітка регресійна модель.*

Анотация. *В рамках нечёткой макромодели национального рынка товаров рассматриваются основные теоретические концепции: функции инвестиции и сбережения. Правильная идентификация этих функций на краткосрочный период имеет важное значение для устранения разрыва между спросом и предложением в масштабе всей экономики. На примере произвольных данных предлагается метод идентификации функций инвестиций и сбережений в нечёткой среде.*
Ключевые слова: *равновесная ставка процента, функции инвестиции и сбережения, нечёткое множество, нечёткая регрессионная модель.*

Abstract. *Within the framework of fuzzy macro model of a national commodity market the basic theoretical concepts such as investment and savings functions are considered. Their correct identification on the short-term period is important for the rupture elimination between supply and demand on a national scale. On the example of arbitrary data an identification method of investment and savings functions in the fuzzy environment is offered.*
Keywords: *fuzzy modeling, macroeconomic analysis, commodity market, rupture elimination, supply and demand.*

1. Введение

Модель рынка товаров является одной из базовых составляющих в макроэкономическом описании, при котором изучаются экономические процессы так называемого «верхнего» уровня национальной экономики. При этом основными теоретическими концепциями на краткосрочный период остаются классическая (закон Сэя) и кейнсианская макромодели [1–3].

Согласно закону Сэя, предложение товаров создаёт спрос. Это означает, что в масштабе всей экономики должно существовать равновесие между спросом на товары и их предложением, обеспечивающееся равенством национальных доходов Y национальным расходам $E(Y=E)$. Полагая, что национальный доход включает в себя уровень потребления C и объём сбережений S, а национальные расходы определяются объёмами инвестиций I (спрос предпринимателей) и потреблений C (спрос потребителей), условие равновесия между спросом на товары и их предложением в конечном итоге можно сформулировать как $I=S$, т.е. для обеспечения равновесия на рынке товаров требуется выполнение равенства объёма инвестиций объёму сбережений.

В основе данного подхода к условию равновесия на рынке товаров лежат две известные гипотезы. Первая основана на том, что с ростом ставки процента депозитных вкладов население приобретает стимул к ещё большим сбережениям. Это означает, что объём сбережений населения как функция от ставки процента r является возрастающей, т.е. $S=S(r), S'(r)>0$. Вторая гипотеза предполагает монотонное убывание зависимости объёмов инвестиций от ставки процента: $I=I(r), I'(r)<0$. В точке пересечения кривых инвестиций и сбережений достигается равновесие на рынке товаров. Собственно это положение и лежит в основе модели национального рынка товаров, ориентированной на определение равновесной ставки процента.

Во многих экономико-математических приложениях в области моделирования рынка товаров за основу принимается детерминированная среда, подразумевающая наличие среднестатистических «чистых» данных, т.е. данных, представленных в виде обычных чисел. Однако в реальности эти данные должны рассматриваться в общем случае слабоструктурированными или даже неструктурированными, т.е. такими, о которых известна их принадлежность к определённому типу. Например, объём инвестиций может быть задан интервально $I \in [I^{\min}, I^{\max}]$ или в виде нечёткого утверждения типа «I близко к \$6 млрд» [4]. Поэтому для адекватного описания данных целесообразно использовать нечёткие множества, а сам процесс моделирования осуществлять в нечёткой среде, используя при этом необходимый набор инструментов нечёткой математики.

2. Равновесная ставка процента депозита в нечёткой среде

В классическом понимании механизм установления равновесия между инвестициями и сбережениями формализуется как [5]:

$$dr/dt = a(I(r) - S(r)), \tag{1}$$

где $a > 0$ − коэффициент адаптации ставки процента, т.е. некоторая константа, характеризующая реакцию рынка на несоответствие спроса предложению. В силу монотонности функций $I(r)$ и $S(r)$ это дифференциальное уравнение имеет устойчивое, являющееся аттрактором, равновесное решение r_E, которому соответствуют равные значения капиталовложений и сбережений. Очевидно, чтобы решить уравнение (1), по крайней мере, необходимо знать аналитические представления функциям $I(r)$ и $S(r)$. Достоверные знания о них дают возможность определить оптимальную ставку процента и, соответственно, объёмы продаж. Для принятия правильных макроэкономических решений, например, связанных с корректировкой ставки процента, необходимо уметь правильно строить кривую инвестиций и проводить её количественный анализ. Такие решения применяются, когда, в силу существенных изменений в спросе, текущая ставка процента заметно отличается от оптимальной (равновесной).

