

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ ХРАНЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ γ -ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ СУХОМ ХРАНЕНИИ

В.И. Ткаченко, В.А. Цымбал, А.Ф. Стоянов

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,
г. Харьков, Украина*

Предложена и реализована численно математическая модель процесса нагревания стенки хранилища источника γ -излучения вследствие выделения тепловой энергии. Решалось уравнение теплопроводности с граничными условиями третьего рода. Учитывалось наличие принудительной вентиляции и возможность аварийных ситуаций, связанных с ее отказом. Работа выполнена в рамках партнерского проекта с УНТЦ Р-095.

Одной из важных задач, возникающих при проектировании установки γ -облучения как и любого объекта, в котором имеются радиоактивные материалы, является задача обеспечения безопасности системы, в частности, задача обеспечения безопасного режима хранения [1, 2]. Применительно к установке γ -облучения требуется, чтобы температура стен хранилища (при сухом способе хранения хранилище представляет собой бетонный бокс, расположенный в земле) не превышала заданного критического значения, для бетона $T_{кр}=70^{\circ}\text{C}$. Именно при такой температуре становится возможным обрушение стен хранилища.

Температура внутри бетонных стен хранилища источников γ -излучения зависит в основном от координаты x , направленной по нормали к поверхности стены. В дальнейшем будем считать, что значение координаты «0» соответствует поверхности стены. Тепловая энергия отводится из системы вследствие:

-конвективного теплообмена между поверхностью стены и воздухом (принудительная вентиляция);

-отвода тепла в системе водяного охлаждения.

Первый из приведенных путей отвода тепла приводит к снижению плотности потока энергии на поверхности бетонной стены q , второй – к изменению граничных условий задачи, т.е. имеются граничные условия третьего рода. Математически задача может быть сформулирована следующим образом [3, 4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha(T - T_{\infty}) \Big|_{x=0} = -q_0. \quad (1)$$

Здесь a^2 – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; α – коэффициент конвекции; T_{∞} – температура в набегающем потоке воздуха; q_0 – плотность потока энергии излучения.

Пусть $U=T-T_0$, T_0 – начальная температура бетона; $q=q_0-\alpha(T_0-T_0)$. Тогда:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \lambda \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha U \Big|_{x=0} = -q. \quad (2)$$

Решение приведенной задачи может быть выполнено разными методами, например, методом тепловых потенциалов [5] или методом функций Грина. Предлагаемая в настоящей работе итерационная схема имеет то преимущество, что ее численная реализация не требует существенных затрат времени и труда, если использовать программную среду MATHCAD.

Для решения системы (2) используем итерационную схему вида:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2}; \lambda \frac{\partial U_i}{\partial x} + \alpha U_{i-1} \Big|_{x=0} = -q. \quad (3)$$

Результаты выполнения шага итерационной схемы выписываются в квадратурах. Приведем, например, формулы для расчета U_1, U_2, U_3, U_4 :

$$\begin{aligned} U_1(x,t) &= \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{a}{\lambda} \int_0^t \frac{q}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau; \\ U_2(x,t) &= \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{a}{\lambda} \int_0^t \frac{q - \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{aq}{\lambda} 2\sqrt{t-\tau}}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau; \\ U_3(x,t) &= \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{a}{\lambda} \int_0^t \frac{q - \frac{a}{\lambda} \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{aq}{\lambda} \left[2q\sqrt{t-\tau} - \frac{\alpha\lambda}{\sqrt{\pi}} \frac{aq}{\lambda} \pi t \right]}{\sqrt{t-\tau}} \times e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau; \\ U_4(x,t) &= \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{a}{\lambda} \int_0^t \frac{q - \frac{\alpha}{\lambda} \Theta(t)}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Theta(t) = \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{a}{\lambda} \left[\begin{aligned} &2q\sqrt{t} - \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{aq}{\lambda} x \\ &\times \left(2qt \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\frac{I}{\pi}} \frac{aq}{\lambda} x \right) \\ &\times \left(\frac{4}{3} qt^{3/2} \pi - \frac{3}{8} \pi \frac{\alpha\lambda t^2}{\lambda\sqrt{\pi}} a \frac{q}{\lambda} \frac{4}{3} \right) \end{aligned} \right].$$

В настоящее время авторами выписаны аналогичные формулы для 13 итераций. Простые mnemonicические правила позволяют сформулировать соот-

ношения, аналогичные (3), для произвольного количества итераций.

