

*Р.И. Мануйленко, Т.С. Хашан*

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, г. Донецк, Украина  
khashan@mail.ru

## Расчет оптимальных геометрических параметров акустических антенн в системах технического слуха

Для систем технического слуха, устанавливаемых на борт малых мобильных роботов, построена модель акустической антенны с оптимальными геометрическими параметрами для среднего диапазона частот.

### Введение

Одним из важных направлений искусственного интеллекта является моделирование и разработка систем осязания робототехнических систем (РТС). Системы осязания роботов можно разделить на следующие группы: локационные (в том числе и системы технического слуха – СТС), системы технического зрения, тактильные, силомоментные, внутренней информации [1-3]. Данная работа рассматривает вопросы, связанные с моделированием оптимальных геометрических форм антенн для СТС.

Теоретические и экспериментальные работы по созданию СТС можно разделить по двум направлениям: точное воссоздание (копирование) геометрических форм органов слуха человека и животных [4-6]; моделирование оптимальных геометрических форм, отличных или приближенных к «живому миру» [1], [7-9].

Первое направление развивается по принципу «все наилучшее создано самой природой». Второе ищет новые альтернативные геометрические формы и размеры акустических антенн для искусственных систем слуха. Форма антенны от вида к виду очень сильно варьируется, что оказывает большое влияние на ее функциональные возможности. При использовании этих двух подходов ученые решают следующие проблемы: выбор оптимальной формы и размера акустической антенны для обеспечения наилучшего качества и дальности приема принимаемой акустической информации, расширение рабочего диапазона частот, выбор требуемых диаграммы направленности и чувствительности. В зависимости от размеров РТС накладываются также ограничения и на параметры проектируемых антенн, геометрические размеры которых могут быть меньше принимаемой длины волны. Поэтому построение модели акустических антенн с оптимальными геометрическими параметрами с учетом предъявляемых требований к СТС, устанавливаемых на борту малых РТС, является важной и актуальной задачей.

### Постановка задачи

**Целью исследования данной работы** является моделирование оптимальных геометрических параметров акустических антенн для обеспечения требований, предъявляемых к СТС, устанавливаемых на малых РТС. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

- рассчитать оптимальную форму и размеры акустических антенн, при которых усиление давления в точке приема звука будет максимальным при заданных ограничениях;
- провести численные исследования геометрических форм антенн.

Для расчета оптимальных геометрических параметров антенны рассматривается задача, когда в нее поступает плоская волна. Относительно колебательных процессов, происходящих внутри антенны, делаются следующие допущения: ее стенки предполагаются абсолютно твердыми и неспособными колебаться.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо найти и рассчитать такую форму антенны и ее геометрические параметры, при которой усиление давления  $p$  в точке приема (т.е. в той точке, где расположен микрофон) будет максимальным при следующих ограничениях:  $x_0$  – длина антенны,  $r_0$  – радиус максимального отверстия,  $r_1$  – радиус минимального отверстия,  $\omega$  – рабочий диапазон частот.

## Расчет оптимальных геометрических параметров антенн

При расчете оптимальных геометрических форм считается, что колебания всех точек, принадлежащих одному нормальному сечению антенны, являются одинаковыми, а именно поверхности волны внутри антенны принимаются плоскими и нормальными к оси рупора. Вследствие последнего допущения весь колебательный процесс представляется функцией лишь двух переменных – координаты  $x$  и времени  $t$ . Площадь сечения рупора является функцией координаты  $x$ :  $S = S(x)$ . Скорость монохромной волны  $\xi$ , излучаемой источником, выражается через потенциал  $\varphi$  следующим образом:

$$\xi = \frac{-\partial\varphi}{\partial x}. \quad (1)$$

Потенциал  $\varphi$  является функцией, удовлетворяющей дифференциальному уравнению Вебстера [10]:

$$-\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = C^2 \left( \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + s(x) \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right), \quad (2)$$

где  $s(x) = \frac{dS(x)}{dx}$ ,  $C$  – скорость звука в невозмущенной среде,  $C = const$  и  $C = 340$  м/с.