Рассмотрим нечёткую модель функции капиталовложений, которая, в силу объективных и субъективных причин, зависит от многих факторов, измерение которых в условиях неопределённости рынка на практике, по существу, осуществляется на уровне «мягких вычислений». Поэтому для их адекватного представления воспользуемся нечёткими множествами. Исходя из этих соображений, капиталовложения целесообразно оценивать на основе функции инвестиций, зависящей от многих нечётких данных, среди которых нечёткая ставка процента $\tilde{r}$ является доминирующей. Поэтому для её идентификации ограничимся временными рядами равновесной ставки процента и равновесного объёма инвестиций на рынке. Тогда сразу возникает вопрос: достаточно ли этой информации, чтобы построить функцию инвестиций? Другими словами, можно ли быть уверенным в том, что регрессионная зависимость между равновесной ставкой процента и равновесным объёмом инвестиций адекватно опишет динамику капиталовложений и будет функцией инвестиций. В теоретических задачах регрессионного анализа, опирающихся на условные временные ряды, проблем с интерпретацией результатов не возникает. Однако, когда необходимо использовать реальные рыночные данные, регрессионная модель инвестиций перестаёт быть адекватной для текущей динамики совокупного капиталовложения и не удовлетворяет уравнению (1). Чтобы удостовериться в этом, рассмотрим следующий пример.

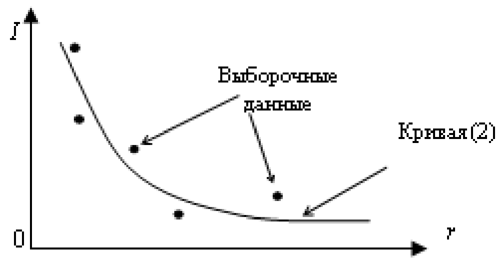

Рис. 1. Регрессия объёма капиталовложений на ставку процента

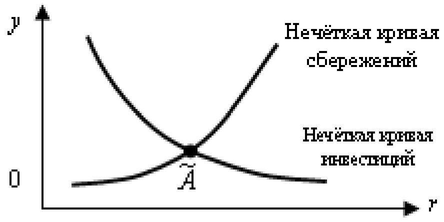

Рис. 2. Нечёткое решение равновесия на рынке товаров

Пусть задана зависимость равновесного объёма капиталовложений I_t от равновесной процентной ставки r_t, которую по заданным выборкам $(I_t,\ r_t)$ представим в виде регрессионного уравнения (рис. 1)

$$I_t = f(r_t) + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \tag{2}$$

где ε_t – отрицательный коэффициент корреляции, значимо отличающийся от нуля. Как показано на рис. 2, данная кривая не противоречит (1) и поэтому её часто ошибочно интерпретируют как функцию инвестиций. Это верно лишь тогда, когда объём инвестиций остаётся неизменным. Здесь изменяются только объёмы сбережений, и точка равновесного процента будет двигаться вдоль кривой (2), что даёт основание считать (2) кривой инвестиций. Это, пожалуй, единственный случай, когда траектория движения равновесной точки совпадает с кривой инвестиций. Поэтому идентификацию спроса в виде (2) можно считать абсолютно правомочной. Однако, как было указано выше, на потребительском рынке в реальном масштабе времени параллельно со сбережениями меняются и капиталовложения и поэтому каждое зафиксированное в момент времени t наблюдение $(I_t,\ r_t)$ будет соответствовать новой кривой инвестиций, описываемой регрессионной зависимостью с новыми параметрами. В этом случае функцию (2) уже нельзя считать функцией инвестиций на долгосрочный период.

Приведённые соображения верны и тогда, когда капиталовложения и сбережения описываются нечёткими моделями, в которых равновесие достигается в нечётком множестве $\tilde{A}$ как пересечение нечётких кривых инвестиций и сбережений (рис. 2). В этом случае рыночное равновесие может задаваться на плоскости в точках $(I_t,\ r_t)$ с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(I_t, r_t)$.