Характерные значения температуропроводности и теплопроводности бетона $a_1^2=9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$, $\lambda_1=1.5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$. Коэффициент конвективного теплообмена $\alpha=10$. Реальное значение плотности потока энергии для проектируемой установки $\sim 750 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

На рис. 1. показаны распределения температуры в бетоне через 7 сут. после начала хранения и проиллюстрирована сходимость алгоритма (окончательное распределение температуры, соответствующее тринадцатой итерации, выделено жирным), T01-T13 – результаты 1, 2, ..., 13 итерации соответственно.

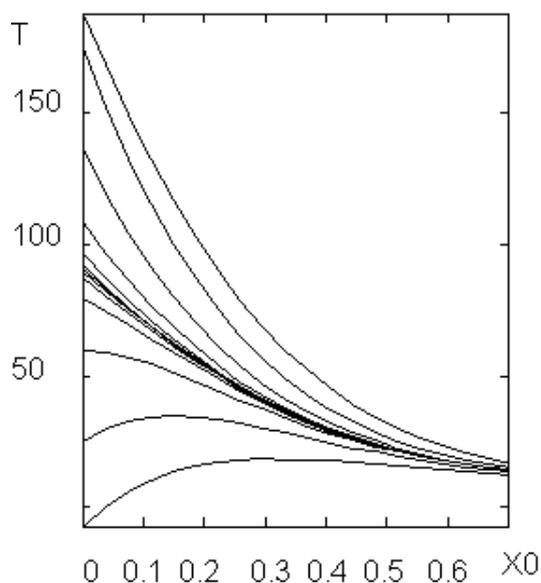


Рис. 1. Сходимость итерационного процесса (X_0 – глубина, м): зависимость температуры ($^{\circ}\text{C}$) от глубины в фиксированный момент времени

С практической точки зрения важно уметь рассчитать значение температуры на поверхности бетонной стенки, т.е. $T(0,t)$. Аналогичные рис. 3 зависимости для температуры на поверхности бетонной стены как функции времени, приведены на рис. 2; окончательный результат, полученный на тринадцатой итерации, также выделен жирным шрифтом.

Алгоритм реализован в среде MATHCAD, поэтому аналитические соотношения для U_1, U_2, \dots, U_N можно построить без существенных затрат времени и труда, что показывает преимущество предлагаемого подхода по сравнению с традиционно применяемым методом сведения задачи к интегральным уравнениям. Важно также отметить, что алгоритм ориентирован на использование именно в системах типа MATHCAD, его реализация на любом алгоритмическом языке (FORTRAN, C, C++) потребовала бы достаточно долгого процесса написания и отладки каждого шага (получения каждой итерации).

Подчеркнем, что решается задача распространения тепла в строгой постановке, т.е. точность полученных результатов определяется сходимостью алгоритма (см. рис.1, 2). Никаких предположений о распределении температуры при решении не делалось.

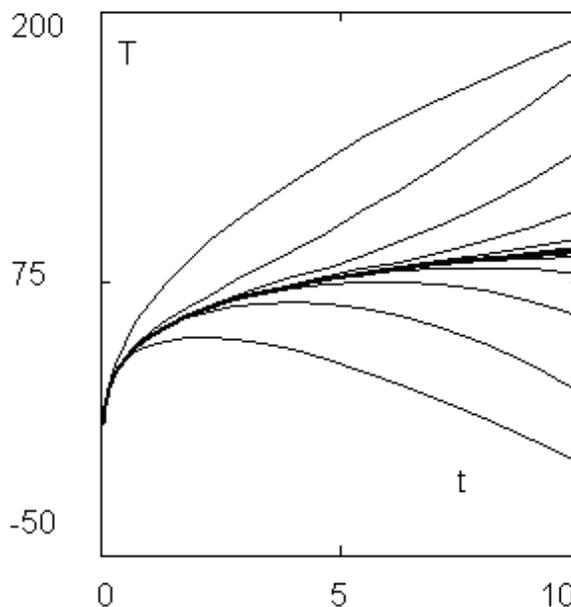


Рис. 2. Зависимость температуры на поверхности бетонной стены от времени, на оси абсцисс измеряется в сутках и сходимость итерационного процесса

