

УДК 524.85

С. Апуневич, Б. Венгльовська, Ю. Кулініч, Б. Новосядлий

Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка
79005 Львів, вул. Кирила і Мефодія, 8**WMAP-2006: космологічні параметри і великомасштабна структура Всесвіту**

Визначено параметри космологічної моделі із холодною темною матерією та космологічною сталою (Λ CDM-модель) на основі трирічних спостережень космічним телескопом WMAP анізотропії температури реліктового випромінювання та даних про великомасштабну структуру Всесвіту. Використані спостережні дані охоплюють масштаби 1–10000 Мпк. Найоптимальніші значення параметрів Λ CDM-моделі отримано шляхом мінімізації χ^2 методом Левенберга—Марквардта ($\Omega_\Lambda = 0.736 \pm 0.065$, $\Omega_m = 0.238 \pm 0.080$, $\Omega_b = 0.05 \pm 0.011$, $h = 0.68 \pm 0.09$, $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ та $n_s = 0.96 \pm 0.015$). Показано, що Λ CDM-модель із цими значеннями параметрів добре узгоджується із кутовим спектром потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання та спектрами потужності флюктуацій густини, які отримуються із просторових розподілів галактик, багатих скупчень галактик та статистики L_{α} -ліній поглинання у спектрах далеких квазарів. Проаналізовано узгодження модельних характеристик великомасштабної структури із спостережуваними та можливі причини помітних відхилень деяких із них.

WMAP-2006: КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ И КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ВСЕЛЕННОЙ, Апуневич С., Венглевская Б., Кулинич Ю., Новосядлий Б. — Определены параметры космологической модели с холодным темным веществом и космологической постоянной (Λ CDM-модель) на основе трехлетних наблюдений космическим телескопом WMAP анизотропии температуры реликтового излучения и данных о крупномасштабной структуре Вселенной. Исползованные данные охватывают масштабы 1–10000 Мпк. Наиболее оптимальные значения параметров Λ CDM-модели были получены путем минимизации χ^2 методом Левенберга—Марквардта ($\Omega_\Lambda = 0.736 \pm 0.065$, $\Omega_m = 0.238 \pm 0.080$, $\Omega_b = 0.05 \pm 0.011$, $h = 0.68 \pm 0.09$, $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ и $n_s = 0.96 \pm 0.015$). Показано, что Λ CDM-модель с этими значениями параметров хорошо согласуется с угловым спектром мощности флюктуацій температуры реликтового излучения и спектрами мощности флюктуацій плотности, которые получаютя из пространственного распределения галактик, богатых скоплений галактик и статистики L_{α} -линий поглощения в спектрах

далеких квазаров. Проаналізовано согласование модельных характеристик крупномасштабной структуры с наблюдаемыми и возможные причины заметных отклонений некоторых из них.

WMAP-2006: COSMOLOGICAL PARAMETERS AND LARGE-SCALE STRUCTURE OF THE UNIVERSE, by Apunevych S., Venhlyovska B., Kulinich Yu., Novosyadlyj B. — The parameters of cosmological model with cold dark matter and cosmological constant (Λ CDM) were determined on the basis of three-year cosmic microwave background observations of the space mission WMAP along with some data on large-scale structure of the Universe. The data cover scales from 1 to 10000 Mpc. The best-fit values of Λ CDM model parameters were obtained by minimization of χ^2 through the Levenberg—Markquardt approach ($\Omega_\Lambda = 0.736 \pm 0.065$, $\Omega_m = 0.238 \pm 0.080$, $\Omega_b = 0.05 \pm 0.011$, $h = 0.68 \pm 0.09$, $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ and $n_s = 0.96 \pm 0.015$). It is shown that the Λ CDM model with our values of the parameters is in good agreement with the angular power spectrum of cosmic microwave background and with the power spectra of density perturbation estimated from spatial distribution of galaxies, rich galaxies clusters and as well as from the statistics of Ly α absorption lines in spectra of distant quasars. The accordance of model characteristics of the large-scale structure with observable ones was analyzed, as well as possible reasons of significant deviations between some of them were considered.

ВСТУП

Супутник WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) із космічним картографом на борту було виведено на орбіту у точку Лагранжа L_2 довкола Сонця у 2001 р. Він почав здійснювати вимірювання температури реліктового випромінювання по всій небесній сфері із роздільною здатністю приблизно $13'$. У 2003 р. було опубліковано результати обробки даних, що були накопичені за перший рік спостережень [4, 21, 37, 40], і ця подія ознаменувала початок нової епохи в космології — епохи прецизійної космології. Тоді вперше було отримано спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в найширшому діапазоні кутових масштабів — від $13'$ до 180° , що відповідає діапазону сферичних гармонік $2 \leq l \leq 1000$. Саме дані WMAP підтвердили достовірне існування акустичних піків і дали змогу визначити їхнє положення та амплітуди (вперше акустичні піки були виявлені у стратосферних експериментах BOOMERANG [9, 27] і MAXIMA [19, 24] та інтерферометричному експерименті DASI [17]). Саме така пікова структура спектру потужності слугує остаточною доказом адіабатичної природи первинних збурень густини речовини та метрики простору-часу, з яких утворилися галактики та сформувалась великомасштабна структура Всесвіту. Співвідношення амплітуд акустичних піків та їхніх положень у кутовому спектрі потужності вказують на те, що Λ CDM-модель із масштабно-інваріантним спектром первинних скалярних збурень густини адекватним чином описує спостережуваний Всесвіт.

На основі даних WMAP та сукупності даних про великомасштабну структуру Всесвіту, темп і динаміку його розширення та про вміст легких елементів у міжгалактичному середовищі було встановлено діапазон значень для шести головних параметрів цієї моделі [1, 37]: $\Omega_\Lambda = 0.7...0.8$, $\Omega_m = 0.23...0.31$, $\Omega_b = 0.04...0.05$, $h = 0.68...0.75$, $A_s = 0.75...0.92$, $n_s = 0.9...0.96$ (точні значення залежать від набору спостережуваних даних). Як наслідок

із цих визначень впливає близька до нуля кривина 3-простору, $\Omega_k = 0 \dots 0.04$. Окрім головних параметрів також було встановлено обмеження на оптичну глибину на рівні $\tau = 0.23$ до сфери останнього розсіяння, що зумовлена реіонізацією міжгалактичного середовища першими зорями. Для двох інших параметрів — амплітуди тензорної моди збурень (A_t) і масової густини нейтрино в одиницях критичної (Ω_ν) було встановлено верхні межі допустимих значень [1, 2, 28, 37].

У березні 2006 р. команда WMAP оприлюднила результати трьох років вимірювань флюктуацій температури реліктового випромінювання [20, 36, 29, 16]. Основні відмінності цих даних від попередніх полягають у вдосконаленій методиці вилучення апаратурних шумів і переднього фону неба. В результаті було досягнуто кращого відношення «сигнал/шум», і тому удвічі зменшилась похибка кожної точки спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання і, відповідно, похибка визначення амплітуд і положень акустичних піків і впадин. Значно звужився діапазон допустимих значень для визначених на основі спектру параметрів Λ CDM-моделі [36]. Виміряно анізотропію поляризації реліктового випромінювання, зумовлену його перерозсіюванням на вільних електронах, які з'явилися внаслідок іонізації протогалактичного середовища зорями першого покоління. WMAP зареєстрував сигнал E-моди поляризації для низьких сферичних гармонік $2 \leq l \leq 6$: $l(l+1)C_l^{EE} = 0.086 \pm 0.029$ мкК². Це вказує на те, що повна реіонізація припадає на проміжок червоних зміщень $8 \leq z \leq 12$, а оптична товщина до сфери останнього розсіювання становить $\tau = 0.09 \pm 0.03$ [29].

