

УДК 523.9-72

Ю. И. Федоров

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03680, Киев, ул. Заболотного 27

Распространение солнечных космических лучей в межпланетной среде при длительной инъекции частиц

На основе кинетического уравнения рассмотрено распространение солнечных космических лучей в межпланетной среде. Получены решения стационарных кинетических уравнений и проанализирована зависимость функции распределения космических лучей от гелиоцентрического расстояния и направления движения частиц.

РОЗПОВСЮДЖЕННЯ СОНЯЧНИХ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ У МІЖПЛАНЕТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ У ВИПАДКУ ТРИВАЛОЇ ІНЖЕКЦІЇ ЧАСТИНОК, Федоров Ю. І. — На основі кінетичного рівняння розглянуто розповсюдження сонячних космічних променів у міжпланетному середовищі. Одержано розв'язки стаціонарних кінетичних рівнянь і проаналізовано залежність функції розподілу космічних променів від геліоцентричної відстані та напрямку руху частинок.

SOLAR COSMIC RAY PROPAGATION IN THE INTERPLANETARY MEDIUM UNDER PROLONGED PARTICLE INJECTION, by Fedorov Yu. I. — Solar cosmic ray propagation in the interplanetary medium is studied on the basis of the kinetic equation. The steady-state solutions of kinetic equations are obtained; the dependence of cosmic ray distribution function on the heliocentric distance and on the direction of particle motion is analysed.

ВВЕДЕНИЕ

Определяющим процессом при распространении космических лучей (КЛ) в межпланетном пространстве является их взаимодействие с магнитными полями. Межпланетное магнитное поле можно представить как суперпозицию регулярного магнитного поля, имеющего спиральную конфигурацию, и магнитных неоднородностей различных масштабов [3, 7, 11]. Напряженность регулярного межпланетного магнитного поля уменьшается с гелиоцентрическим расстоянием, что обуславливает фокусировку заряженных частиц высокой энергии при их распространении от Солнца. Наличие неоднородностей магнитного поля приводит к рассеянию КЛ.

Кинетическое уравнение для КЛ учитывает как магнитную фокусировку частиц, так и их рассеяние на магнитных неоднородностях [3, 5–7, 11].

Наблюдения на сети нейтронных мониторов и на космических аппаратах показывают, что инжекция солнечных космических лучей (СКЛ) в межпланетную среду часто имеет длительный характер [3, 5, 6, 13]. В этом случае распределение СКЛ может быть приближенно описано стационарным кинетическим уравнением. Известно, что стационарные решения кинетических уравнений содержат важную информацию о рассеивающих свойствах межпланетной среды [5—7, 11, 15].

В настоящей работе получено решение кинетического уравнения для СКЛ в приближении радиального регулярного магнитного поля при длительной инжекции частиц в межпланетную среду. Проанализирована зависимость функции распределения КЛ от гелиоцентрического расстояния и направления движения частиц. Рассмотрено приближенное решение кинетического уравнения, описывающего многократное рассеяние частиц на малые углы.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассеяние КЛ на магнитных неоднородностях будем рассматривать как взаимодействие частиц с рассеивателями («магнитными облаками») и характеризовать единственным параметром — частотой столкновений ν_s [3, 9, 12, 14]. В приближении радиального регулярного магнитного поля кинетическое уравнение имеет вид [4, 10, 12]

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v\mu \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{v(1-\mu^2)}{r} \frac{\partial F}{\partial \mu} + \nu_s F - \frac{\nu_s}{2} \int_{-1}^1 d\mu F = \frac{\delta(r-r_0)\delta(t)}{16\pi^2 r^2}, \quad (1)$$

где $F(r, \mu, t)$ — функция распределения КЛ, v — скорость частицы, μ — косинус питч-угла частицы. Два последних слагаемых в левой части кинетического уравнения (1) описывают рассеяние КЛ на «магнитных облаках», а правая часть уравнения (1) представляет собой мгновенный изотропный источник частиц, расположенный в точке r_0 . Перейдем в кинетическом уравнении (1) к безразмерным переменным

$$\rho = \frac{r}{\Lambda}, \quad \tau = \frac{vt}{\Lambda}, \quad (2)$$

где $\Lambda = v/\nu_s$ — транспортный пробег частицы. В новых переменных кинетическое уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + \mu \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1-\mu^2}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \mu} + F - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu F = \frac{\delta(\rho-\rho_0)\delta(\tau)}{16\pi^2 \Lambda^3 \rho^2}. \quad (3)$$