Предлагаемый подход допускает обобщение для случая, когда вентиляция начинает работать не в начальный момент времени ($t=0$), а в заданный момент ($t_0>0$). Система уравнений, начальных и граничных условий имеет вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \lambda \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha \theta(t) U \Big|_{x=0} = -q_0; \quad (5)$$

$$U(x, 0) = 0.$$

Начальное (нулевое) приближение получается, как и в предыдущем случае, в результате решения смешанной задачи с граничными условиями второго рода. Очевидно:

$$\forall t < t_0 : T_0(x, t) = T(x, t). \quad (6)$$

Таким образом, получаем смешанную задачу с граничными условиями третьего рода и начальным условием, соответствующим моменту $t=t_0$ вида (здесь выполнена подстановка $t \rightarrow t-t_0$):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \lambda \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha U \Big|_{x=0} = -q_0; \quad (7)$$

$$U(x, 0) = F(x).$$

где $F(x)$ – значение температуры в момент t_0 , полученное в результате решения (5).

Построим итерационную схему, аналогичную (2) – (3). Пусть

$$U^1(x, t) = \frac{I}{2a\sqrt{\pi t}} \times \int_0^{\infty} F(\xi) \left[e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} + e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} \right] d\xi + \frac{a}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{[\alpha U^0(x, \tau) + q_0]}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau. \quad (8)$$

Соотношение (8) определяет первую итерацию решения задачи (5). Аналогично i -я итерация определяется как:

$$U^i(x, t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^{\infty} F(\xi) \left[e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} + e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} \right] d\xi + \frac{a}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{[\alpha U^{i-1}(x, \tau) + q_0]}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau. \quad (9)$$

Отметим, что приведенная выше задача не имеет особого прикладного значения, и ее решение показано, главным образом, для полноты изучения поведения системы в различных ситуациях.

Следующий, на этот раз важный с практической точки зрения случай – ситуация, когда работающая в течение некоторого времени вентиляция выключается в момент t_0 (авария системы принудительного охлаждения). Очевидно, при $t < t_0$ изменение температуры определяется решением системы (1). При $t > t_0$ имеем смешанную задачу с граничными условиями второго рода, причем в начальный момент t_0 распределение температуры определяется из решения системы (1). Пусть распределение температуры в момент t_0 определяется функцией $F(x)$. Как и в предыдущем случае, выполним замену $t \rightarrow t - t_0$. Тогда:

$$U(x, t) = \frac{I}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^{\infty} F(\xi) \left[e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} + e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} \right] d\xi + \frac{\alpha a}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q_0}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau. \quad (10)$$

Важно отметить, что выражение (10) легко программируется в системе MATHCAD, поскольку функция $F(x)$ определяется соотношениями типа (4). Указанное замечание важно с практической точки зрения, поскольку моделируется типичная аварийная ситуация системы конвективного охлаждения (речь идет, например, об отказе насоса).

Результаты численной реализации алгоритма моделирования отказа системы конвективного охлаждения приведены на рис. 3, представлены значения температуры на поверхности бетонной стенки как функция времени. Предполагается, что система охлаждения работает в течение $t_0=1$ сут., после этого следует отказ, общее время моделирования процесса $t=2$ сут.. Легко видеть, что результаты численной ре-

ализации подтверждают интуитивно ясные представления о процессе: до момента отказа изменение температуры определяется решением смешанной задачи теплопроводности с граничными условиями третьего рода. В момент времени t_0 следует отказ системы охлаждения, следовательно, изменяются граничные условия, и в дальнейшем поле температуры определяется из решения смешанной задачи теплопроводности с граничными условиями второго рода, начальные же условия в момент t_0 берутся из решения предыдущей задачи.

