

# КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОНОВ С ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ, ДВИЖУЩИМСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНО ГРАНИЦЕ

*Ю.О.Аверков, В.М.Яковенко*

*Институт радиофизики и электроники Национальной академии  
наук Украины, Харьков, Украина. Электронная почта: [averkov@online.kharkiv.net](mailto:averkov@online.kharkiv.net).*

В настоящей работе в квазилинейном приближении анализируется равновесное состояние поверхностных плазмонов и электронного пучка, движущегося параллельно границе вакуум-полупроводник. В отличие от известных результатов, электронный пучок предполагается немонотонноэнергетическим, а соответствующие квазилинейные уравнения получены посредством перехода к случаю разреженной плазмы в системе кинетических уравнений для усредненной электронной и плазменной функций распределения. В исходных кинетических уравнениях вероятности переходов рассчитывались через матричные элементы гамильтониана взаимодействия поверхностных плазмонов с током электронов пучка. С учетом закона сохранения числа резонансных частиц для квазиравновесного состояния получены функция распределения электронов пучка и спектр поверхностных плазмонов, а также энергетические потери пучка за все время релаксации. Проведен учет межэлектронных столкновений, приводящих к трансформации функции распределения электронов пучка к термодинамически равновесному виду.

## 1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется вопросам взаимодействия электронных пучков с плазмой. Это объясняется большим практическим значением подобного рода задач, позволяющим преобразовывать направленную энергию электронных пучков в энергию когерентного электромагнитного излучения в широком спектральном диапазоне [1].

Вопросы генерации поверхностных волн в пучково-плазменных системах рассматривались в целом ряде работ, например в [2-6]. Линейная теория этого явления развита в работах [2,3]. В работе [4] рассматривалась нелинейная динамика взаимодействия релятивистского электронного пучка со свободной поверхностью плазменного столба. Нелинейная краевая задача формулировалась на базе волнового уравнения для амплитуды продольной (вдоль плазменного столба) компоненты электрического поля ТМ-волны и граничных условий для электрического и магнитного полей волны на поверхности плазмы и стенке волновода. В результате численного анализа исходной системы уравнений были получены зависимости амплитуды неустойчивой волны от времени для разных толщин электронного пучка. В работе [5] на основе системы уравнений гидродинамического приближения анализируется равновесное состояние релятивистского электронного пучка и поверхностной ТМ-волны большой амплитуды на границе плазма-пучок. С учетом закона сохранения энергии определены фазовая скорость и амплитуда волны в равновесном состоянии и оценена эффективность преобразования кинетической энергии пучка в энергию электромагнитного поля. Задача аналогичная [5] рассмотрена в [6], но, в отличие от [5], рассмотрение проводится на базе самосогласованной системы уравнений Максвелла и Власова. В частности, из стационарного (в системе координат, связанной с волной) уравнения Власова находится функция распределения электронов пуч-

ка, зависящая нелинейным образом от гамильтониана системы. С ее помощью определяется концентрация электронов пучка и из уравнений Максвелла находится выражение для амплитуды продольной (относительно пучка) компоненты поля волны.

В отличие от вышеперечисленных работ, в настоящей работе, в рамках квазилинейной теории [7-12], рассматривается взаимодействие поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы полупроводник-вакуум, с немонотонноэнергетическим электронным пучком, движущимся в вакууме параллельно этой границе. Причем, взаимодействие электронов пучка с поверхностными волнами рассматривается как взаимодействие квазичастиц - электронов и плазмонов. Статистика такого газа квазичастиц описывается системой кинетических уравнений для некоторой усредненной по быстрым осцилляциям функции распределения электронов пучка и некоторой функции распределения плазмонов [7]. Вероятности процессов испускания и поглощения плазмонов в такой системе определяются через матричные элементы гамильтониана взаимодействия тока электронов пучка с плазмонами. Переход к квазилинейным уравнениям осуществляется путем перехода к случаю разреженной плазмы, когда относительное изменение импульса электрона при испускании или поглощении плазмона мало. Для квазистационарного состояния найдены спектр плазмонов, функция распределения электронов пучка и энергия, переданная пучком в плазменную волну.