Комплексный потенциал представляется в виде произведения функции координаты  $x$  и простых колебаний:

$$\phi(x, t) = \psi(x) e^{i\omega t}. \quad (3)$$

Физический смысл имеет только вещественная часть потенциала (реже – мнимая).

Давление  $p$  представляется в виде суммы давления в невозмущенной среде  $p_0$  и давления  $\delta p$ , вызванного звуковыми волнами. Величина  $p_0$  является постоянной, а  $\delta p$  выражается формулой [10]:

$$\delta p = i\rho\omega e^{i\omega t} \psi(x), \quad (4)$$

где  $\rho$  – исходная плотность среды. Как и в случае с потенциалом  $\phi(x, t)$ , физический смысл имеет вещественная часть. Таким образом, амплитуда давления пропорциональна амплитуде потенциала.

Подставив представление (3) в (2), получим для  $\psi(x)$  следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + s(x) \frac{d\psi}{dx} + k^2\psi = 0, \quad (5)$$

где  $k = \frac{\omega}{C}$ .

Из уравнения (5) следует, что для решения поставленной задачи необходимо найти функцию  $s(x)$ , при которой значение потенциала в точке  $x_0$  имеет экстремум. Это задача на условный экстремум.

Если требуется найти экстремум функционала  $\int_a^b f(x, y, y', y'')$  при условии  $\int_a^b v(x, y, y', y'') = \beta$ , то искомая кривая должна быть экстремалью [11]:

$$\int_a^b (f(x, y, y', y'') - \lambda v(x, y, y', y'')) dx = \int_a^b F dx \rightarrow \text{ext}. \quad (6)$$

Это уравнение сводится к дифференциальному уравнению Эйлера:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial y'} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial F}{\partial y''} = 0. \quad (7)$$

В данном случае для функции  $\psi(x)$  имеются следующие начальные условия:

$$\psi(0) = \psi_0; \quad \psi'(0) = \xi, \quad (8)$$

для функции  $S(x)$  – краевые условия:

$$s(0) = \pi r_0^2; \quad s(x_0) = \pi r_1^2. \quad (9)$$

Экстремум функции  $\psi(x)$  является экстремалью функционала  $\int_0^{x_0} \psi'(x) dx$ . Уравнение

$$\int_0^{x_0} (\psi''(x) + s(x) \psi'(x) + k^2 \psi(x)) dx = 0$$

можно рассматривать как условие на функции. Таким образом, необходимо найти экстремум функционала:

$$\int_0^{x_0} \psi'(x) dx - \lambda \int_0^{x_0} (\psi''(x) + s(x) \psi'(x) + k^2 \psi(x)) dx \rightarrow \text{ext}. \quad (10)$$

Так как в интегральное уравнение входят две неизвестные функции, то производные необходимо находить по обеим функциям, то есть следует записать систему двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \psi} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial \psi'} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial F}{\partial \psi''} &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial s} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial s'} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Первое уравнение запишется таким образом:

$$\lambda k^2 + \lambda s'(x) = 0. \quad (12)$$

Следовательно,

$$s'(x) = -k^2 \Rightarrow s(x) = \sigma - k^2 x, \quad (13)$$

где  $\sigma$  – константа.

Так как  $s(x) = \frac{d \ln S(x)}{dx}$ , то, проинтегрировав, найдем

$$\ln S(x) = \sigma x - k^2 \frac{x^2}{2} \Rightarrow S(x) = \pi r_0^2 e^{\sigma x - \frac{k^2 x^2}{2}}. \quad (14)$$

Константу  $\sigma$  находим из граничных условий (9).

