УДК 535.3

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ ГЕТЕРОГЕННИХ СЕРЕДОВИЩ ТА ОЦІНКА ВМІСТУ ВОЛОГИ В ҐРУНТАХ

Я.С. Криворучко

Національний університет біоресурсів і природокористування України
вул. Героїв оборони, 15, Київ, 03041, Україна, krayana @yandex.ru

Розглянуто математичні моделі, які описують діелектричну проникність гетерогенних середовищ. Проведено порівняльний аналіз різних розрахункових формул для визначення діелектричної функції матрично-дисперсних середовищ та стохастичних систем. На прикладі пористих середовищ із вмістом вологи виконано порівняння з експериментальними результатами для двох типів ґрунтів. Встановлено, що найбільш адекватно діелектричну проникність зволожених ґрунтів таких типів описують формули Бірчака та Оделевського.

Вступ

Для розв'язку практичних задач дистанційного радіозондування виникає необхідність експериментального і теоретичного дослідження процесів взаємодії мікрохвильового випромінювання з гетерогенними середовищами (ГС). Сигнали, що реєструються приймальною апаратурою електромагнітного випромінювання, містять інформацію про більшість важливих характеристик середовища. За спектрами коефіцієнта відбиття можна встановити будову віддзеркалюючого середовища [1], зокрема діелектричну проникність та товщину окремих шарів. Для цього використовується метод оберненої задачі, який ґрунтується на методі мінімізації функціонала неув'язок [2]

$$\iint\limits_{\theta,\lambda} \left(F\left(x_1,...,x_n;\theta;\lambda\right)-G\left(\theta;\lambda\right)\right)^2 v\left(\theta\right)w\left(\lambda\right)d\theta d\lambda \to \min, \qquad (1)$$

де x_i – параметри системи, θ – кут падіння електромагнітної хвилі довжиною λ, $v(\theta), w(\lambda)$ – додаткові множники, які враховують внесок кожної величини.

Для визначення ефективних характеристик пористих середовищ при відомих характеристиках скелета і провідної рідини, яка заповнює пори, застосовується багато моделей [3–9]. На наш погляд, найбільш досконалою є модель локально пористого середовища, запропонована в [3]. Згідно цієї моделі необхідно знати дві функції розподілу, які залежать від локальної пористості φ. Перша функція $\mu(\varphi)$ визначає густину розподілу ймовірності розмірів пор, а функція $\lambda(\varphi)$ – щільність розподілу довжини зв'язаних між собою пор (перколяційна складова пористих середовищ). Функція $\mu(\varphi)$ може бути визначена експериментально після обробки фотографій зрізів зразків, але для функції $\lambda(\varphi)$ можливо отримати тільки деякі теоретичні оцінки [3]. Розв'язки відповідного інтегрального рівняння прямої задачі в наближенні локальної пористості були ґрунтовно досліджені [1, 3]. З іншого боку, з рівняння прямої задачі, яке описує залежність ефективної діелектричної проникності $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ пористого середовища від частоти, може бути отримано інтегральне рівняння оберненої задачі для знаходження функцій розподілу при відомій частотній залежності $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$. Оскільки функцію $\mu(\varphi)$ можна вважати відомою, то це рівняння, в принципі, дозволяє визначити перколяційну функцію $\lambda(\varphi)$. В загальному випадку дисперсна система може складатись з декількох компонентів. Таку ситуацію можна оцінити за допомогою узагальненої формули Максвелл–Гарнетта [5].

Визначення діелектричної функції гетерогенних середовищ

Для характеристики ГС зручно користуватись усередненими параметрами, які повинні враховувати реальну структуру речовини і властивості її окремих компонентів. Формули, які дають зв'язок між середніми значеннями комплексної діелектричної проникності і діелектричними проникностями компонентів ГС , називаються формулами сумішей – залежностями, які повязують діелектричну проникність n-фазної суміші з діелектричними проникностями і об'ємними концентраціями окремих компонентів.

Як математичні моделі діелектричних властивостей вологих матеріалів використовуються моделі сумішей. Такого типу формули пропонувались різними дослідниками вже на протязі більш ніж ста років.