Таким образом, модель (2) описывает только траекторию движения рыночного равновесия во времени и представляет интерес с точки зрения прогнозирования состояний равновесия. Однако в подавляющем случае принять (2) в качестве функции инвестиции не удаётся, даже если в регрессии учесть остальные факторы, влияющие на капиталовложение. Поэтому для правильной идентификации капиталовложения наравне с его динамикой необходимо учитывать и динамику сбережений.

3. Нечёткая модель равновесия на потребительском рынке

Предположим, что в силу приведённых рассуждений объёмы капиталовложений и сбережений, помимо нечёткой ставки процента $\tilde{r}$, зависят ещё от трёх факторов: $\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ и $\tilde{w}$, оказывающих на них существенное влияние и также имеющих нечёткую природу. Тогда зависимости капиталовложений и сбережений в определённый момент времени представим в виде следующих нечётких регрессионных уравнений:

$$\tilde{Q}_I = f(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1, \tag{3}$$

$$\tilde{Q}_S = g(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{w}) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2, \tag{4}$$

где $\tilde{Q}_I$ – нечёткий уровень инвестиций, $\tilde{Q}_S$ – нечёткий уровень сбережений. Чтобы построить нечёткие функции инвестиций и сбережений, воспользуемся нечёткими линейными регрессионными зависимостями:

$$\tilde{Q}_I = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \cdot \tilde{r} + \tilde{a}_2 \cdot \tilde{x} + \tilde{a}_3 \cdot \tilde{y} + \tilde{a}_4 \cdot \tilde{z} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1, \tag{5}$$

$$\tilde{Q}_S = \tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \cdot \tilde{r} + \tilde{b}_2 \cdot \tilde{x} + \tilde{b}_3 \cdot \tilde{y} + \tilde{b}_4 \cdot \tilde{w} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2, \tag{6}$$

где $\tilde{a}_i$ и $\tilde{b}_i$ $(i = \overline{0,4})$ – идентифицируемые нечёткие параметры модели. Полагая в условиях равновесия рынка $\tilde{Q}_I = \tilde{Q}_S$, для равновесной ставки процента имеем

$$\tilde{r} = \tilde{c}_0 + \tilde{c}_1 \cdot \tilde{x} + \tilde{c}_2 \cdot \tilde{y} + \tilde{c}_3 \cdot \tilde{z} + \tilde{c}_4 \cdot \tilde{w} + \tilde{\eta}, \tag{7}$$

где $\tilde{c}_0 = \dfrac{\tilde{b}_0 - \tilde{a}_0}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_1 = \dfrac{\tilde{b}_2 - \tilde{a}_2}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_2 = \dfrac{\tilde{b}_3 - \tilde{a}_3}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_3 = -\dfrac{\tilde{a}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_4 = \dfrac{\tilde{b}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{\eta} = \dfrac{\tilde{\varepsilon}_2 - \tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$. Далее, подставляя (7) в (5), получим нечёткое линейное уравнение инвестиций:

$$\tilde{Q}_I = \tilde{c}_5 + \tilde{c}_6 \tilde{P}_R + \tilde{c}_7 \tilde{P}_e + \tilde{c}_8 \tilde{I} + \tilde{c}_9 \tilde{P}_I + \tilde{\varphi}, \tag{8}$$

где $\tilde{c}_5 = \dfrac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_0 - \tilde{a}_0 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_6 = \dfrac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_2 - \tilde{a}_2 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_7 = \dfrac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_3 - \tilde{a}_3 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_8 = -\dfrac{\tilde{a}_4 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{c}_9 = \dfrac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$, $\tilde{\varphi} = \dfrac{\tilde{a}_1 \tilde{\varepsilon}_2 - \tilde{b}_1 \tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}$.

Параметры $\tilde{c}_j$ $(j = \overline{0,9})$ нечётких регрессионных уравнений (7) и (8) можно найти на базе известных s выборок $\left(\tilde{Q}_{Ik}; \tilde{x}_k, \tilde{y}_k, \tilde{z}_k, \tilde{w}_k\right)_{k=1}^{s}$ и $\left(\tilde{r}_k; \tilde{x}_k, \tilde{y}_k, \tilde{z}_k, \tilde{w}_k\right)_{k=1}^{s}$, например, методом наименьших квадратов. В то же время система нечётких регрессионных уравнений (5) и (6) содержит десять нечётких коэффициентов $\tilde{a}_i$ и $\tilde{b}_i$ $(i = \overline{0,4})$. Очевидно, решив систему десяти нечётких уравнений с 10-ю неизвестными