Теперь найдем решение уравнения (5), оно записывается через специальные функции Куммера [12]. Решениями уравнения Куммера, которое представлено

$$z \frac{d^2 w}{dz^2} + (m - z) \frac{dw}{dz} - nw = 0, \quad (15)$$

являются независимые функции Куммера  $M(m, n, z)$  и  $U(m, n, z)$ , которые определяются следующим образом:

$$M(m, n, z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^j \prod_{q=0}^{j-1} (m+q)}{j! \prod_{q=0}^{j-1} (n+q)}, \quad (16)$$

$$U(m, n, z) = \frac{\pi}{\sin \pi n} \left( \frac{M(m, n, z)}{\Gamma(1+m-n)\Gamma(n)} - z^{1-n} \frac{M(1+m-n, 2-n, z)}{\Gamma(m)\Gamma(2-n)} \right).$$

Решение уравнения (5) записывается через функции Куммера:

$$\psi(x) = C_1 M \left( -\frac{1}{2k^2}, \frac{1}{2}, \frac{(k^2 x - \sigma)^2}{2k^2} \right) + C_2 U \left( -\frac{1}{2k^2}, \frac{1}{2}, \frac{(k^2 x - \sigma)^2}{2k^2} \right). \quad (17)$$

Константы  $C_1$  и  $C_2$  определяются из начальных и граничных условий. Из уравнения (17) найдем выражения для компонент скорости  $\xi$  и давления  $p$ :

$$\xi = -e^{i\omega t} [C_1 \mu'(x) + C_2 v'(x)], \quad (18)$$

$$p = p_0 + i\rho\omega e^{i\omega t} [C_1 \mu(x) + C_2 v(x)],$$

где

$$\mu(x) = M \left( -\frac{1}{2k^2}, \frac{1}{2}, \frac{(k^2 x - \sigma)^2}{2k^2} \right), \quad v(x) = U \left( -\frac{1}{2k^2}, \frac{1}{2}, \frac{(k^2 x - \sigma)^2}{2k^2} \right). \quad (19)$$

На основании предложенных выше расчетов проведем численные исследования для оптимальной формы рупоров. Численные исследования для задачи проводились при следующих ограничениях:  $x_0 = 0,2$  м,  $r_0 \leq 0,1$  м,  $r_1 = 0,025$  м,  $\omega \in [100; 2500]$  Гц,  $C = 340$  м/с. Для расчета оптимальных геометрических параметров рупоров использовались пакеты программ Excel 2007 и Maple 8. На рис. 1 построен график функции  $r(x)$  – радиуса сечения рупора для указанных частот.

Как видно из рис. 1, предложенная в работе модель антенны является оптимальной и устойчивой на исследуемом диапазоне частот. При этом основное отличие построенной модели антенны – ее геометрические размеры, которые меньше либо совпадают с длиной принимаемой волны.

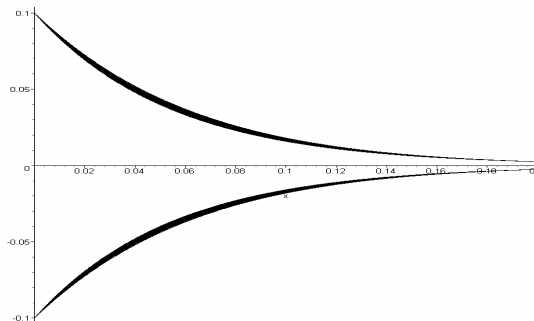


Рисунок 1 – График сечения рупора  $r(x)$  для  $\omega \in [100; 2500]$

## Заключение

Согласно цели исследования решена задача моделирования оптимальной формы и размеров акустических антенн для СТС, устанавливаемых на борту малых РТС. Оптимальные параметры антенн рассчитаны при заданных ограничениях с учетом анализа давления среды в антенне в точке приема звука. Численные исследования показали адекватность построенной модели и «близость» параметров модельных антенн для достаточно широкого диапазона исследуемых частот.