В цій роботі ми визначимо головні параметри Λ CDM-моделі на основі нових даних про амплітуди і положення акустичних піків та характеристики великомасштабної структури Всесвіту. Також дослідимо узгодження різнорідних спостережуваних даних із моделлю.

СПЕКТР ПОТУЖНОСТІ ФЛЮКТУАЦІЙ ТЕМПЕРАТУРИ РЕЛІКТОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

На рис. 1 представлено кутовий спектр потужності, отриманий в результаті обробки всіх даних вимірювань флюктуацій температури реліктового випромінювання, здійснених протягом трьох років спостережень. (Дані спостережень у вигляді таблиць та карт неба надаються на сайті <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>). Діапазон сферичних гармонік від $l = 2$ до $l = 1000$ розбитий на 39 відрізків (показано горизонтальними рисками), значення амплітуди на кожному з них визначалось за спеціальною процедурою із використанням карти всього неба, під час якої відсіювалися ділянки із джерелами переднього фону та площина галактики (методика обробки даних спостережень описана в роботах [16, 20]). У похибки включено шуми апаратури, похибки наведення, похибки калібрування сигналу та статистичну похибку, пов'язану із неусувною неповнотою вибірки (космічна дисперсія). Суцільною лінією зображено спектр потужності, що був обчислений за допомогою програми CMBFast [42] для Λ CDM-моделі із параметрами найкращої апроксимації спостережуваного спектру ($\Omega_\Lambda = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$, $A_s = 0.83$, $n_s = 0.958$). Якість апроксимації оцінюється статистикою χ^2 , яка дорівнює сумі квадратів різниць спостережуваних і модельних амплітуд спектру, поділених на значення дисперсії для центральної точки кожного із відрізків. Припускаючи, що кореляції між значеннями потужності на близьких відрізках спектру немає, отримуємо $\chi^2 = 37.8$ для 33 ступенів вільності системи. Для

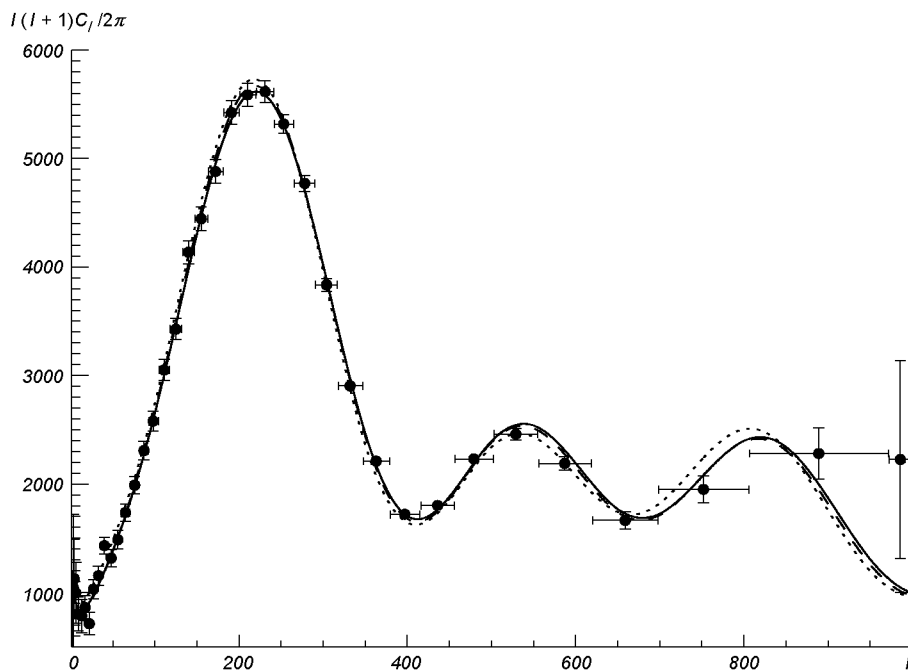


Рис. 1. Кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, отриманий в експерименті WMAP за результатами трьох років неперервних спостережень (точки). Суцільна лінія — спектр для Λ CDM-моделі за даними [36] ($\chi^2 = 37.8$), пунктирна — отриманий нами спектр для Λ CDM-моделі за даними WMAP першого року спостережень та великомасштабною структурою [1, 2] ($\chi^2 = 68.2$), штрихова — спектр моделі Λ CDM3 з параметрами, отриманими в цій роботі ($\chi^2 = 37.2$)

порівняння приведено також спектр для Λ CDM-моделі із значеннями параметрів, отриманих нами за допомогою апроксимації даних WMAP за перший рік спостережень та даних про великомасштабну структуру [1, 2] (пунктирна лінія). Для цього спектру $\chi^2 = 68.2$.

Важливими характеристиками кутового спектру є положення і амплітуди акустичних піків і впадин. Як бачимо, із даних за 2006 р. можна надійно визначити положення й амплітуди першого і другого піків та впадини між ними. Положення третього піка за цими даними визначається ненадійно, оскільки роздільна здатність телескопа WMAP становить приблизно $13'$. Положення та амплітуду третього акустичного піку можна визначити лише залучивши дані стратосферних та інтерферометричних наземних експериментів, яким властиве краще кутове розділення. Проте вже самі дані WMAP-2006 вказують на збільшення потужності після другої впадини. У табл. 1 перелічено значення положень та амплітуд всіх трьох піків та впадин між ними за даними трирічних спостережень WMAP [20]. Для порівняння приведено також їхні значення за даними першого року спостережень [4].

Як бачимо, точність визначень амплітуд екстремумів спектру збільшилась майже удвічі. Для першого (основного) піку вона краща за 1 %, для решти елементів (окрім третього піку) — краща за 2 %. Для визначення положення і амплітуди третього піка було використано також дані спосте-

Таблиця 1. Положення і амплітуди акустичних піків та впадин у спектрі потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання за даними одного року та трьох років спостережень WMAP

Назва	WMAP-2003		WMAP-2006	
	положення l	амплітуда $(\Delta T)^2$, мК ²	положення l	амплітуда $(\Delta T)^2$, мК ²
Перший пік	220.1±0.8	5583±73	220.7±0.7	5619±30
Перша впадина	411.0±3.5	1681±41	412.8±1.9	1704±27
Другий пік	546.0±10.0	2381±83	531.3±3.5	2476±40
Друга впадина			674.6±12.1	1668±85
Третій пік	820.0±18.0*	2150±860*	1143±167**	2442±355**

* + BOOMERANG + MAXIMA + DASI, ** + CBI + ACBAR

Таблиця 2. Амплітуда спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання на низьких гармоніках за даними одного та трьох років спостережень WMAP

l	$(\Delta T)_l^2$, мК ²	
	WMAP-2003	WMAP-2006
2	123±763	211±860
3	612±608	1041±664
4	757±504	731±537
5	1257±432	1521±453
6	696±380	661±395
7	830±342	1331±353
8	628±314	671±322
9	815±292	631±298
10	618±276	751±280

режень, отриманих у експериментах CBI [33] і ACBAR [23], в яких флюктуації температури реліктового випромінювання вимірювались на окремих ділянках неба із високим кутовим розділенням. Однак не виключено, що наведена точність визначення положення і амплітуди третього піку на рівні 15 % не враховує систематичних похибок, що впливає із порівняння кривої на рис. 1 із даними про положення піку в табл. 1.