$$\tilde{c}_0 = \frac{\tilde{b}_0 - \tilde{a}_0}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_1 = \frac{\tilde{b}_2 - \tilde{a}_2}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_2 = \frac{\tilde{b}_3 - \tilde{a}_3}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_3 = -\frac{\tilde{a}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_4 = \frac{\tilde{b}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},$$

$$\tilde{c}_5 = \frac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_0 - \tilde{a}_0 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_6 = \frac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_2 - \tilde{a}_2 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_7 = \frac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_3 - \tilde{a}_3 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_8 = -\frac{\tilde{a}_4 \tilde{b}_1}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1},\ \tilde{c}_9 = \frac{\tilde{a}_1 \tilde{b}_4}{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1}, \tag{9}$$

в итоге можно идентифицировать нечёткие параметры капиталовложений, а, значит, и саму функцию инвестиций.

4. Идентификация параметров нечёткой функции инвестиций

Для установления нечётких регрессионных зависимостей (7) и (8) произвольно выберем нечёткие временные ряды капиталовложений и ставки процента (табл. 1) с тенденциями, удовлетворяющими взаимозависимостям эндогенных и экзогенных величин модели капиталовложений. Эти взаимозависимости представим в виде следующих неравенств: $\Delta Q_I / \Delta x > 0$, $\Delta Q_I / \Delta y > 0$, $\Delta Q_I / \Delta z > 0$, $\Delta Q_I / \Delta w < 0$, $\Delta r / \Delta x < 0$, $\Delta r / \Delta y < 0$, $\Delta r / \Delta z > 0$, $\Delta r / \Delta w > 0$. Кроме того, эти временные ряды должны удовлетворять главному требованию: $\Delta Q_I / \Delta r < 0$. Данные временных рядов представляют собой «размытые» величины, отождествляемые в табл. 1 нечёткими числами. Например, нечёткое число $\tilde{7}$ можно задать с помощью гауссовской функции принадлежности с центром в точке 7 и подходящей плотностью распределения σ^2: $\mu_{\tilde{6}}(u) = \exp(-(u - 7)^2 / \sigma^2)$.

Таблица 1. Нечёткие временные ряды капиталовложений и ставки процента

№№	Q_I (млн \$)	r (%)	x (у.е.)	y (у.е.)	z (у.е.)	w (у.е.)
1	1200	12	1,50	9	0,25	85
2	1500	11	2,75	9,50	0,28	80
3	2000	10,50	3,50	10	0,33	75
4	2500	10	4,70	10,50	0,35	72
5	3000	9	4,95	12	0,39	67
6	3500	8,50	5,25	12,50	0,42	64
7	4000	8	5,50	13	0,46	61
8	4500	7,50	5,75	13,75	0,48	56
9	5000	7	6,10	14,45	0,55	54
10	5500	6,50	6,25	15,50	0,57	52

Для идентификации нечётких параметров $\tilde{c}_j$ $(j = \overline{0,9})$ регрессионных уравнений (7) и (8) применим метод наименьших квадратов к «чётким» временным рядам, созданным на α-уровнях соответствующих нечётких временных рядов капиталовложений и ставок процента r. Другими словами, на каждом α-уровне методом наименьших квадратов вычислим оптимальные значения параметров c_j $(j = \overline{0,9})$ (табл. 2), полагая, что из

$$E_1^\alpha = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right)^2 \to \min, \tag{10}$$

$$E_2^\alpha = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right)^2 \to \min \tag{11}$$

имеют место:

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial E_1^\alpha}{\partial c_0^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) = 0, \\
\dfrac{\partial E_1^\alpha}{\partial c_1^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot x_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_1^\alpha}{\partial c_2^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot y_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_1^\alpha}{\partial c_3^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot z_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_1^\alpha}{\partial c_4^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(r_k^\alpha - (c_0^\alpha + c_1^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_2^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_3^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_4^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot w_k^\alpha = 0,
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial E_2^\alpha}{\partial c_0^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) = 0, \\
\dfrac{\partial E_2^\alpha}{\partial c_1^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot x_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_2^\alpha}{\partial c_2^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot y_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_2^\alpha}{\partial c_3^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot z_k^\alpha = 0, \\
\dfrac{\partial E_2^\alpha}{\partial c_4^\alpha} = \sum\limits_{k=1}^{10}\left(Q_{Ik}^\alpha - (c_5^\alpha + c_6^\alpha \cdot x_k^\alpha + c_7^\alpha \cdot y_k^\alpha + c_8^\alpha \cdot z_k^\alpha + c_9^\alpha \cdot w_k^\alpha)\right) \cdot w_k^\alpha = 0.
\end{cases}$$