## 2. Решение квазилинейных уравнений

Рассмотрим слой однородной полупроводниковой плазмы, в отсутствие внешнего магнитного поля, лежащий в полупространстве ( $y < 0$ ). Вдоль оси ( $Ox$ ) в полупространстве ( $y > 0$ ) (вакуум) движется немонотонноэнергетический электронный пучок со скоростью  $\vec{V}_0$ . Плотность пучка  $n_b$  считается

много меньше плотности плазмы  $n_p$ . Будем также считать, что вдоль оси (OX) на границе ( $y = 0$ ) распространяется одновременно много поверхностных плазменных волн с различными волновыми векторами  $\vec{q}$  и хаотически распределенными фазами. Таким образом, будут рассматриваться достаточно широкие волновые пакеты, чтобы можно было пренебречь захватом частиц в "потенциальные ямы" отдельных гармоник пакета [9]. Получим систему квазилинейных уравнений, описывающих обратное влияние поверхностных плазменных волн на неосциллирующую часть функции распределения электронов пучка.

Из постановки задачи следует, что черенковская неустойчивость, приводящая к генерации плазмонов, в рассматриваемом случае связана лишь с движением электронов пучка вдоль оси (OX). Поэтому, будем рассматривать одномерную задачу и описывать статистику электронов пучка некоторой усредненной по быстрым осцилляциям функцией распределения  $F(k_x)$  (где  $\vec{k}$  - волновой вектор электронов пучка). Функцию  $F(k_x)$  можно рассматривать как результат интегрирования некоторой "трехмерной" усредненной функции распределения электронов пучка  $F(\vec{k})$  по компонентам  $k_y$  и  $k_z$  перпендикулярным волновому вектору  $\vec{q}$ . Условие нормировки функции  $F(k_x)$  имеет вид:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(k_x) \frac{dk_x}{2\pi} = \bar{n}_b, \quad (1)$$

где  $\bar{n}_b = n_b S$  - линейная плотность электронов пучка,  $S$  - площадь поперечного сечения пучка. В дальнейшем при численных оценках будем полагать  $S \propto q_x^{-2}$ . Ввиду одномерности задачи будем опускать индекс "x" при  $k_x$  и  $q_x$ . Исходная система кинетических уравнений для усредненной функции распределения резонансных электронов пучка  $F_k$  и функции распределения плазмонов  $N_q$  (для случая  $N_q \gg 1$ ) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_k}{\partial t} = \sum_q N_q \left[ W_{k+q,q} (F_{k+q} - F_k) \delta(E_{k+q} - E_k - \hbar\omega_q) - \right. \\ \left. - W_{k,k-q} (F_k - F_{k-q}) \delta(E_k - E_{k-q} - \hbar\omega_q) \right] \\ \frac{\partial N_q}{\partial t} = N_q \sum_k W_{k+q,q} (F_{k+q} - F_k) \delta(E_{k+q} - E_k - \hbar\omega_q) \end{cases} \quad (2)$$

где  $\omega_q = \omega_0 / \sqrt{\epsilon_0 + 1}$  - частота медленного поверхностного плазмона ( $c \rightarrow \infty$ , здесь  $c$  - скорость света в вакууме),  $\omega_0 = (4\pi e^2 n_p / m^*)^{1/2}$  - частота ленгмюровских колебаний электронов плазмы,  $m^*$  -

эффективная масса электронов плазмы,  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость решетки полупроводника,  $W_{k,q}$  определяется выражением [3]:

$$W_{k,q} = \frac{2\pi}{\hbar} |w_{k,q}|^2, \\ w_{k,q} = \frac{e\hbar(k_1^2 - k_2^2)}{m_0 q^2 L_y} \left[ \frac{\hbar\pi\omega_q^{-1}}{2S(\epsilon_0 + 1)} \right],$$

где  $k_1, k_2$  - волновые вектора электронов "до" и "после" рассеяния,  $w_{k,q}$  - матричные элементы гамильтониана взаимодействия электронов пучка с электромагнитной волной,  $L_y$  - размер системы вдоль оси (OY). Заметим, что под  $\epsilon_0$  понимается величина равная своему объемному значению для однородной изотропной плазмы. Для этого отражения электронов полупроводника и пучка от границы раздела "полупроводник-вакуум" принимаются зеркальными.