В табл. 2 приведено величини $(\Delta T)_l^2 = l(l+1)C_l/2\pi$ для діапазону сферичних гармонік $2 \leq l \leq 10$ (область плато Сакса-Вольфа), отримані із даних першого року і трьох років спостережень. Основний внесок у невизначеність значень амплітуди реального спектру на цих масштабах дає космічна дисперсія, що має неусувний характер через неповну статистику великих ділянок небесної сфери, яким відповідають низькі сферичні гармоніки $l \leq 10$. Однак ця ділянка спектру дуже важлива для аналізу, оскільки у ній проявляється інформація про первинні збурення метрики простору-часу, не спотворена пізніми ефектами зміни форми спектру.

Ми використаємо ці дані для визначення головних параметрів Λ CDM-моделі, доповнюючи їх даними про амплітуду спектру на низьких гармоніках $l = 2 \dots 10$, наведеними в табл. 7 із роботи [20].

WMAP-2006: КОСМОЛОГІЧНІ ПАРАМЕТРИ

Аналіз усієї сукупності спостережень вказує на те, що найпростішим варіантом космологічної моделі, яка здатна узгодити різномірні дані, є Λ CDM-модель. Вона має такі головні параметри: стала Габбла H_0 (зручніше використовувати безрозмірний параметр $h \equiv H_0/100$ км/с/Мпк), космологічна стала Λ (частіше використовується її представлення в одиницях критичної густини $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H_0^2)$), густина Ω_b баріонної (світної) речовини в одиницях критичної густини, густина Ω_m всієї матерії (баріонна + холодна темна матерія), амплітуда A_s первинного спектру скалярних збурень та його нахил n_s (первинний спектр потужності $P_s(k) = A_s k^{n_s}$ є фур'є-образом двоточкової просторової кореляційної функції збурень густини). Замість амплітуди спектру A_s часто використовується наглядніша величина — середнє квадратичне значення σ_8 збурення густини на масштабі багатих скупчень галактик $R = 8h^{-1}$ Мпк:

$$\sigma_8^2 = A_s^2 \int_0^\infty T(k)^2 k^{n_s+2} W^2(8k) dk / (2\pi)^{3/2},$$

де $T(k)$ — перехідна функція, яка залежить від основних параметрів моделі, $W(8k)$ — фур'є-образ функції вікна, яка виділяє об'єм, що вміщає масу, сумірну із масою багатого скупчення галактик.

Ще одним важливим параметром є оптична глибина τ до сфери останнього розсіювання, зумовлена вторинною іонізацією баріонної речовини першими світними об'єктами — масивними зорями та квазарами. Λ CDM-модель можна розширити, включивши тензорну моду збурень із первинним спектром потужності $P_t(k) = A_t k^{n_t}$ та додаючи до густини темної матерії гарячу складову у вигляді N_ν сортів нейтрино із ненульовою масою спокою, $\Omega_\nu = \Sigma m_\nu / (93.104 h^2)$. Таким чином, загальна кількість незалежних параметрів космологічної моделі може сягати 11. Не всі із них є незалежними, наприклад параметр кривини 3-простору визначається вмістом матерії і значенням космологічної сталої: $\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda$. У низці останніх праць, присвячених визначенню космологічних параметрів, встановлено лише верхні межі параметрів A_t та Ω_ν , а найоптимальніші значення настільки близькі до нуля, що цими параметрами під час обчислень характеристик великомасштабної структури Всесвіту можна знехтувати. Тому ми зосередимося на визначенні головних параметрів Λ CDM-моделі — Ω_Λ , Ω_m , Ω_b , h , A_s , n_s . Значення оптичної глибини зафіксуємо на рівні $\tau = 0.09$, згідно із результатами його визначення на основі флюктуацій поляризації реліктового випромінювання, отриманих в експерименті WMAP [29].

Метод визначення параметрів Λ CDM-моделі полягає у наступному. Нехай маємо N вимірних значень характеристик великомасштабної структури, на їхній основі потрібно знайти значення n космологічних параметрів. Вважаємо, що розподіл імовірності для збурень є гауссівським, і всі спостережувані дані взаємно незалежні. Ступінь вільності такої системи становитиме $\nu = N - n$. Значення космологічних параметрів отримуємо за допомогою нелінійного методу Левенберга—Марквардта [32], застосовуючи його до мінімізації величини

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\tilde{y}_j - y_j}{\Delta y_j} \right)^2,$$

де \tilde{y}_j — виміряне значення j -ї характеристики структури, y_j — її теоретичне передбачення, $\Delta\tilde{y}_j$ — статистична похибка виміряного значення, N — кількість всіх спостережуваних характеристик. Точність визначення параметрів моделі залежить не лише від точності вимірювань, але також і від точності обчислення теоретичних передбачень y_j . Для обчислень спектру флюктуацій температури реліктового випромінювання та збурень густини речовини можна скористатись програмним пакетом CMBFast [35, 42] або його модифікаціями CAMBCODE [7] та CMBEasy [11]. Ці програмні пакети ґрунтуються на числовому інтегруванні системи лінійних рівнянь Айнштейна—Больцмана для збурень у багатокомпонентному середовищі. У них досягається внутрішня точність обчислення спектрів флюктуацій температури реліктового випромінювання та збурень густини порядку 1 % або краща. Тривалість обчислення однієї моделі у цих програмах незначна, однак їхнє пряме застосування в оптимізаційних задачах потребує великих обчислювальних ресурсів, бо в алгоритмах пошуку потрібно обчислити велику кількість моделей. Як альтернатива до числового інтегрування застосовуються напіваналітичні методи або інтерполяції в наперед обчисленій сітці значень відповідних передбачень. Саме такі методи використовуються у цій роботі, контроль точності здійснюється за допомогою програми CMBFast.

Положення і амплітуди піків для довільного набору космологічних параметрів розраховуватимемо наступним чином. Доповнимо програму CMBFast підпрограмою знаходження екстремумів спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в області акустичних піків і виведемо їх у файл поряд із відповідними значеннями параметрів Ω_Λ , Ω_m , h , Ω_b , n_s . Будуємо сітку значень амплітуд і положень акустичних піків та впадин для області в просторі параметрів $\Omega_\Lambda = 0.0 \dots 0.8$, $\Omega_m = 0.2 \dots 0.8$, $h = 0.3 \dots 0.9$ із кроком 0.1 та $\Omega_b = 0.02 \dots 0.08$, $n_s = 0.9 \dots 1.1$ із кроком 0.01 для трьох значень кривини $\Omega_k = -0.05, 0, 0.05$. В кожному вузлі сітки A_s визначалось шляхом нормування спектру $\Delta T/T$ згідно із [5], і згодом перенормувалось в алгоритмі оптимізації. Зауважимо, що коефіцієнт перенормування не виходив за межі 0.9—1.1. Положення і амплітуди акустичних піків і впадин для значень параметрів між вузлами сітки обчислювались інтерполяцією за допомогою 5-вимірної поверхні другого порядку. Порівняння з результатами прямих обчислень програмою CMBFast показало, що відхилення інтерпольованих значень від точних не перевищують 0.5 %.