Таблица 2. Значения параметров уравнений (8) и (9) по α -уровням

Пара-метры	α -уровни									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
c_0	0,1028	0,1037	0,1042	0,1051	0,1058	0,1067	0,1067	0,1079	0,1085	0,1089
c_1	0,5065	0,5073	0,5078	0,5095	0,5102	0,5115	0,5115	0,5126	0,5135	0,5141
c_2	1,2832	1,2845	1,2857	1,2864	1,2877	1,2883	1,2883	1,2896	1,2905	1,2913
c_3	0,0446	0,0467	0,0473	0,0489	0,0495	0,0502	0,0502	0,0514	0,0521	0,0528
c_4	7,5120	7,5134	7,5142	7,5153	7,5164	7,5173	7,5173	7,5187	7,5192	7,5197
c_5	0,0013	0,0028	0,0035	0,0045	0,0057	0,0064	0,0064	0,0076	0,0082	0,0087
c_6	0,0016	0,0029	0,0038	0,0047	0,0059	0,0069	0,0069	0,0074	0,0079	0,0083
c_7	0,0040	0,0052	0,0057	0,0066	0,0078	0,0083	0,0085	0,0088	0,0094	0,0099
c_8	0,0021	0,0032	0,0039	0,0043	0,0057	0,0066	0,0066	0,0069	0,0073	0,0078
c_9	0,0233	0,0238	0,0246	0,0257	0,0264	0,0272	0,0272	0,0277	0,0281	0,0288

Далее, отправляясь от чётких данных по каждому α -уровню табл. 2, решим систему уравнений (10) на каждом α -уровне. Решения этих систем (a_i^α и b_i^α $(i=\overline{0,4})$) поместим в табл. 3.

Таблица 3. Значения параметров модели спроса и предложения по α -уровням

Пара-метры	α -уровни									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
a_0	-168,67	-320,29	-491,32	-209,97	-619,92	-406,15	-239,45	-675,39	-714,47	-569,14
a_1	0,81	1,73	-0,04	-1,35	-1,03	-0,13	0,16	0,86	-1,64	0,00
a_2	7,11	0,82	-1,81	-3,57	-3,98	-0,58	2,19	2,96	-2,74	0,00
a_3	48,83	9,89	41,42	37,87	8,27	31,46	27,54	55,98	55,52	2,12
a_4	-0,01	0,04	0,02	0,04	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,06	0,00
b_0	-58,03	-624,18	-67,72	-54,74	-93,42	-491,89	-790,57	-790,91	-752,12	-857,00
b_1	2,00	0,84	-0,16	-1,85	-1,06	-0,46	0,37	0,94	-4,41	0,00
b_2	1,13	1,30	-0,43	-9,94	-1,41	0,28	0,76	0,32	-5,61	0,00
b_3	13,37	23,90	2,13	8,34	65,12	81,00	55,03	71,25	1,92	88,04
b_4	0,88	-0,94	-0,42	-0,43	-0,04	0,22	0,20	0,05	-0,20	0,00

Нечёткие параметры функций инвестиций и сбережений находятся, как [6]: $\{\tilde{a}_0,\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\tilde{a}_3,\tilde{a}_4\}=\bigcup_\alpha\{a_1^\alpha,a_1^\alpha,a_2^\alpha,a_3^\alpha,a_4^\alpha\}$ и $\{\tilde{b}_0,\tilde{b}_1,\tilde{b}_2,\tilde{b}_3,\tilde{b}_4\}=\bigcup_\alpha\{b_0^\alpha,b_1^\alpha,b_2^\alpha,b_3^\alpha,b_4^\alpha\}$ соответственно. При этом дефаззифицированные по формулам

$$a_i^{\text{def}}=\frac{\sum_{j=1}^{10}a_i^j\cdot\alpha_j}{\sum_{j=1}^{10}\alpha_j},\quad b_i^{\text{def}}=\frac{\sum_{j=1}^{10}b_i^j\cdot\alpha_j}{\sum_{j=1}^{10}\alpha_j},$$