Переход от системы (2) к системе квазилинейных уравнений для  $F_k$  и спектральной плотности энергии поверхностных плазмонов  $\mathcal{E}_q$  осуществим с помощью следующих предположений:

$$\left| \frac{q}{k} \right| \ll 1, N_q = \left| \frac{\mathcal{E}_q}{\hbar\omega_q} \right| \quad (3)$$

Фактически, условие (3) означает переход к случаю разреженной плазмы, для которой относительное изменение импульса электрона при рождении (или поглощении) плазмона мало.

Выполнив все необходимые разложения по  $q/k$  в правых частях системы (2) и перейдя от сумм по  $q$  и  $k$  к соответствующим интегралам, получим следующую систему квазилинейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 2\gamma \mathcal{E}, \\ \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left( D \frac{\partial F}{\partial v} \right) \end{cases} \quad (4)$$

где волновое число  $q$  и скорость электрона  $v$  связаны соотношением  $\omega_q = qv$ , позволяющим рассматривать величины  $F_k$  и  $\mathcal{E}_q$  как функции скорости  $v$  и опустить индексы  $q$  и  $k$  при этих величинах в системе (4),

$$\gamma = \frac{\pi e^2 v^3}{\hbar \omega_q^2 (\epsilon_0 + 1) L_y S} \frac{\partial F}{\partial v}, \quad (4a)$$

$$D = \frac{2\pi e^2 \mathcal{E}}{\omega_q m^2 (\epsilon_0 + 1) L_y S}, \quad (4b)$$

Пусть в начальный момент времени заданы спектральная плотность энергии поверхностных плазмонов  $\varepsilon_0(v)$  и фоновая функция распределения электронов  $F_0(v)$ :

$$\varepsilon_0(v) = T_p, F_0 = \frac{\sqrt{2\pi\hbar\bar{n}_b}}{m_0 v_{T_b}} \exp\left(-\frac{(v-v_0)^2}{2v_{T_b}^2}\right), \quad (5)$$

где  $T_p$  - температура плазмы в энергетических единицах,  $v_{T_b} = \sqrt{T_b/m_0}$  - тепловая скорость электронов пучка,  $T_b$  - температура электронов пучка в энергетических единицах. Заметим, что в рассматриваемом случае пучковой неустойчивости положение границ начального возмущения  $\varepsilon_0(v)$  не влияет на положение границ плато функции распределения электронов пучка в квазистационарном ( $t \rightarrow \infty$ ) состоянии  $F_\infty(v)$ . Поэтому в начальных условиях (5) положение границ начального возмущения не заданы. Границы плато  $v_1, v_2$  функции  $F_\infty(v)$  определяются из условия непрерывности функции  $F(v)$ :

$$F_0(v_1) = F_\infty(v_1), F_0(v_2) = F_\infty(v_2), \quad (6)$$

где  $F_\infty(v)$  находится из условия сохранения числа резонансных частиц

$$\int_{v_1}^{v_2} [F_0(v) - F_\infty(v)] dv = 0 \quad (7)$$

и имеет вид:

$$F_\infty(v) = \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} F_0(v) dv. \quad (8)$$

Подставив в (8) фоновую функцию распределения  $F_0(v)$  из (5), получим:

$$F_\infty = \frac{\pi\hbar\bar{n}_b}{(v_2 - v_1)} \left[ \Phi\left(\frac{v_2 - v_0}{\sqrt{2}v_{T_b}}\right) - \Phi\left(\frac{v_1 - v_0}{\sqrt{2}v_{T_b}}\right) \right], \quad (9)$$

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  - интеграл вероятностей.