Амплітуда спектра флюктуацій температури реліктового випромінювання на низьких сферичних гармоніках обчислювалась напіваналітичним методом [13], його точність для цієї області цілком задовільна.

У процедурі визначення космологічних параметрів, окрім даних WMAP, було використано також дані інших космологічних спостережень: обмеження на сталу Габбла $h = 0.72 \pm 0.08$ [15], вміст баріонів $\Omega_b h^2 = 0.0214 \pm 0.002$ [22] та темної матерії $\Omega_m - 0.75 \Omega_\Lambda = -0.25 \pm 0.125$ [30] (цим групам даних дамо умовні позначення h , BBN та SNIa відповідно); а також дані, що стосуються неоднорідностей просторового розподілу галактик та їхніх пекулярних швидкостей, багатих скупчень галактик та їхні функції мас і рентгенівської світності, L_{α} -хмарок в міжгалактичному просторі (LSS). Увесь перелік спостережуваних величин нараховує 112 експериментальних величин із похибками σ (див. табл. 4 та рис. 3—6). Вважаємо всі вимірювання статистично незалежними, а також припускаємо, що розподіл імовірності експериментальних похибок відповідає нормальному закону. Докладний опис процедури обчислення характеристик великомасштабної

Таблиця 3. Найоптимальніші значення параметрів Λ CDM-моделі із різних визначень

Параметри	Дані [36]	WMAP2006 Λ CDM1	WMAP2006 + h + SNIa, Λ CDM2	WMAP2006 + BBN, BBN + h + SNIa + LSS, Λ CDM3
Ω_k	-(0.003—0.04)	-0.003	-0.004	-0.014
Ω_Λ	0.65—0.76	0.771	0.763	0.736
Ω_m	0.23—0.30	0.232	0.241	0.278
Ω_b	0.04—0.05	0.040	0.041	0.050
h	0.68—0.79	0.76	0.74	0.68
n_s	0.9 —0.99	0.97	0.97	0.96
σ_8	0.7 —0.83	0.73	0.74	0.73
χ^2/ν	—	1.11	0.96	0.95

структури для заданого початкового спектру потужності збурень густини подано у наших роботах [12, 13]. Для перехідної функції $T(k)$ початкового спектру потужності збурень густини в Λ CDM-моделі використано аналітичну апроксимацію із [14].

Результати визначення шести головних параметрів Λ CDM-моделі приведені в табл. 3 для трьох наборів спостережуваних даних: лише самі дані WMAP-2006, дані набору WMAP-2006 + h + BBN + SNIa, та WMAP2006 + h + BBN + h + SNIa + LSS. Позначимо ці моделі відповідно Λ CDM1, Λ CDM2 та Λ CDM3. Для останньої моделі ми обчислили також 95.4 % довірчі інтервали значень кожного параметра p_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) шляхом інтегрування відповідних функцій правдоподібності $L(p_i) = \exp[-0.5\Delta\chi^2(p_i)]$ (детально метод описано у роботах [1, 2]). Як і в роботі [1], функції правдоподібності для кожного параметра є симетричними відносно його найоптимальнішого значення і добре апроксимуються функцією Гаусса. Таким чином, значення параметрів, приведені в останній графі табл. 3, припадають на середину відповідних інтервалів: $\Omega_\Lambda = 0.67\dots 0.80$, $\Omega_m = 0.20\dots 0.36$, $\Omega_b = 0.04\dots 0.06$, $h = 0.59\dots 0.76$, $n_s = 0.945\dots 0.975$, $\sigma_8 = 0.65\dots 0.81$. Значення параметрів у моделях Λ CDM1 і Λ CDM2 попадають в ці інтервали теж. Як бачимо, найоптимальніші значення параметрів, отримані лише із даних WMAP, практично збігаються із результатами визначення команди WMAP (табл. 2 і 5 у роботі [36]). Важливе досягнення космології у тому, що визначені за даними WMAP-2006 параметри h , $\Omega_b h^2$ та Ω_m узгоджуються із іншими незалежними «прямими» визначеннями [15, 22, 30]. Це дає підстави називати Λ CDM-модель із приведеними тут чи в [36] параметрами узгодженою (concordance) моделлю, як запропоновано в роботі [39]. Саме тому включення прямих вимірювань параметрів до вхідних даних для визначення параметрів зменшує відношення χ^2/ν .

Включення даних про великомасштабну структуру Всесвіту зменшило оптимальне значення сталої Габбла до 0.68, але значення решти параметрів залишилися у межах стандартних відхилень σ , що їх отримала команда WMAP (табл. 2 і 5 у роботі [36]). Слід відзначити також «стійкість» знаку параметра кривини, хоч величина його мала і залежить від набору даних, які використовуються для визначення параметрів. Це може бути вказівкою на те, що кривина 3-простору спостережуваного Всесвіту мала і додатна, тобто його гіперповерхня постійного часу є скінченною за об'ємом, яка розширюватиметься завжди і з наростаючим темпом.

WMAP-2006: ВЕЛИКОМАСШТАБНА СТРУКТУРА

З допомогою програми CMBFast обчислимо кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання $l(l+1)C_l/2\pi$ для Λ CDM-моделей із параметрами з табл. 3 та оцінимо його узгодженість із спостережуваним. Нормувати спектр будемо шляхом мінімізації статистики χ^2 за сумою по всіх точках. Результати розрахунків представлені на рис. 2. Для спектру моделі Λ CDM1 $\chi^2 = 54.6$, Λ CDM2 — $\chi^2 = 53.3$, Λ CDM3 — $\chi^2 = 37.2$. Таким чином, спектр Λ CDM3-моделі апроксимує спостережувані точки спектру із таким же значенням для χ^2 , що й в роботі [36] (на рис. 1 вони наклалися).

У табл. 4 приведені спостережувані характеристики $\tilde{y}_j \pm \Delta\tilde{y}_j$ великомасштабної структури Всесвіту, які використовувались у процедурі пошуку параметрів Λ CDM-моделі, та їхні значення в Λ CDM-моделях із параметрами, що відповідають мінімуму χ^2 за різними визначеннями. У дужках приведені відносні відхилення $(y_j - \tilde{y}_j)/\Delta\tilde{y}_j$ модельних значень від спостережуваних. Знак плюс означає, що модельна величина є більшою за спостережувану, мінус — менша. Зірочкою позначено величини, які не використовувались у процедурі визначення параметрів. Як бачимо, більшість характеристик великомасштабної структури Всесвіту, обчислених на основі спектрів Λ CDM-моделей, потрапляє у діапазон 1σ спостережуваних величин, і жодна не виходить за межі 3σ . Статистика відхилень відповідає нормальному розподілу. Ті характеристики великомасштабної структури, спостережувані значення яких відхиляються від модельних більше ніж на 1σ , потребують детальнішого аналізу.