Рассмотрим случай длительной инжекции частиц. Чтобы получить стационарное кинетическое уравнение, проинтегрируем (3) по безразмерному времени τ от 0 до ∞ :

$$\mu \frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{1-\mu^2}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \mu} + f - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu f = \frac{\delta(\rho-\rho_0)}{16\pi^2 \Lambda^3 \rho^2}, \quad (4)$$

где

$$f(\rho, \mu) = \int_0^\infty d\tau F(\rho, \mu, \tau). \quad (5)$$

В рассматриваемом сферически-симметричном случае справедливо соотношение [2]

$$\mu \frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{1-\mu^2}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \mu} = \mathbf{g} \frac{\partial f}{\partial \rho}, \quad (6)$$

где $\mathbf{g} = \mathbf{v}/v$ — единичный вектор в направлении движения частицы. Применим преобразование Фурье по пространственной переменной ρ :

$$f(\mathbf{k}) = \int d\rho f(\rho) \exp(-i\mathbf{k}\rho). \quad (7)$$

Учитывая соотношение (6), из кинетического уравнения (4) получим уравнение для образа Фурье функции распределения:

$$(1 + i\mathbf{k}\mathbf{g})f(\mathbf{k}) - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu f(\mathbf{k}) = \frac{\sin k\rho_0}{4\pi\Lambda^3 k\rho_0}. \quad (8)$$

Проинтегрировав уравнение (8) по μ и подставив в (8) полученное соотношение, получим следующее соотношение для образа функции распределения:

$$f(\mathbf{k}) = \frac{\sin k\rho_0}{4\pi\Lambda^3(1 + i\mathbf{k}\mathbf{g})k\rho_0} + \frac{\operatorname{arctg}k \sin k\rho_0}{4\pi\Lambda^3(1 + i\mathbf{k}\mathbf{g})(k - \operatorname{arctg}k)k\rho_0}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в (9) представляет собой образ Фурье функции распределения нерассеянных частиц, а второе — рассеянных частиц.

КОНЦЕНТРАЦИЯ СОЛНЕЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Получим соотношение для концентрации частиц

$$N(\rho) = \int d\Omega f(\rho), \quad (10)$$

где интегрирование проводится по угловым переменным в импульсном пространстве. Из (9) следует, что концентрация КЛ представляет собой сумму концентраций нерассеянных и рассеянных частиц:

$$N(\rho) = N_0(\rho) + N_s(\rho). \quad (11)$$

Образ Фурье концентрации нерассеянных частиц определяется соотношением

$$N_0(k) = \frac{\operatorname{arctg}k \sin k\rho_0}{\Lambda^3 k^2 \rho_0}, \quad (12)$$

а концентрация рассеянных частиц имеет вид

$$N_s(k) = \frac{\operatorname{arctg}^2 k \sin k\rho_0}{\Lambda^3 \rho_0 k^2 (k - \operatorname{arctg}k)}. \quad (13)$$

При интегрировании соотношения (9) по угловым переменным учтено соотношение

$$\int \frac{d\Omega}{1 + i\mathbf{k}\mathbf{g}} = \frac{4\pi \operatorname{arctg}k}{k}. \quad (14)$$

Выражение для концентрации КЛ может быть получено из образа Фурье согласно формуле

$$N(\rho) = \frac{1}{2\pi^2 \rho_0} \int_0^\infty dk N(k) k \sin k\rho. \quad (15)$$

Учитывая значение интеграла [1]

$$\int_0^\infty dx \frac{\cos b x \operatorname{arctg} a x}{x} = -\frac{\pi}{2} \operatorname{Ei}\left(-\frac{b}{a}\right) \quad (16)$$

и соотношение (12), получим следующее выражение для концентрации нерассеянных частиц

$$N_0(\rho) = \frac{1}{8\pi\Lambda^3\rho\rho_0} [\text{Ei}(-\rho - \rho_0) - \text{Ei}(-|\rho - \rho_0|)], \quad (17)$$

где $\text{Ei}(x)$ — интегральная показательная функция.