Розглянемо двофазне ГС з проникністю ε, фази якого з діелектричними проникностями ε_1 (матриця) і ε_2 (включення) займають відповідно об'єми V_1 і V_2. Відома об'ємна частка включень $W = V_1 / V$ – відношення сумарного об'єму включень V_1 до об'єму всього тіла V ($V = V_1 + V_2$). Як приклад, на рис.1. зображені мікрофотографії плівки мезопористого оксиду алюмінію, отримані при різних умовах анодного окиснення, а на рис.2. схематичне зображення дисперсної системи з різними включеннями

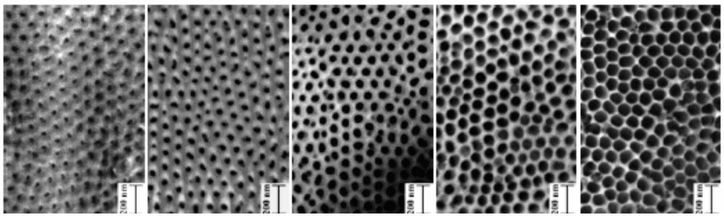

Рис. 1. Плівка мезопористого оксиду алюмінію із змінним розміром пор. Середній діаметр пор можливо контролювати з метою зміни характеристик кінцевого нанокомпозиту [10].

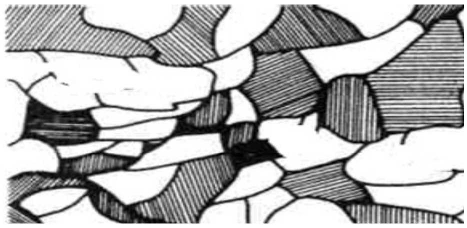

Рис. 2. Схематичне зображення дисперсного середовища з включеннями довільної форми.

Для кульових включень, розміри яких значно менші ніж відстані між ними, діелектричну проникність (ДП) дисперсного середовища (ДС) можна визначити за формулою Максвелла [6]

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2W\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + W\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)}, \tag{2}$$

або за формулою Максвелл–Гарнетта

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(1 + 3W \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2\left(1 - W\right) + \varepsilon_1\left(2 + W\right)}\right). \tag{3}$$

Формула Максвелл–Гарнетта легко отримується також з добре відомого рівняння Клаузіуса–Мосотті (або Лоренца–Лорентца) [7]:

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + 2\varepsilon_1} = W \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}. \tag{4}$$

Для матричних двокомпонентних систем з рівномірно розподіленими включеннями, близькими до сферичної форми, Оделевський пропонує наступну формулу [9]:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left(1+\frac{1-W}{W/3+\varepsilon_2/(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}\right). \qquad (5)$$

Для статистичних двокомпонентних сумішей з суттєво відмінними ДП широкого застосування набула формула Ліхтенекера [6]

$$\varepsilon^k = (1-W)\varepsilon_1^k + W\varepsilon_2^k, \qquad (6)$$

де $k \in [-1;1]$. Отримуючи це рівняння, Ліхтенекер виходив з результатів Вінера про межі ефективної діелектричної функції [5].

Вінер запропонував враховувати розташування частинок дисперсного середовища відносно напрямку електричного поля «коефіцієнтом суміші» n $(0 \le n \le \infty)$ і показав емпіричним шляхом, що відносна діелектрична проникність ε суміші приблизно визначається рівнянням [8]

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+n} = (1-W)\frac{\varepsilon_1-1}{\varepsilon_1+n} + W\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+n}, \qquad (7)$$

n - число, що залежить від форми частинок.

Максимальне значеннями ε при $n=\infty$, що відповідає розташуванню дисперсних частинок (циліндричних, плоских, еліпсоподібних) з великою віссю, паралельною напрямку поля; в цьому випадку

$$\varepsilon_{\text{макс}} = (1-W)\varepsilon_1 + W\varepsilon_2, \qquad (8)$$

мінімальне при $n=0$; якщо середовище складається з довгих пластинок з межами, перпендикулярними електричному полю:

$$\frac{1}{\varepsilon_{\text{мін}}} = (1-W)\frac{1}{\varepsilon_1} + W\frac{1}{\varepsilon_2}. \qquad (9)$$

Для сферичних частинок $n=2$ і формула (6) набуває вигляду

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = W\frac{\varepsilon_1-1}{\varepsilon_1+2} + (1-W)\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+2}. \qquad (10)$$

Для проміжних значень n, що відповідають будь-якому розташуванню частинок між вказаними граничними випадками, діелектрична проникність суміші прийме значення $\varepsilon_{\text{мін}} \le \varepsilon \le \varepsilon_{\text{макс}}$. Ці межі є найзагальнішими, і для ГС з довільною мікрогеометрією ефективна діелектрична функція має лежати між ними [8].