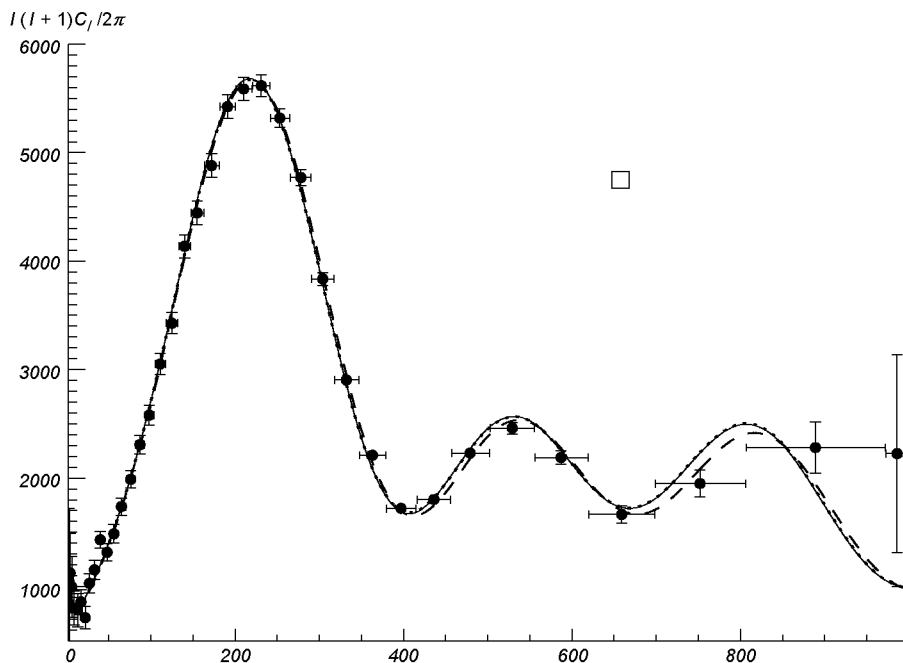


Рис. 2. Спектри потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання для Λ CDM-моделей із параметрами з табл. 3 (суцільна лінія — Λ CDM1, штрих-пунктирна — Λ CDM2, штрихова — Λ CDM3), точки — спостережуваний спектр WMAP-2006

Таблиця 4. Спостережувані характеристики великомасштабної структури Всесвіту та їхні значення у Λ CDM-моделях з параметрами, що відповідають мінімуму χ^2 . В дужках приведені відхилення модельних значень від спостережуваних в одиницях стандартного відхилення σ

Величини	Спостережувані дані	WMAP2006	WMAP2006 + BBN + h + SNIa	WMAP2006 + BBN + h + SNIa + LSS
l_{p1}	220.7±0.7 [20]	220.3 (−0.54)	220.4 (−0.43)	219.8 (−1.29)
$(\Delta T)_{p1}^2, \text{мкК}^2$	5619±30 [20]	5619 (0.00)	5615 (−0.13)	5604 (−0.51)
l_{d1}	412.8±1.9 [20]	412.3 (−0.26)	412.0 (−0.42)	412.3 (−0.39)
$(\Delta T)_{d1}^2, \text{мкК}^2$	1704±27 [20]	1668 (−1.35)	1670 (−1.28)	1673 (−1.15)
l_{p2}	531.3±3.5 [20]	536.3 (+1.42)	536.2 (+1.39)	537.4 (+1.75)
$(\Delta T)_{p2}^2, \text{мкК}^2$	2476±40 [20]	2534 (+1.44)	2539 (+1.57)	2558 (+2.05)
l_{d2}	674.6±12.1 [20]	674.4 (−0.02)	674.1 (−0.04)	679.7 (+0.42)
$(\Delta T)_{d2}^2, \text{мкК}^2$	1668±85 [20]	1692 (+0.28)	1700 (+0.38)	1687 (+0.22)
l_{p3}	1143±167 [20]	814.5* (−1.97)	814.3* (−1.97)	820.2* (−1.93)
$(\Delta T)_{p3}^2, \text{мкК}^2$	2442±355 [20]	2451* (+0.03)	2463* (+0.06)	2439* (−0.01)
$(\Delta T)_{2}^2, \text{мкК}^2$	211±860 [20]	993 (+0.91)	980 (+0.89)	1013 (+0.93)
$(\Delta T)_{3}^2, \text{мкК}^2$	1041±664 [20]	940 (−0.15)	934 (−0.16)	983.4 (−0.93)
$(\Delta T)_{4}^2, \text{мкК}^2$	731±537 [20]	892 (+0.30)	889 (+0.29)	942.5 (+0.39)
$(\Delta T)_{5}^2, \text{мкК}^2$	1521±453 [20]	877 (−1.42)	873 (−1.43)	923.7 (−1.32)
$(\Delta T)_{6}^2, \text{мкК}^2$	661±395 [20]	851 (+0.48)	849 (+0.48)	903.4 (+0.61)
$(\Delta T)_{7}^2, \text{мкК}^2$	1331±353 [20]	835 (−1.41)	835 (−1.41)	892.5 (−1.24)
$(\Delta T)_{8}^2, \text{мкК}^2$	671±322 [20]	826 (+0.48)	827 (+0.48)	887.6 (+0.67)
$(\Delta T)_{9}^2, \text{мкК}^2$	631±298 [20]	822 (+0.64)	824 (+0.65)	886.6 (+0.86)
$(\Delta T)_{10}^2, \text{мкК}^2$	751±280 [20]	820 (+0.25)	843 (+0.26)	888.3 (+0.49)
h	0.72±0.08 [15]	0.755* (+0.44)	0.744 (+0.30)	0.676 (−0.55)
$\Omega_b h^2$	0.0214±0.002 [22]	0.0228* (+0.70)	0.0228 (+0.71)	0.0228 (+0.72)
$\Omega_m - 0.75\Omega_\Lambda$	−0.25±0.125 [30]	−0.35* (−0.80)	−0.35 (−0.77)	−0.27 (−0.19)
$V_{50}, \text{км/с}$	370±110 [10]	251* (−1.08)	255* (−1.05)	271 (−0.90)
Δ_p	0.54±0.13 [8]	0.57* (+0.20)	0.59* (+0.38)	0.55 (+0.10)
n_p	−2.47±0.06 [8]	−2.49* (−0.37)	−2.49* (−0.35)	−2.50 (−0.55)
Δ_p	0.72±0.09 [25]	0.57* (−1.67)	0.60* (−1.33)	0.56* (−1.79)
n_p	−2.55±0.10 [25]	−2.53* (+0.19)	−2.53* (+0.19)	−2.54* (+0.09)
σ_8	0.56±0.071 [41]	0.36* (−2.82)	0.38* (−2.54)	0.40 (−2.26)
σ_{cl}	0.508±0.029 [31]	0.44* (−2.34)	0.45* (−2.00)	0.46 (−1.33)

* — У процедурі пошуку параметрів не використовувались.