Найдем границы плато  $v_1$  и  $v_2$ . Пусть  $q > 0$ , то есть плазменная волна распространяется вдоль положительного направления оси (OX). Тогда для электронов пучка с  $k < 0$  (или  $v < 0$ ) аргумент  $\delta$  - функций в исходных кинетических уравнениях всегда отрицателен. Это значит, что сами  $\delta$  - функции равны нулю и обращают в нуль правые части соответствующих квазилинейных уравнений. Это означает, что:

$$F(v, t) = F_0(v), \quad \varepsilon(v, t) = \varepsilon_0(v) \quad \forall t \geq 0.$$

Следовательно, левая граница плато  $v_1 = 0$ . Правая граница плато  $v_2$  определяется из условия непрерывности (6), которое с учетом (9) можно записать в виде:

$$\Phi(\bar{v}_2) + \Phi(\bar{v}_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (\bar{v}_2 + \bar{v}_0) \exp(-\bar{v}_2^2), \quad (10)$$

где

$$\bar{v}_2 = \frac{v_2 - v_1}{\sqrt{2}v_{T_b}}, \quad \bar{v}_0 = \frac{v_0}{\sqrt{2}v_{T_b}}.$$

Очевидно, что  $\bar{v}_2 = -\bar{v}_0$  является тривиальным корнем уравнения (10), не имеющим физического смысла, так как означает  $v_2 = 0$ . Асимптотика нетривиального решения уравнения (10) для случая  $\bar{v}_0 \gg 1$  и  $\bar{v}_2 \geq 1$  имеет вид:

$$v_2 = \ln^{1/2}\left(\frac{\bar{v}_0}{\sqrt{\pi}}\right), \quad (11)$$

или

$$v_2 = v_0 + \sqrt{2}v_{T_b} \ln^{1/2}\left(\frac{v_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_b}}\right), \quad (12)$$

Подставив (12) в (9), получим:

$$F_\infty = \frac{\pi\hbar\bar{n}_b}{v_0 m_0} \frac{\Phi\left[\ln^{1/2}\left(\frac{v_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_b}}\right)\right] + \Phi\left[\frac{v_0}{\sqrt{2}v_{T_b}}\right]}{1 + \sqrt{2}\frac{v_{T_b}}{v_0} \ln^{1/2}\left(\frac{v_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_b}}\right)}. \quad (13)$$

На рис.1 показаны функции распределения электронов пучка  $F_0(v)$  и  $F_\infty(v)$  в масштабе  $1/S$  для  $v_0 = 0.05c$  (сплошные кривые) и  $v_0 = 0.1c$  (штриховые кривые). Температура электронов пучка принималась равной  $T_b = 5000$  К. Здесь и в дальнейшем для плотности электронов пучка и частоты плазмонов принимаются следующие значения:  $\bar{n}_b \approx 10^{14} \text{ м}^{-3}$ ,  $\omega_q \approx 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ .

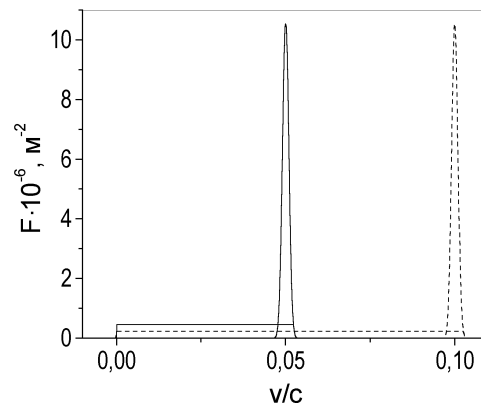


Рис.1.

На данном рисунке отчетливо видны области плато, соответствующие квазистационарному состоянию системы. Видно также, что в полном соответствии с законом сохранения числа резонансных частиц (7) с ростом скорости пучка  $V_0$  высота плато уменьшается.

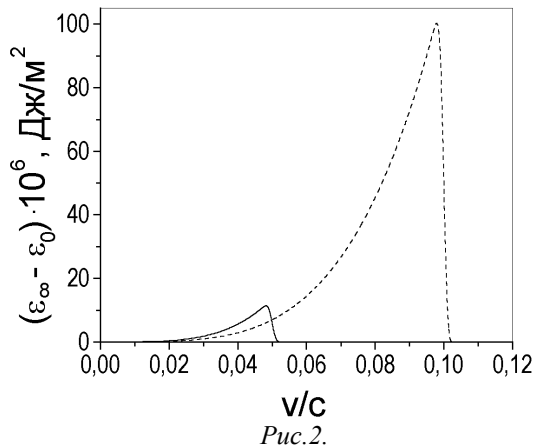
Энергия колебаний в квазистационарном состоянии  $\varepsilon_\infty(v)$  находится из (4) путем подстановки выражения для  $\partial F/\partial v$  из первого уравнения системы во второе и интегрированием по  $t$  от 0 до  $\infty$ :

$$\varepsilon_\infty(v) = \varepsilon_0(v) + \frac{m_0^2}{\hbar\omega_q} v^3 \int_0^v (F_\infty - F_0) dv, \quad (14)$$