Концентрация рассеянных частиц имеет вид

$$N_s(\rho) = \frac{1}{2\pi^2\rho\rho_0\Lambda^3} \int_0^\infty dk \frac{\arctg^2 k \text{sink}\rho \text{sink}\rho_0}{k(k - \arctg k)}. \quad (18)$$

Концентрация нерассеянных частиц (17) неограниченно увеличивается при приближении к источнику (при $r \rightarrow r_0$). Отметим, что в диффузионном приближении концентрация частиц, непрерывно испускаемых с поверхности сферы, ограничена при любых значениях радиуса, причем во внешней области ($r > r_0$) концентрация частиц убывает обратно пропорционально радиусу, а во внутренней области ($r < r_0$) концентрация постоянна. Для конкретных расчетов необходимо задать гелиоцентрическое расстояние r_0 , на котором инжектируются частицы, и транспортный пробег КЛ в межпланетной среде Λ . Ускорение заряженных частиц во время солнечных вспышек происходит на гелиоцентрических расстояниях, составляющих несколько солнечных радиусов [3, 5, 6, 13]. В расчетах будем использовать значение $r_0 = 0.02$ а. е. Транспортный пробег КЛ может существенно изменяться от события к событию, составляя чаще всего несколько десятых астрономической единицы, но в некоторых случаях превышая расстояние от источника до Земли [3, 5, 6, 13].

На рис. 1 приведена зависимость концентрации КЛ от гелиоцентрического расстояния, рассчитанная при значении $r_0 = 0.02$ а. е. и величине транспортного пробега $\Lambda = 0.1$ а. е. Расстояние r приведено в астрономических единицах, пунктирная кривая соответствует концентрации нерассеянных частиц (17), штриховая кривая — концентрации рассеянных частиц (18), а сплошная кривая — концентрации всех частиц. Видно, что вблизи источника преобладают нерассеянные частицы, концентрация которых неограниченно увеличивается в точке r_0 , причем во внутренней области их число превышает число рассеянных частиц, которое постоянно при $r < r_0$. Во внешней области число нерассеянных частиц (17) экспоненциально уменьшается, и на расстоянии нескольких пробегов от источника частиц концентрация КЛ определяется в основном рассеянными частицами (18). При больших по сравнению с Λ гелиоцентрических расстояниях концентрация частиц (18) обратно пропорциональна величине r .

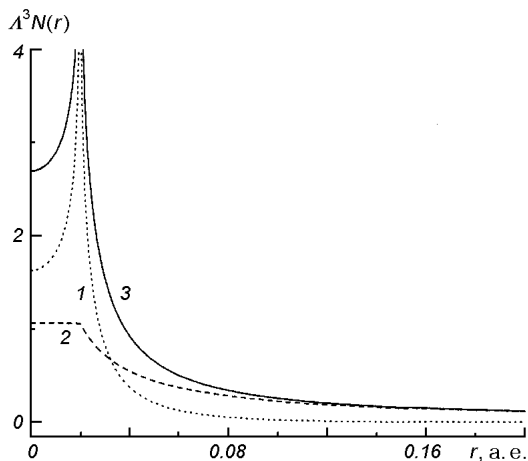
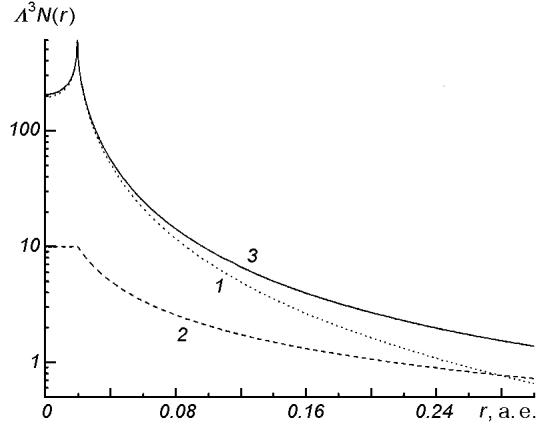


Рис. 1. Зависимость концентрации КЛ от гелиоцентрического расстояния. Постоянный источник частиц находится в точке $r_0 = 0.02$ а. е.; транспортный пробег $\Lambda = 0.1$ а. е. Пунктирная кривая 1 — нерассеянные частицы, штриховая кривая 2 — рассеянные частицы, сплошная кривая 3 — концентрация всех частиц

Рис. 2. Зависимость концентрации КЛ от гелиоцентрического расстояния в случае $\Lambda = 1$ а. е. Пунктирная кривая 1 — нерассеянные частицы, штриховая кривая 2 — рассеянные частицы, сплошная кривая 3 — концентрация всех частиц



На рис. 2 приведена пространственная зависимость концентрации КЛ в случае значительно менее интенсивного рассеяния частиц ($\Lambda = 1$ а. е.). При таком значении транспортного пробега концентрация нерассеянных частиц (17) (пунктирная кривая на рис. 2) во внутренней области более чем на порядок превосходит концентрацию рассеянных частиц (18) (штриховая кривая). Во внешней области концентрация нерассеянных частиц уменьшается с расстоянием значительно быстрее концентрации рассеянных частиц и становится меньше величины N_s при $r > 0.28$ а. е.