Часто використовують логарифмічну формулу Ліхтенекера:

$$\lg\varepsilon = W\lg\varepsilon_1 + (1-W)\lg\varepsilon_2. \qquad (11)$$

Властивості сумішей різного типу добре описуються емпіричним рівнянням на основі формули Ліхтенекера:

$$\lg\varepsilon = (1-W^{\alpha})\lg\varepsilon_1 + W^{\alpha}\lg\varepsilon_2, \qquad (12)$$

де α=0,5…1. Це рівняння охоплює всі типи сумішей при зміні одного коефіцієнта α. При α=1 рівняння зводиться до співвідношення (11) і описує статистичні суміші. При

α=0,5 рівняння описує властивості матричної суміші, в якій компонент з діелектричною проникністю ε_2 знаходиться у вигляді включень [8].

Формули Бруггемана визначають значення ε в залежності від форми дисперсних частинок при їх довільному розташуванні відносно поля.

Для випадку сферичних частинок:

$$\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}\sqrt[3]{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}=1-W\,, \tag{13}$$

а для частинок у формі плоских дисків:

$$\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}=\left(1-W\right)\frac{2\varepsilon_2+\varepsilon}{2\varepsilon_2+\varepsilon_1}\quad. \tag{14}$$

Для розрахунку середнього значення діелектричної проникності дисперсної системи, яка є статистичною сумішшю, застосовують також формулу Лоренца–Лорентца [6]:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{\varepsilon_1-1}{\varepsilon_1+2}\left(1-W\right)+\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+2}W \tag{15}$$

або у вигляді

$$\varepsilon=\varepsilon_1\left(1+\frac{\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1\right)W}{\varepsilon_1+\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1\right)\left(1-W\right)/3}\right). \tag{16}$$

Використовуючи теорію Лоренца-Лорентца, Вагнер для деяких двофазних статистичних сумішей запропонував формулу:

$$\varepsilon=\varepsilon_1\left(1+3W\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_2+2\varepsilon_1}\right). \tag{17}$$

Якщо ГС має вигляд плоскопаралельних шарів (шарувате середовище) і всі внутрішні межі поділу паралельні прикладеному зовнішньому полю, то для розрахунку її діелектричної проникності використовують формулу (8). Якщо ж прикладене поле перпендикулярне до міжфазних поверхонь, то використовують формулу (9) [5].

Із отриманих співвідношень видно, що ε для шаруватого діелектрика має різні значення в залежності від напрямку вектора напруженості електричного поля, тобто такий діелектрик є анізотропним.

Треба зауважити, що наведені формули для розрахунку ДП можливо застосовувати лише за певних умов, які покладені в основу виведення кожної з формул. Наприклад, формула Ліхтенекера дає правильний результат для дрібнодисперсних сумішей при близьких концентраціях компонентів, що входять до неї [8], але для більшості реальних систем зазначені умови не завжди виконуються.

Отже, можна констатувати відсутність універсальної аналітичної моделі, яка б описувала ГС, взагалі, і дисперсні вологомісткі тіла, зокрема.

Порівняння з експериментальними результатами

Доцільно порівняти, як різні теоретичні моделі співвідносяться з експериментальними даними. Були розглянуті моделі запропоновані в [5–9]. Як ДС були обрані пористі середовища у вигляді ґрунтів двох типів, а саме піщані (100% – пісок) та суглинисті

(16% – пісок, 28% – глина). Для цих типів середовищ в роботі [4] були наведені експериментальні дані діелектричної проникності ДС в залежності від вмісту води.

Були виконані розрахунки, і при цьому приймалося, що дійсна частина діелектричної проникності в діапазоні надвисоких частот сухого ґрунту обох типів $\varepsilon_1 = 3$, а води - $\varepsilon_2 = 79{,}5$, а уявну частину ДП не враховували. Деякі результати розрахунків наведено на рис.3. Результати, позначені на рис.3 прямокутниками для піщаного ґрунту та трикутниками для суглинистого ґрунту відповідають експериментальним даним з роботи [4]. Цифрами позначені результати розрахунків за різними моделями.