значениями этих параметров будут $a_0^{def}=\textit{-506,555}$, $a_1^{def}=\textit{-0,252}$, $a_2^{def}=\textit{-0,363}$, $a_3^{def}=\textit{31,563}$, $a_4^{def}=\textit{0,012}$, $b_0^{def}=\textit{-588,132}$, $b_1^{def}=\textit{-0,761}$, $b_2^{def}=\textit{-1,552}$, $b_3^{def}=\textit{50,280}$, $b_4^{def}=\textit{-0,052}$. В то же время решение системы уравнений (10) даёт «чёткие» значения: $a_0=-506{,}549$, $a_1=-0{,}248$,

$a_2 = -0{,}358$, $a_3 = 31{,}582$, $a_4 = 0{,}024$, $b_0 = -587{,}158$, $b_1 = -0{,}654$, $b_2 = -1{,}433$, $b_3 = 50{,}653$, $b_4 = -0{,}047$.

Таким образом, для искомых нечётких параметров модели (5), (6) имеем $\tilde{a}_i \in [a_i^{def}, a_i]$ и $\tilde{b}_i \in [b_i^{def}, b_i]$: $\tilde{a}_0 \in [-506{,}555; -506{,}549]$, $\tilde{a}_1 \in [-0{,}252; -0{,}248]$, $\tilde{a}_2 \in [-0{,}363; -0{,}358]$, $\tilde{a}_3 \in [31{,}563; 31{,}582]$, $\tilde{a}_4 \in [0{,}012; 0{,}024$, $\tilde{b}_0 \in [-588{,}132; -587{,}158]$, $\tilde{b}_1 \in [-0{,}761; -0{,}654]$, $\tilde{b}_2 \in [-1{,}552; -1{,}433]$, $\tilde{b}_3 \in [50{,}280; 50{,}653]$, $\tilde{b}_4 \in [-0{,}052; -0{,}047]$.

5. Заключение

В рамках сформулированной нечёткой модели национального рынка товаров предложен метод идентификации нечётких параметров функций инвестиций и сбережений, позволяющий на краткосрочный период устранить разрыв между спросом и предложением в масштабе всей экономики. Полученные данные позволяют более адекватно оценить уровень потребления, который вычисляется с использованием равновесного значения ставки процента r, соответствующего ему уровня сбережений S и известного уровня конечного продукта $Y = S + C$.

Однако для полного макроэкономического анализа необходимо также исследовать модели денежного рынка и рынков рабочей силы, которые в совокупности с моделью рынка товаров определяют концептуальную модель макроэкономики. Тогда при адекватном (в нашем случае, нечётком) описании рассматриваемых процессов (экономических агентов), независимо от начальных значений ставки заработной платы, уровня цен и ставки процента r, можно исследовать условия, при которых макроэкономическая система приходит в равновесие. При этом реальный и денежный секторы никак не влияют друг на друга, т.к. спрос на рынке товаров, в силу закона Сэя, всегда равен предложению, а количество денег в обращении влияет лишь на уровень цен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аткинсон Э.Б. Лекции по экономической теории государственного сектора / Э.Б. Аткинсон, Д.Э. Стиглиц. – М.: Аспект Пресс, 1999. – 658 с.
2. Мэнкью Н. Макроэкономика / Мэнкью Н. – М.: МГУ, 1994. – 736 с.
3. Самуэльсон П. Экономика / Самуэльсон П. – М.: Прогресс, 1992. – 342 с.
4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. Математика. Новое в зарубежной науке / Заде Л.; пер. с англ.; под ред. Н.Н. Моисеева и С.А. Орловского. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
5. Лебедев В.В. Математическое и компьютерное моделирование экономики / В.В. Лебедев, К.В. Лебедев. – М.: НВТ-Дизайн, 2002. – 202 с.
6. Минаев Ю.Н. Методы и алгоритмы решения задач идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе / Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Бенамеур Л. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 205 с.

Стаття надійшла до редакції 09.09.2010