АНИЗОТРОПИЯ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ

Рассмотрим, как изменяется с гелиоцентрическим расстоянием анизотропия углового распределения частиц при их постоянной инжекции из точки r_0 . Кинетическое уравнение (4) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^2 \mu f + \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{(1 - \mu^2) f}{\rho} + f - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu f = \frac{\delta(\rho - \rho_0)}{16\pi^2 \Lambda^3 \rho^2}. \quad (19)$$

Проинтегрировав уравнение (19) по μ от -1 до 1 , получим закон сохранения числа частиц, соответствующий постоянному источнику:

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^2 f_1 = \frac{\delta(\rho - \rho_0)}{4\pi \Lambda^3 \rho^2}, \quad (20)$$

где

$$f_1(\rho) = \int d\Omega \mu f(\rho, \mu) \quad (21)$$

— первая гармоника углового распределения КЛ. Согласно уравнению (20) все частицы, генерированные в единицу времени источником в точке $r = r_0$, покидают данный объем вследствие наличия потока частиц. Из (20) следует, что стационарный поток частиц равен нулю во внутренней области ($r < r_0$), а при $r > r_0$ поток уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния:

$$f_1(\rho) = \frac{\Theta(\rho - \rho_0)}{4\pi \Lambda^3 \rho^2}, \quad (22)$$

где $\Theta(x)$ — единичная функция Хевисайда.

Анизотропия углового распределения КЛ определяется из соотношения

$$\xi = 3 \frac{f_1(\rho)}{N(\rho)} = 3 \frac{\int_{-1}^1 d\mu \mu f}{\int_{-1}^1 d\mu f}. \quad (23)$$

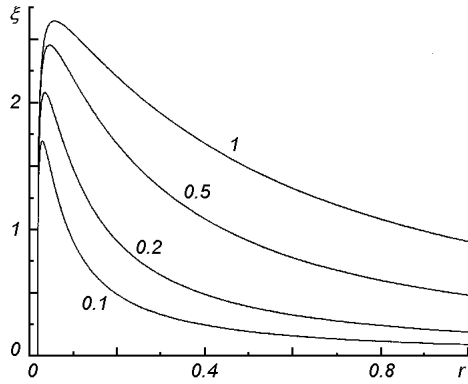


Рис. 3. Зависимость анизотропии СКЛ ξ (23) от гелиоцентрического расстояния при различных значениях транспортного пробега. Числа у кривых равны значениям Λ в а. е.

В формуле (23) величина f_1 удовлетворяет уравнению (22), а концентрация КЛ описывается соотношениями (11), (17), (18). Зависимость анизотропии ξ (23) от гелиоцентрического расстояния при различных значениях транспортного пробега частиц приведена на рис. 3. Постоянный источник частиц расположен в точке $r_0 = 0.02$ а. е., числа у кривых равны значениям Λ в астрономических единицах. Во внутренней области ($r < r_0$) анизотропия равна нулю при любых значениях транспортного пробега. Во внешней области, вблизи источника, анизотропия резко увеличивается до максимального значения, которое зависит от Λ (рис. 3). При больших значениях безразмерной координаты (т. е. при $r \gg \Lambda$) анизотропия уменьшается обратно пропорционально гелиоцентрическому расстоянию. Заметим, что анизотропия существенно зависит от величины транспортного пробега частиц (рис. 3), а при $\rho \gg 1$, анизотропия пропорциональна Λ . Это обстоятельство имеет важное значение для получения информации о рассеивающих свойствах межпланетной среды по угловому распределению СКЛ [5, 6, 15].

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕРАССЕЯННЫХ ЧАСТИЦ

Функцию распределения КЛ при постоянной инжекции частиц можно получить, зная функцию распределения при мгновенном испускании, согласно формуле (5). При мгновенной изотропной инжекции частиц из точки r_0 функция распределения нерассеянных частиц имеет вид [10]

$$F_0(\rho, \mu, \tau) = \frac{\exp(-\tau)\delta[\sigma(\tau) - \rho_0]}{16\pi^2\Lambda^3\rho_0\sigma(\tau)}, \quad (24)$$

где

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\rho^2 + \tau^2 - 2\rho\mu\tau}. \quad (25)$$