Порівняємо тепер спектр потужності збурень густини речовини у моделі Λ CDM3 із його оцінками, що здійснюються за неоднорідностями в просторовому розподілі галактик та скупчень галактик, які не використовувались у процедурі визначення параметрів. Представимо його безрозмірною величиною $\Delta^2(k) \equiv P(k)k^3/(2\pi^2)$, яка наближено дорівнює середній квадратичній величині збурення густини речовини у масштабі π/k Мпк. Таким чином, будемо незалежний критерій адекватності параметрів отриманої моделі. На рис. 3 приведено спектри потужності, отримані із просторової кореляційної функції багатих скупчень галактик за каталогами Abell і ACO [34], та із статистики ліній поглинання L_{y_α} у спектрах далеких квазарів, зумовлених хмарами нейтрального водню у міжгалактичному середовищі [8]. Експериментальні точки останнього в області малих масштабів ($k > 1h$) практично «лягли» на спектр моделі. Його коливання в області масштабів $0.2h \leq k \leq 0.8h$ є наслідком просторової обмеженості вибірки і не відобра-

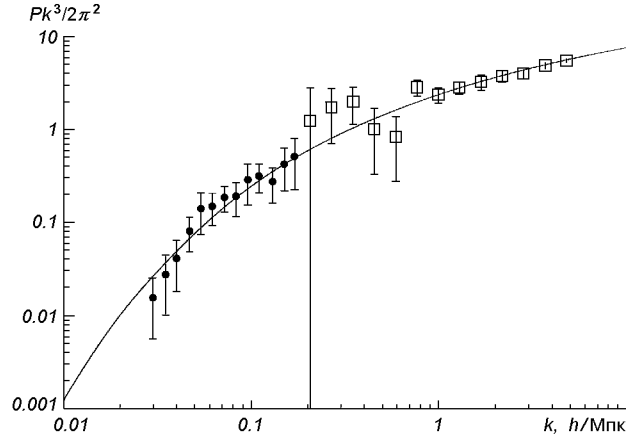


Рис. 3. Спектри потужності (точки) [34] флюктуацій густини речовини, отримані на основі просторового розподілу багатих скупчень галактик із каталогу Abell і ACO ($P(k) = P_{A+ACO}(k)/b_{A+ACO}^2$, $b_{A+ACO} = 2.86$) та статистики ліній поглинання Ly_{α} у спектрах далеких квазарів [8] (квадратики). Суцільна лінія — спектр потужності флюктуацій густини у моделі Λ CDM3

жають поведінки реального спектру збурень. В роботі [8] цей спектр приведений для $z = 2.72$, тут ми перерахували його амплітуду на $z = 0$ за законом розвитку збурень в лінійній теорії

$$P(k) = P(k; z)D_1^2(0)/D_1^2(z),$$

де $P(k; z)$ — спектр потужності для довільного z , $D_1(z)$ — лінійний фактор росту, який добре апроксимується аналітичною формулою [6]

$$D_1(z) = \frac{5}{2} \frac{\Omega(z)}{1+z} \left[\frac{1}{70} + \frac{209\Omega(z) - \Omega^2(z)}{140} + \Omega^{4/7}(z) \right]^{-1},$$

$$\Omega(z) = \frac{\Omega_m(1+z)^3}{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda}}.$$

Таке узгодження спектру потужності збурень густини речовини Λ CDM3-моделі із отриманим на основі спостережуваних даних в [8] є добрим аргументом на підтвердження її адекватності.

Яскраві галактики і багаті скупчення галактик сформувались у високих піках збурень густини речовини, тому спектр потужності неоднорідного розподілу таких об'єктів пов'язаний із спектром густини речовини через параметр байсінгу (зміщення) b : $P(k)_{g,cl} = b_{g,cl}^2 P(k)$ [3]. Ми визначили його для спектру [34] шляхом мінімізації відхилень $b^2 \Delta^2(k)$ від $\Delta_{A+ACO}^2(k)$ методом Левенберга—Марквардта: $b_{A+ACO} = 2.86$. Як бачимо із рис. 3, форма спектру $P_{A+ACO}(k)/b_{A+ACO}^2$ добре апроксимується спектром із Λ CDM3-моделі. Із збільшенням масштабу (зменшенням k) в області $k \leq 0.05h$ величина Δ_{A+ACO}^2 зменшується швидше, ніж $\Delta_{\Lambda CDM}^2$. Це зумовлено тим, що використана у роботі [34] вибірка багатих скупчень галактик є просторово обмеженою ($\leq 300h^{-1}$ Мпк), що підтверджує аналогічний спектр з вибіркою на масштабі 1 Гпк, отриманий в роботі [26] і зображений на рис. 4. Для нього масштабно-незалежний параметр байсінгу $b_{cl} = 3.92$ було визначено так само, як і в попередньому випадку. Видиме підняття спектру на великих масштабах, найімовірніше, зумовлене залежністю байсінга від масштабу,

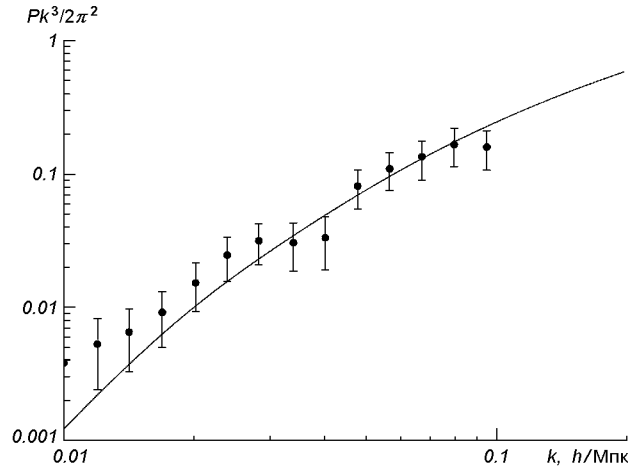


Рис. 4. Спектр потужності [26] флюктуацій густини речовини, отриманий на основі просторового розподілу багатих скупчень галактик із каталогу Abell і ACO: $P(k) = P_{A+ACO}(k)/b_{A+ACO}^2$, $b_{A+ACO} = 3.92$. Суцільна лінія — спектр потужності флюктуацій густини в Λ CDM3-моделі

яка тут не врахована. Справді, на великих відстанях перевагу мають яскравіші скупчення, які сформувались у вищих піках збурень густини речовини, і тому більше кластеризовані [38].

Тепер порівнюємо модельні спектри із спектрами потужності, отриманими із спостережень неоднорідностей просторового розподілу галактик. Тлумачення галактичних спектрів потужності ускладнюється нелінійною дисторсією на малих масштабах ($k > 0.3h$ Мпк⁻¹), залежністю байсінга від масштабу та кореляцією між значеннями його амплітуди в сусідніх інтервалах хвильових чисел. Тому для порівняння із лінійним спектром із Λ CDM-моделі обмежимося ділянкою галактичного спектру у масштабах $k \leq 0.3h$ Мпк⁻¹. Вважатимемо також, що в цій області масштабів байсінг не залежить від k . В роботі [18] запропоновано процедуру, яка зменшує корельованість точок в нелінійній області і практично повністю усуває в лінійній. Там же приведено декорельований таким чином спектр потужності з огляду PSRCz галактик IRAS (Point Source Redshift Catalog) (див. рис. 5). Ми визначили параметр байсінгу для нього шляхом мінімізації χ^2 методом Левенберга-Марквардта. Він виявився близьким до одиниці: $b_{\text{PSRCz}} = 1.08$, що властиво для галактик з огляду IRAS. Аналогічний спектр потужності з огляду SDSS (Sloan Digital Sky Survey) [38] приведено на рис. 6. Параметр байсінгу для нього дорівнює $b_{\text{SDSS}} = 1.21$. Для порівняння з лінійним спектром потужності Λ CDM-моделі амплітуди галактичних спектрів поділені на квадрати відповідних байсінгів. Як бачимо, лінійний спектр потужності збурень густини речовини моделі Λ CDM добре узгоджується з амплітудами і формами (залежністю від k) спостережуваних спектрів потужності неоднорідностей просторового розподілу галактик.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ВИСНОВКИ