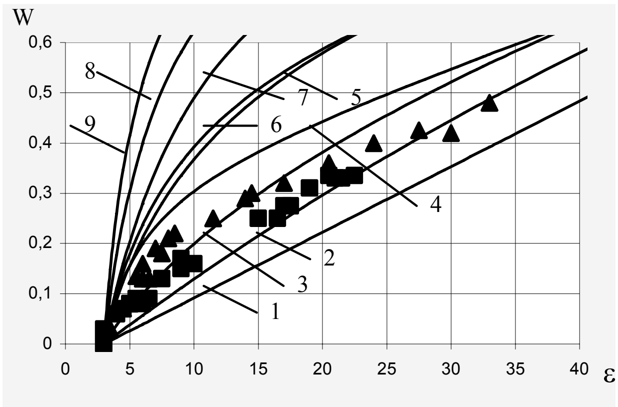

Рис. 3. Зв'язок дійсної частини діелектричної проникності суміші з об'ємною часткою води: 1 – формула Вінера (нижня межа), 2 – формула Оделевського, 3 – формула Бірчака, 4 – формула Боттчера, 5 – формула Ліхтенекера, 6 – формула Бруггемана, 7 – формула Максвелл-Гарнетта, 8 – формула Лоренца-Лорентца, 9 - формула Вінера (верхня межа).

Видно, що жодна з дев'яти формул не дає точного співпадіння з експериментальними даними. Як видно з рис.3, найбільш узгоджується з експериментом для даних типів ДС моделі Бірчака та Оделевського. Формула Бірчака добре описує ґрунти з об'ємною вологістю менше 0,3 см^3/см^3, а формула Оделевського – ґрунти з вологістю більше 0,3 см^3/см^3.

Це дозволяє прогнозувати значення ефективної діелектричної проникності залежно від вмісту води в пористому середовищі або, навпаки, за відомою діелектричною проникністю визначати вміст води в цьому середовищі. Наприклад, при використанні співвідношення (5) об'ємний вміст вологи за відомими значеннями діелектричних проникностей можна визначити за формулою

$$W = 3\varepsilon_2 \left(\varepsilon_1 - \varepsilon\ \right) / \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)\left(2\varepsilon_2 + \varepsilon\right).$$

Розглянемо армований діелектрик типу склопластику, який представляє собою трикомпонентне середовище, що складається з скляних волокон, наповнювача (полімерної матриці) та пор, які в процесі експлуатації частково заповнюються водою. В даному випадку внаслідок незначної відмінності (порівняно з діелектричною сталою води) діелектричних проникностей скла та смоли в найпростішій моделі такий матеріал можна розглядати як пористе середовище, що складається з каркаса з відносною діелектричною проникністю ε_1=4,2 та комірок, частково заповнених водою.

Результати розрахунку об'ємного вмісту води при різних значеннях діелектричної проникності пористого середовища наведені в таблиці.

Таблиця. Об’ємна частка вологи у пористому склопластику в залежності від ефективної діелектричної проникності

ε	10	20	30	40	50
W,%	10,8	27,8	43	56,7	69

Багатокомпонентні суміші

Для опису ГС із статистичною топологією характерним є застосування симетричних теорій ефективного середовища [2, 4]. Якщо вважати, що кожна частинка ГС знаходиться в оточуючому середовищі з ефективною діелектричною проникністю $\tilde{\varepsilon}$, то розрахунок ефективної діелектричної проникності багатофазної системи можна проводити за узагальненою формулою Максвелл–Гарнетта (2):

$$\sum_{i=1}^{n} W_i \frac{\varepsilon_i - \tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_i + 2\tilde{\varepsilon}} = 0 . \tag{18}$$

Для можливості застосування формули (2) для кульових частинок з оболонкою введемо до них у явному вигляді поляризовність α. Тоді, наприклад, формула (2) набуває вигляду:

$$\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_m}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon_m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{W_i \alpha_i}{4\pi r_i^3 \varepsilon_m} , \tag{19}$$

де r_i – зовнішній радіус частинок i -ї фракції.

Поглинання в ГС визначається уявною частиною ефективної діелектричної проникності. З наведених співвідношень випливає, що для багатокомпонентної суміші функція $\mathrm{Im}\,\tilde{\varepsilon}$ буде мати декілька екстремумів. Якщо врахувати функції розподілу частинок окремих фракцій за розмірами, то відповідні спектри поглинання будуть «розмиватися».