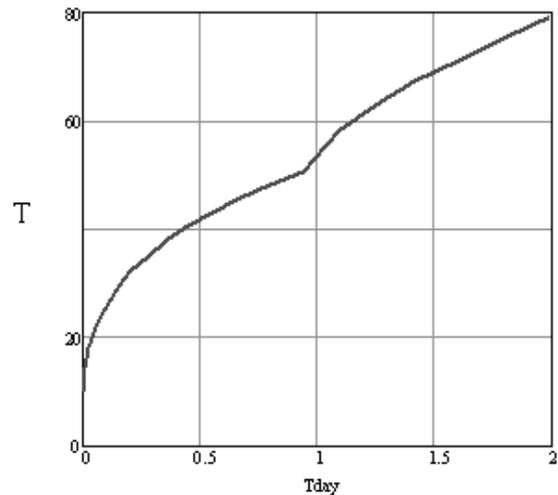


Рис. 3. Зависимость температуры на поверхности бетонной стенки ($^{\circ}\text{C}$) от времени с учетом отказа системы охлаждения (время на оси абсцисс измеряется в сутках)

Считалось, что при $t < t_0$ количество итераций решения смешанной задачи с граничными условиями третьего рода равно $N=13$. Обоснованность данного допущения подтверждается проверкой сходимости алгоритма (см. рис. 1, 2).

Очевидно, температура на поверхности стенки должна быть непрерывной (см. рис. 3), однако вследствие мгновенного изменения граничных условий возможен (и реализуется в действительности) разрыв производной температуры.

Естественно, после отказа системы охлаждения температура на поверхности стенки начинает расти быстрее, причем из графика (см. рис.3) видно, что на устранение причин возможной аварии остается около суток.

Предложенная итерационная схема допускает обобщение на случай, когда поток энергии q является функцией времени. При выполнении итераций (4) следует подставлять в формулы соответствующую функцию $q(t)$ (не константу).

ВЫВОДЫ

1. Получена итерационная схема, предназначенная для решения задачи теплопроводности с граничными условиями третьего рода.
2. Выполнена численная реализация алгоритма и показана сходимостъ итерационного процесса для реального случая хранения источников γ -излучения при сухом способе хранения.
3. Результаты обобщены на следующие ситуации:
 - система конвективного охлаждения начинает работать не с самого начала хранения, а в некоторый фиксированный момент времени t_0 ;
 - в момент времени t_0 наблюдается отказ системы охлаждения.
4. Вторая из приведенных выше задач имеет важное прикладное значение с точки зрения безопасности хранения источников, поскольку моделируется отказ системы охлаждения, и полученная зависимость температуры на поверхности бетонной стенки позволяет определить момент времени, когда достигается критическое значение температуры бетона ($\sim 70^\circ\text{C}$).

Авторы выражают глубокую благодарность В.П. Демущокому за плодотворные обсуждения предлагаемого подхода к решению задачи и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1.Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев. *Теплообмен в ядерных энергетических установках*. М.: «Энергоатомиздат», 1986, 471 с.
- 2.Н.М. Галин, П.Л. Кириллов. *Тепломассобмен (в ядерной энергетике)*. М.: «Энергоатомиздат», 1987, 375 с.
- 3.В.С. Владимиров. *Уравнения математической физики*. М.: «Наука», 1971, 509 с.
- 4.А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. *Уравнения математической физики*. М.: «Государственное издательство технико-теоретической литературы», 1977, 659 с.
- 5.Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. *Сборник задач по математической физике*. М.: «Наука», 1972.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ РЕЖИМІВ ЗБЕРІГАННЯ ДЖЕРЕЛ γ -ВИПРОМІНЮВАННЯ ПІД ЧАС СУХОГО ЗБЕРІГАННЯ

В.І. Ткаченко, В.О. Цимбал, О.Ф. Стоянов

Запропонована і реалізована чисельно математична модель процесу нагрівання стінки сховища джерела γ -випромінювання внаслідок виділення теплової енергії. Розв'язувалося рівняння теплопровідності з граничними умовами третього роду, урахована наявність вентиляції і можливість аварійних ситуацій. Робота виконана в рамках партнерського проекту з УНТЦ Р-095.

SIMULATION OF HEAT MODES OF A STORAGE OF SOURCES OF γ -RADIATION DURING DRY STORAGE

V.I. Tkachenko, V.A. Tsybal, A.F. Stoyanov

The mathematical model of process of heating of a wall of storehouse of a source of γ -radiation owing to losses of a thermal energy is offered and realized numerically. The heat conduction equation with boundary conditions of the third kind was decided, with availability of forced cooling and possibility of emergencies connected from it by refusal. The work is fulfilled in frameworks of the project with STCU P-095.