или

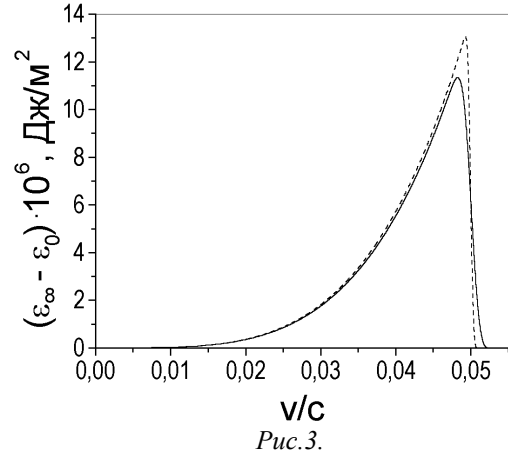
$$\varepsilon_\infty(v) = \varepsilon_0(v) + \frac{\pi m_0 \bar{n}_b}{\omega_q} v^3 \left\{ \frac{v}{v_2} \left[ \Phi \left( \ln^{1/2} \left( \frac{v_0}{\sqrt{2\pi} v_{T_b}} \right) \right) + \Phi \left( \frac{v_0}{\sqrt{2} v_{T_b}} \right) \right] - \Phi \left( \frac{v - v_0}{\sqrt{2} v_{T_b}} \right) - \Phi \left( \frac{v_0}{\sqrt{2} v_{T_b}} \right) \right\}. \quad (15)$$

Заметим, что в рассматриваемом случае  $|v_0/v_{T_b}| \gg 1$  с большой точностью выполняется равенство  $\Phi(v_0/\sqrt{2}v_{T_b}) = 1$ . Зависимости спектральной плотности энергии поверхностных плазмонов от их фазовой скорости (в единицах  $c$ )  $\varepsilon_\infty(v) - \varepsilon_0(v)$  показаны на рис.2 в масштабе  $1/S$  для  $v_0 = 0.05c$  (сплошная кривая) и  $v_0 = 0.1c$  (штриховая кривая) при  $T_b = 5000$  К.



Из рис.2 видно, что на границах плато выполняются условия  $\varepsilon_\infty(0) = \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_\infty(v_2) = \varepsilon_0$  и максимумы спектральной плотности энергии плазмонов смещены в сторону начальной скорости пучка  $V_0$ . Это можно объяснить тем, что большая часть электронов пучка имеет скорости близкие (с

точность до нескольких  $v_{T_b}$ ) к скорости его направленного движения  $V_0$ . Поэтому наиболее эффективно процессы обмена энергией происходят с теми плазмонами, фазовые скорости которых также близки к  $V_0$ . Этим же можно объяснить изменение формы плазмонного спектра с температурой, показанного на рис.3 для  $v_0 = 0.05c$  и двух значений  $T_b$ :  $T_b = 5000$  К (сплошная кривая) и  $T_b = 500$  К (штриховая кривая).



Видно, что с уменьшением температуры электронов пучка (т.е. с уменьшением ширины пучка) максимум плазмонного спектра смещается в сторону  $V_0$ . Кроме этого заметим, что спектр поверхностных плазмонов качественно соответствует спектру плазменных волн в однородной объемной плазме [13].