Порівнюємо тепер узгодження розрахованих спектрів із спостережуваними для двох моделей — нашої Λ CDM3 і Λ CDM із роботи [36], яка має параметри $\Omega_\Lambda = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$, $A_s = 0.83$, $n_s = 0.958$. У табл. 5 приведено значення χ^2 для всіх використаних тут спектрів

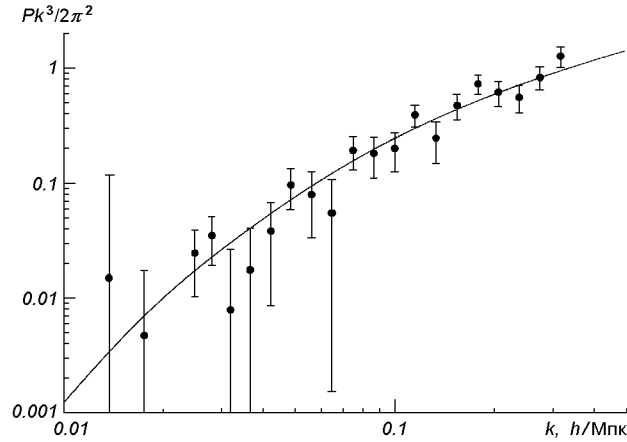


Рис. 5. Спектр потужності флюктуацій густини речовини, отриманий на основі просторового розподілу галактик із огляду IRAS Point Source Redshift Catalog Survey (PSRCz) [18]: $P(k) = P_{\text{PSRCz}}(k)/b_{\text{PSRCz}}^2$, $b_{\text{PSRCz}} = 1.08$. Суцільна лінія — спектр потужності флюктуацій густини у ΛCDM -моделі

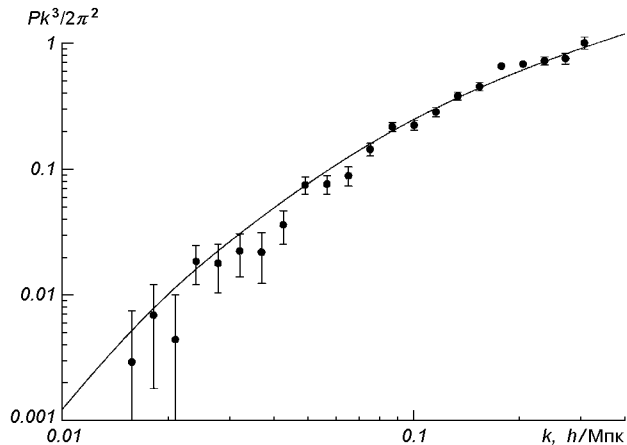


Рис. 6. Спектри потужності флюктуацій густини речовини, отримані на основі просторового розподілу галактик з огляду SDSS (Sloan Digital Sky Survey) [38]: $P(k) = P_{\text{SDSS}}(k)/b_{\text{SDSS}}^2$, $b_{\text{SDSS}} = 1.21$. Суцільна лінія — спектр потужності флюктуацій густини в ΛCDM -моделі

потужності. Для спектрів потужності неоднорідностей просторового розподілу галактик та скупчень галактик у дужках приведено значення параметрів байсінгу, розрахованих для обох моделей однаково чинно. Як бачимо, спектр потужності із ΛCDM -моделі апроксимує більшість спостережуваних спектрів з меншим значенням χ^2 (за винятком $P_{A+ACO}(k)$ [26]), ніж ΛCDM -моделі [36]. Таким чином, можна вважати, що із цих двох моделей ΛCDM -моделі дещо ближча до істинної моделі Всесвіту, пошуки якої тривають.

Зіставляючи розраховані у ΛCDM -моделях характеристики великомасштабної структури із спостережуваними, приведені в табл. 4 та на рис. 2—6, маємо відзначити, що попри добру узгодженість цілої сукупності даних наявні також «стійкі» відхилення значень деяких характеристик за межі

Таблиця 5. χ^2 для різних спектрів Λ CDM3 та Λ CDM [35]

Параметр	χ^2 в Λ CDM [36]	χ^2 в Λ CDM3
$l(l+1)C_l / (2\pi)$ [20]	32.8	32.2
$P_{Ly\alpha}(k)$ [8]	17.81	8.13
$P_{A+ACO}(k)$ [34]	4.22 ($b = 2.70$)	4.02 ($b = 2.86$)
$P_{A+ACO}(k)$ [26]	8.44 ($b = 3.70$)	9.43 ($b = 3.92$)
$P_{PSRCz}(k)$ [18]	14.68 ($b = 1.03$)	14.03 ($b = 1.08$)
$P_{SDSS}(k)$ [38]	46.93 ($b = 1.16$)	39.29 ($b = 1.21$)

стандартних відхилень σ . «Стійкими» називаємо такі відхилення, які не усуваються змінами у наборі спостережних даних. До них належать:

- положення l_{p_2} , l_{p_3} 2-го і 3-го акустичних піків;
- амплітуди $(\Delta T)_{d_1}^2$, $(\Delta T)_{p_2}^2$, $(\Delta T)_{p_3}^2$ 1-ї впадини та 2-го і 3-го акустичних піків;
- амплітуди $(\Delta T)_5^2$, $(\Delta T)_7^2$ 5-ї та 7-ї сферичних гармонік;
- амплітуда спектру потужності збурень густини, отримана із функції рентгенівської температури (σ_8 [41]) та функції мас багатих скупчень галактик (σ_{cl} [31]).

Для цих відхилень можна висунути кілька пояснень: 1) надмірна «жорсткість» Λ CDM-моделі; 2) припущення про масштабну інваріантність первинного спектру збурень; 3) переоцінений діапазон похибок 1σ для деяких експериментальних величин. Очевидно, що розширення Λ CDM-моделей на випадок темної енергії та розвиток моделей інфляції із масштабно-залежним спектром пов'язані із можливістю їхньої перевірки якісними спостережними даними.

Отже, використані тут дані спостережувальної космології, які охоплюють масштаби від 1 до 10000 Мпк, вказують на те, що Λ CDM-модель із параметрами $\Omega_\Lambda = 0.736 \pm 0.065$, $\Omega_m = 0.278 \pm 0.080$, $\Omega_b = 0.05 \pm 0.011$, $h = 0.68 \pm 0.09$, $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ та $n_s = 0.96 \pm 0.015$ найкращим чином апроксимує усю сукупність даних. Можна вважати, що у класі таких космологічних моделей із шістьма параметрами ця модель є найближчою до істинної моделі спостережуваного Всесвіту.