Дальнейшее развитие указанной работы заключается в решении следующих задач: экспериментальные исследования акустических свойств антенн на макетных СТС, их внедрение на борт малых РТС, а также построение модели и численное исследование оптимального расположения антенн в СТС.

## Литература

1. Попов Е.П. Очувствление робототехнических систем [Электронный ресурс] / Е.П. Попов. – Режим доступа : [www.ras.ru/FStorage/download.aspx?Id=b7a1b781-3773-4fff-bcdf-4483c737d488](http://www.ras.ru/FStorage/download.aspx?Id=b7a1b781-3773-4fff-bcdf-4483c737d488).
2. Лопота В. Закономерности развития мехатроники и робототехники / В. Лагота, Е. Юревич // Защита и безопасность. – 2008. – № 2 (45). – Режим доступа : [http://faki.fizteh.ru/pub/a\\_3mhdk9.html](http://faki.fizteh.ru/pub/a_3mhdk9.html).
3. Huang J. Building Ears for Robots: Sound Localization and Separation / J. Huang, N. Ohnishi, N. Sugil // Artificial Life and Robotics (Springer-Verlag). – 1997. – Vol.1, № 4. – P. 157-163.
4. A Model Based Sound Localization System and Its Application to Robot Navigation / J. Huang, T. Supaangprapa, I. Tenakuna [та ин.] // Robotics and Autonomous Systems (Elsevier Science). – 1999. – Vol. 27, № 4. – P. 199-209.
5. Xiaoling Lv. A Service Robot System Based on Hearing / Lv. Xiaoling, Zhang Minglu // CSSE – 2008. – Vol. 1. – P. 1123-1126.
6. Gustavsson L. Directional Hearing in a Humanoid Robot [Электронный ресурс] / L. Gustavsson, E. Marklund, E. Klintfors, F. Lacerda // Lund University, Centre for Languages & Literature, Dept. of Linguistics & Phonetics. Working Papers 52, 2006. – P. 45-48. – Режим доступа : [http://www.ling.su.se/fon/perilus/2006\\_03.pdf](http://www.ling.su.se/fon/perilus/2006_03.pdf).
7. Guangming Yuan. Design of Mending Robot Based on Hearing and Virtual Reality / Yuan Guangming, Lv. Xiaoling, Zhang Minglu // CSSE – 2008. – Vol. 1. – P. 1115-1118.
8. Vladimir E. Pavlovsky. Simulation and Experimental Elaboration of Acoustic Sensors for Mobile Robots / Vladimir E. Pavlovsky, Tatyana S. Khashan // Paper presented at the RTO SET-092 Symposium on «Advanced Sensor Payloads for UAV», (Lisabon, (Portugal). – 2 – 3 May, 2005).
9. Поливцев С.А. Исследование геометрических и акустических свойств сенсоров для системы технического слуха роботов / С.А. Поливцев, Т.С. Хашан // Проблемы бионики. – 2004. – № 60. – С. 63-69.
10. Головин Н.Я. Акустические артиллерийские приборы / Головин Н.Я. – М. : Военное из-во народного комиссариата обороны СССР, 1941. – Ч. 1, 2.
11. Гельфанд И.М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – М., 1961. – 228 с.
12. Абрамовиц М. Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.

*Р.И. Мануйленко, Т.С. Хашан*

### **Розрахунок оптимальних геометричних параметрів акустичних антен в системах технічного слуху**

Для систем технічного слуху, що встановлюються на борт малих мобільних роботів, побудовано модель акустичної антени з оптимальними геометричними параметрами для середнього діапазону частот.

*R.I. Manuilenko, T.S. Khashan*

### **Calculation of Optimal Geometric Parameters of the Acoustic Antenna in Technical Hearing Systems**

Specially for onboard technical hearing systems, which has been installed on small mobile robots, has been build a middle range frequency acoustical antenna with an optimal geometric settings.

*Статья поступила в редакцию 11.06.2009.*