Энергию, переданную пучком в плазменную волну за все время релаксации находим по формуле:

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} (\varepsilon_\infty - \varepsilon_0) dv = \quad (16)$$

$$= \frac{m_0^2}{\hbar\omega_q v_2} \int_0^{v_2} v^3 dv \int_0^v (F_\infty - F_0) dv'.$$

Наиболее простой вид выражение (16) имеет для случая  $\bar{v}_0 \gg \bar{v}_2 \geq 1$ :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\pi \bar{n}_b m_0}{5\omega_q} \Phi(\bar{v}_0) \bar{v}_0^3 \left[ \frac{\Phi(\bar{v}_2)}{\Phi(\bar{v}_0)} - \frac{1}{4} \right] + \quad (17)$$

$$+ O\left(v_0^3 \frac{v_{T_b}}{v_0}\right).$$

Следует отметить, что для рассматриваемого случая выражение в квадратных скобках в (17) всегда положительно, то есть обмен энергией в системе происходит в направлении пучок  $\rightarrow$  волна. Кроме

этого, из (17) следует также, что величина энергии  $\Delta \mathcal{E}$  практически не зависит от температуры электронов пучка, которая входит в выражение для  $\Delta \mathcal{E}$  в виде малых поправок.

### 3. Учет столкновений

Рассмотрим влияние межэлектронных столкновений на функцию распределения электронов пучка. Известно [9], что такие столкновения стремятся восстановить термодинамическое равновесие в системе, т.е. приблизить функцию распределения электронов к максвелловской. Для учета столкновений введем в правую часть квазилинейного уравнения для  $F(v)$  системы (4) член столкновений в виде линеаризованного интеграла столкновений Ландау. Тогда система (4) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 2\gamma \mathcal{E}, \\ \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left( D \frac{\partial F}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial v} v_b \left( Fv + v_{T_b}^2 \frac{\partial F}{\partial v} \right) \end{cases} \quad (18)$$

где

$$v_b = \frac{\lambda \omega_{0b}^4}{\bar{n}_b v^3} S, \quad (19)$$

$\omega_{0b}$  - ленгмюровская частота электронов пучка,

$\lambda$  - кулоновский логарифм:

$$\lambda = \frac{1}{2} \ln \left[ n_b^{-1} \left( \frac{T_b}{e^2} \right)^3 \right]. \quad (20)$$

Выбор столкновительного члена в виде интеграла столкновений Ландау оправдан из энергетических соображений. Действительно, для рассматриваемых в данной работе параметров пучка потенциальная энергия кулоновского взаимодействия электронов пучка оказывается много меньше их средней кинетической энергии.

В термодинамически равновесном состоянии функция  $F$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial F_{eq}}{\partial v} = - \frac{v_b v}{D(v) + v_{T_b}^2 v_b} F_{eq}, \quad (21)$$

где коэффициент диффузии  $D(v)$  определяется по формуле (4b), в которой под  $\mathcal{E}$  понимается выражение (15). Это допустимо, поскольку межэлектронные столкновения в пучке практически не влияют на вид спектра поверхностных плазмонов. Причем в (15) будем полагать  $\mathcal{E}_0 = 0$ , так как в начальный момент времени флуктуации в плазме тепловые и их энергия пренебрежимо мала по сравнению с энергией пучка. Опираясь на численные оценки подынтегрального выражения в (21), область скоростей  $v \in [0, \infty)$  можно условно разбить на три интервала. На интервале  $v \in [0, v_{max})$  (где

$v_{max}$  - положение максимума подынтегральной функции) в (21) можно пренебречь  $D(v)$  по сравнению с  $v_{T_b}^2 v_b$  и решение будет иметь вид максвелловского распределения. На интервале  $v \in [v_{max}, v_2)$  имеет место обратное неравенство и подынтегральное выражение в (21) практически равно нулю, т.е.  $\partial F_{eq} / \partial v = 0$ . Функция  $F_{eq}$  имеет вид плато. На интервале  $v \in [v_2, \infty)$  коэффициент диффузии тождественно равен нулю и решение снова будет иметь вид максвелловского распределения. Таким образом, решение уравнения (21) можно приближенно записать в виде:

$$F_{eq} = F_{eq0} \left[ \exp \left( \frac{v_{max}^2 - v^2}{2v_{T_b}^2} \right) \tilde{\Theta}(v_{max} - v) + \Theta(v - v_{max}) \cdot \tilde{\Theta}(v_2 - v) + \exp \left( \frac{v_2^2 - v^2}{2v_{T_b}^2} \right) \Theta(v - v_2) \right], \quad (22)$$