Висновки

Проведений аналіз моделей для розрахунку ДП ГС показує, що жодна з них не дає точних результатів. Лише в окремих простих випадках експериментальні дані добре узгоджуються з результатами розрахунків за тими чи іншими формулами сумішей. Надійні відомості про діелектричну проникність середовищ можливо отримати при одночасному застосуванні експериментальних і розрахункових методів.

Методи радіометрії дозволяють визначити спектри ДП матрично-дисперсного середовища, а за допомогою розвинутого нами методу розв’язання обернених задач [1, 2] виявляється можливість знайти ефективну діелектричну проникність ГС. Після цього потрібно провести аналіз за наведеними вище формулами, але чисельно отримані результати у будь-якому разі потребують експериментальної перевірки.

Література

1. Криворучко Я.С., Лерман Л.Б., Лющенко М.О., Якимів Р.Я. Визначення вологості пористих середовищ з використанням методів радіометрії (обернені задачі) // Вісн. Нац. техн. ун-ту “КПІ”. Радіотехніка. Радіоапаратуробудування. – 2007. – № 35. – С. 49–53.
2. Лерман Л.Б., Лющенко М.А., Криворучко Я.С., Шкода Н.Г., Шостак С.В. Обратные задачи оптической и диэлектрической спектроскопии суспензий наночастиц и увлажненных пористых сред // Химия, физика и технология поверхности. – 2008. – Вып. 14. – С. 101–117.

3. Hilfer R. Dielectric response of porous medium // Phys. Rev. B. – 1991. – V. 44. – P. 60–76.
4. Wang J.R., Schmugge T.J. An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content // IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing. – 1980. – V. 18, N 4. – P. 288–295.
5. Венгер Е.Ф., Гончаренко А.В., Дмитрук М.Л. Оптика малих частинок і дисперсних середовищ. – Київ: Наук. думка. – 1999. – 348 с.
6. Головко Д.Б., Скрипник Ю.О. Методи та засоби частотно-дисперсійного аналізу речовини та матеріалів. – Київ: ФАДА. – 2000. – 200 с.
7. Кричевский Е.С. Контроль влажных твердых и сыпучих материалов. – Москва: Энергоатомиздат. – 1986. – 136 с.
8. Федюнин П.А., Дмитриков Д.А., Воробовьев А.А, Чернышов В.Н. Микроволновая термовлагометрия. – Москва: Машиностроение. – 2004. – 208 с.
9. Шутко А.М. СВЧ-радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. – Москва: Наука. – 1986. – 192 с.
10. Eliseev A.A., Kolesnik I.V., Lukashin A.V., Tretyakov Y.D. Mesoporous systems for the preparation of ordered magnetic nanowire arrays // Adv. Eng. Mater. – 2005. – V. 7, N 4. – P. 213–217.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД И ОЦЕНКА СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ В ПОЧВАХ

Я.С. Криворучко

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
ул. Героев оборони, 15, 03041, Киев, Украина, krayana @yandex.ru

Рассмотрены математические модели, которые описывают диэлектрическую проницаемость гетерогенных сред. Выполнен сравнительный анализ разных расчетных формул для определения диэлектрической функции матрично-дисперсных сред и стохастических систем. На примере пористых сред, содержащих влагу, выполнено сравнение с экспериментальными результатами для двух типов почв. Установлено, что наиболее адекватно диэлектрическую проницаемость увлажненных почв таких типов описывают формулы Бирчака и Оделевского.

DETERMINATION OF EFFECTIVE DIELECTRIC PERMEABILITY OF HETEROGENEOUS MEDIA AND ESTIMATION OF MOISTURE CONTENT IN SOILS

Ya.S. Krivoruchko

National University of Biotechnological Resources and Nature Management of Ukraine
15 Heroes of defense Str., Kyiv, 03041, Ukraine, krayana@yandex.ru

Mathematical models describing the permittivity of heterogeneous media are studied. The comparative analysis of different formulas for calculating of dielectric function of the matrix-dispersed media and stochastic systems was made. It was compared with experimental results for the two soil types on the example of porous moisture media. It was found that the dielectric permittivity of these types of soils describes most adequately by the formula of Birchak and Odelevskiy.