1. Новосядлий Б., Апунович С. Космологічні обмеження на амплітуду реліктових гравітаційних хвиль // Журн. фіз. досліджень.—2005.—9.—С. 280—291.
2. Apunevych S., Novosyadlyj B. Constraints on relic gravitational waves from CMB and LSS observations // «Astrophysics and cosmology after Gamov — theory and observations»: Proc. of Gamov memorial conf. / Eds A. Zhuk, G. S. Bisnovaty-Kogan, S. Silich, R. Terlevich. — Cambridge: Sci. Publ. Ltd., 2005.—P. 105—112.
3. Bardeen J. M., Bond J. R., Kaiser N., Szalay A. S. The statistics of peaks of Gaussian random fields // Astrophys. J.—1986.—304.—P. 15—61.
4. Bennett C. L., Halpern M., Hinshaw G., et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results // Astrophys. J. Suppl. Ser.—2003.—148.—P. 1—28.
5. Bunn E. F., White M. The 4 year COBE normalization and large-scale structure // Astrophys. J.—1997.—480.—P. 6.
6. Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L. The cosmological constant // Annu. Rev. Astron. and Astrophys.—1992.—30.—P. 499—542.
7. Challinor A., Lewis A. Lensed CMB power spectra from all-sky correlation functions // Phys. Rev.—2005.—D71—103010.

8. *Craft R. A. C., Hu W., Dave R.* Cosmological limits on the neutrino mass from the Ly α forest // *Phys. Rev. Lett.*—1999.—**83**.—P. 1092.
9. *de Bernardis P., Ade P. A. R., Bock J. J., et al.* A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation // *Nature*.—2000.—**404**.—P. 995—999.
10. *Dekel A., Eldar A., Kolatt T., et al.* POTENT reconstruction from mark III velocities // *Astrophys. J.*—1999.—**522**.—P. 1—38.
11. *Doran M.* CMBEASY: an Object Oriented Code for the Cosmic Microwave Background // *JCAP*.—2005.—**0510**.—011.
12. *Durrer R., Novosyadlyj B.* Cosmological parameters from complementary observations of the Universe // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2001.—**324**.—P. 560—572.
13. *Durrer R., Novosyadlyj B., Apunevych S.* Acoustic peaks and dips in the cosmic microwave background power spectrum: observational data and cosmological constraints // *Astrophys. J.*—2003.—**583**.—P. 33—48.
14. *Eisenstein D. J., Hu W.* Power spectra for cold dark matter and its variants // *Astrophys. J.*—1999.—**511**.—P. 5—15.
15. *Freedman W. L., Madore B. F., Gibson B. K., et al.* Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant // *Astrophys. J.*—2001.—**553**.—P. 47.
16. *Jarosik N., Barnes C., Greason M. R., et al.* Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: beam profiles, data processing, radiometer characterization and systematic error limits // *Astrophys. J.*—2006.—(astro-ph/0603452).
17. *Halverson N. W., Leitch E. M., Pryke C., et al.* DASI first results: a measurement of the cosmic microwave background angular power spectrum // *Astrophys. J.*—2002.—**568**.—P. 38—45.
18. *Hamilton A. J. S., Tegmark M.* The real-space power spectrum of the PSRCz survey from 0.01 to 300Mpc/h // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2002.—**330**.—P. 506—530.
19. *Hanany S., Ade P., Balbi A., et al.* MAXIMA-1: a measurement of cosmic microwave background on angular scales of 10' — 5° // *Astrophys. J.*—2000.—**545**.—P. L5—L9.
20. *Hinshaw G., Nolte M. R., Bennett C. L., et al.* Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: temperature analysis // *Astrophys. J.*—2006.—(astro-ph/0603451).
21. *Hinshaw G., Spergel D. N., Verde L., et al.* First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: the angular power spectrum // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**148**.—P. 135—159.
22. *Kirkman D., Tytler D., Suzuki N., et al.* The cosmological baryon density from the deuterium-to-hydrogen ratio in QSO absorption systems: D/H toward Q1243+3047 // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**149**.—P. 1—28.
23. *Kuo C. L., et al.* High-Resolution Observations of the Cosmic Microwave Background Power Spectrum with ACBAR // *Astrophys. J.*—2004.—**600**, N 1.—P. 32—51.
24. *Lee A. T., Ade P., Balbi A., et al.* High spatial resolution analysis of the MAXIMA-1 cosmic microwave background anisotropy data // *Astrophys. J.*—2001.—**561**.—P. L1—L5.
25. *McDonald P., Miralda-Escud e J., Rauch M., et al.* The observed probability distribution function, power spectrum, and correlation function of the transmitted flux in the Ly alpha forest // *Astrophys. J.*—2000.—**543**.—P. 1—23.
26. *Miller C. J., Batuski D. J.* The power spectrum of rich clusters on near-gigaparsec scales // *Astrophys. J.*—2001.—**551**.—P. 635—642.
27. *Netterfield C. B., Ade P. A. R., Bock J. J., et al.* A measurement by BOOMERANG of multiple peaks in the angular power spectrum of the cosmic microwave background // *Astrophys. J.*—2002.—**571**.—P. 604—614.
28. *Novosyadlyj B., Apunevych S.* The constraints on power spectrum of relic gravitational waves from current observations of large-scale structure of the Universe // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies. Suppl.*—2005—**5**.—P. 199—204.
29. *Page L., Hinshaw G., Komatsu E., et al.* Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Polarization analysis // *Astrophys. J.*—2006.—(astro-ph/0603450).
30. *Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., et al.* Measurements of Omega and LAMBDA from 42 high-redshift supernovae // *Astrophys. J.*—1999.—**517**.—P. 565—586.
31. *Pierpaoli E., Scott D., White M.* Power-spectrum normalization from the local abundance of rich clusters of galaxies // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2001.—**325**.—P. 77—88.
32. *Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.* Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing — New York: Cambridge Univ. Press, 1992.
33. *Readhead A. C. S., et al.* Extended mosaic observations with the Cosmic Background Imager // *Astrophys. J.*—2004.—**609**.—P. 498—512.
34. *Retzlaff J., Borgani S., Gottlober S., et al.* Constraining cosmological models with cluster power spectra // *New Astron. Rev.*—1998.—**3**.—P. 631—646.
35. *Seljak U., Zaldarriaga M.* A line-of-sight integration approach to cosmic microwave background anisotropies // *Astrophys. J.*—1996.—**469**.—P. 437—444.

36. *Spergel D. N., Bean R., Dore O., et al.* Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Implications for cosmology // *Astrophys. J.*—2006.—(astro-ph/0603449).
37. *Spergel D. N., Verde L., Peiris H. V., et al.* First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: determination of cosmological parameters // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**148**.—P. 175—215.
38. *Tegmark M., Blanton M. R., Strauss M. A., et al.* The three-dimensional power spectrum of galaxies from the sloan digital sky survey // *Astrophys. J.*—2004.—**606**.—P. 702—740.
39. *Tegmark M., Zaldarriaga M., Hamilton A. J. S.* Towards a refined cosmic concordance model: joint 11-parameter constraints from CMB and large-scale structure // *Phys. Rev. D.*—2001.—**63**, N 4.
40. *Verde L., Peiris H. V., Spergel D. N., et al.* First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Parameter Estimation Methodology // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**148**.—P. 195—211.
41. *Viana P. T. P., Liddle A. W.* Galaxy clusters at $0.3 < z < 0.4$ and the value of Ω_0 // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1999.—**303**.—P. 535—545.
42. *Zaldarriaga M., Seljak U.* CMBFAST for spatially closed universes // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1999.—**29**, N 2.—P. 431—434.

Надійшла до редакції 30.10.06