где

$$F_{eq0} = F_{\infty} + O \left( \frac{v_{T_b}}{v_0} \right), \quad (23)$$

$$v_{max} \approx \left( \frac{v_{T_b}^2 v_0 n_p m_0 \omega_{0b}^4 \lambda L_y S^2}{6 \pi m^* \bar{n}_b^2} \right)^{1/7}, \quad (24)$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad \tilde{\Theta}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

### 4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе построена квазилинейная теория взаимодействия поверхностных плазмонов с немонотонным электронным пучком, движущимся параллельно границе полупроводника в вакууме. На базе полученной в работе системы квазилинейных уравнений для квазистационарного состояния найдены такие важные характеристики системы "полупроводниковая плазма - пучок", как спектр поверхностных плазмонов, функция распределения электронов пучка и энергетические потери пучка на генерацию поверхностных плазмонов за все время релаксации. Показано, что спектр поверхностных плазмонов качественно соответствует спектру плазменных волн в однородной объемной плазме, а величина энергетических потерь пучка пропорциональна кубу его начальной скорости и, для достаточно узких пучков, практически не зависит от температуры электронов пучка. Кроме этого, учтено влияние межэлектронных столкновений на вид функции распределения электронов пучка по прошествии времени квазилинейной релаксации.

## Благодарности

Авторы выражают благодарность В.И. Карасю за полезные обсуждения результатов работы.

## Литература

1. А.С.Кингсеп. *Введение в нелинейную физику плазмы*. Москва: Изд-во МФТИ, 1996, 208 с.
2. Н.Н. Белецкий, А.А.Булгаков, С.И.Ханкина, В.М.Яковенко. *Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках*. Киев: "Наукова Думка", 1984, 192 с.
3. Н.Н.Белецкий, В.М.Светличный, Д.Д.Халамейда, В.М.Яковенко. *Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах*. Киев: "Наукова Думка", 1991, 216 с.
4. Б.А.Альтеркоп, С.Е.Росинский, В.П.Тараканов. *Нелинейное взаимодействие обдувающего электронного пучка с поверхностной плазменной волной* // *Физика Плазмы*. 1979, Т.5, №2, с.291-296.
5. С.Н.Богданова, П.И.Данков, С.Г.Иванов, К.А.Решетникова. *Поверхностные волны большой амплитуды, возбуждаемые релятивистским пучком на границе с плазмой*. Москва: Препринт ОИЯИ, 1983, 11 с.
6. В.К. Гришин, С.Т. Иванов, М.Ф. Каневский. *Возбуждение поверхностной волны большой амплитуды релятивистским электронным пучком в полупроводниковой плазме* // *Физика и техника полупроводников*. 1983, Т. 25, №8, с.1417-1423.
7. Ю.А.Романов, Г.Ф.Филиппов. *Взаимодействие потоков быстрых электронов с продольными плазменными волнами* // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1961, Т. 40, Вып.1, с.123-131.
8. В.Д.Шапиро. *О влиянии электрических неустойчивостей на электропроводность и температуру плазмы* // *Известия вузов. Радиофизика*. 1961, Т.4, №5, с.867-874.
9. А.А.Веденов, Е.П.Велихов, Р.З.Сагдеев. *Квазилинейная теория колебаний плазмы* // *Nuclear Fusion. Supplement*. 1962, Part 2, p.465-475.
10. W.E.Drummond, D.Pines. *Non-linear stability of plasma oscillations* // *Nuclear Fusion. Supplement*. 1962, Part 3, p.1049-1057.
11. А.А.Веденов. *Введение в теорию слаботурбулентной плазмы* // *Вопросы теории плазмы*. 1963, №3, с.203-244.
12. Я.Б.Файнберг, В.Д.Шапиро. *Сб. Взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой*. Киев: "Наукова думка", 1965, с.69-92.
13. А.А.Веденов, Д.Д.Рютов. *Квазилинейные эффекты в потоковых неустойчивостях* // *Вопросы теории плазмы*. 1972, №6, с.3-21.