Во внешней области ($r > r_0$) могут наблюдаться нерассеянные частицы только в ограниченном интервале питч-углов, причем величина максимального угла θ_{\max} зависит только от отношения r_0/r , так что

$$\mu_{\min} = \cos\theta_{\max} = \sqrt{1 - \frac{r_0^2}{r^2}}. \quad (26)$$

Функция распределения нерассеянных частиц (24) при условии $r > r_0$ может быть представлена в виде

$$F_0(\rho, \mu, \tau) = \frac{\exp(-\tau) [\delta(\tau - \tau_1) + \delta(\tau - \tau_2)]}{16\pi^2\Lambda^3\rho_0\rho\sqrt{\mu^2 - \mu_{\min}^2}} \Theta(\mu - \mu_{\min}), \quad (27)$$

где

$$\tau_{1,2} = \rho\mu \pm \sqrt{\rho_0^2 - \rho^2(1 - \mu^2)}. \quad (28)$$

Из соотношения (27) видно, что при мгновенной инжекции КЛ, частицы, движущиеся в направлении θ ($0 < \theta < \theta_{\max}$), в данной точке r ($r > r_0$) будут находиться в моменты времени τ_1 и τ_2 (28).

В области $r < r_0$ могут наблюдаться нерассеянные частицы с произвольным направлением распространения, причем каждому значению θ соответствует свое время прихода частицы, в соответствии с наличием δ -функции в формуле (24). Во внутренней области выражение для функции распределения нерассеянных частиц (24) можно переписать в виде

$$F_0(\rho, \mu, \tau) = \frac{\exp(-\tau)\delta(\tau - \tau_2)}{16\pi^2\Lambda^3\rho_0\sqrt{\rho_0^2 - \rho^2(1 - \mu^2)}}, \quad (29)$$

где величина τ_2 определена соотношением (28).

Чтобы вычислить функцию распределения КЛ в случае их непрерывной инжекции, проинтегрируем выражения (27), (29) по времени согласно соотношению (5). Во внешней области ($r > r_0$) получим следующее выражение для функции распределения нерассеянных частиц:

$$f_0(\rho, \mu) = \frac{\exp(-\rho\mu)\text{ch}\rho\sqrt{\mu^2 - \mu_{\min}^2}}{8\pi^2\Lambda^3\rho_0\rho\sqrt{\mu^2 - \mu_{\min}^2}} \Theta(\mu - \mu_{\min}). \quad (30)$$

Отметим, что во внешней области нерассеянные частицы (30) распространяются только в пределах конуса $\mu > \mu_{\min}$ (26), причем при приближении pitch-угла частицы к максимальному для данного гелиоцентрического расстояния значению θ_{\max} , функция распределения (30) неограниченно увеличивается. Во внутренней области функция распределения нерассеянных частиц имеет вид

$$f_0(\rho, \mu) = \frac{\exp[-\rho\mu - \sqrt{\rho_0^2 - \rho^2(1 - \mu^2)}]}{16\pi^2\Lambda^3\rho_0\sqrt{\rho_0^2 - \rho^2(1 - \mu^2)}}. \quad (31)$$

При $r < r_0$ в угловом распределении КЛ (31) есть частицы с произвольными значениями θ .

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАССЕЯННЫХ ЧАСТИЦ

Фурье-образ функции распределения рассеянных частиц описывается вторым слагаемым формулы (9). Выполнив обратное преобразование Фурье, из (9) получим следующее выражение для функции распределения рассеянных частиц:

$$f_s(\rho, \mu) = \frac{1}{8\pi^3\Lambda^3\rho_0} \int_0^\infty dk \frac{k \arctg k \text{sink}\rho_0}{k - \arctg k} \int_0^1 dv \frac{J_0[k\rho\sqrt{(1-v^2)(1-\mu^2)}]}{1+k^2v^2} \times \\ \times (\cos k\rho\mu v + kv \text{sink}\rho\mu v), \quad (32)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Выражение для функции распределения КЛ существенно упрощается на больших по сравнению с транспортным пробегом гелиоцентрических расстояниях (т. е. при выполнении условия $\rho \gg 1$). В этом случае числом нерассеянных частиц (30) можно пренебречь, а функцию распределения КЛ представить в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$f(\rho, \mu) = \frac{1}{4\pi} [N(\rho) + 3\mu f_1(\rho) + 5P_2(\mu)f_2(\rho)]. \quad (33)$$

В формуле (33) мы ограничились разложением с точностью до полинома Лежандра второго порядка $P_2(\mu)$.

Из соотношения для концентрации рассеянных частиц (18), при условии $\rho \gg 1$ следует

$$N(\rho) = \frac{3}{4\pi\Lambda^3\rho}. \quad (34)$$

Первая гармоника углового распределения КЛ уменьшается с расстоянием пропорционально ρ^{-2} и описывается соотношением (22). При больших значениях ρ вторую гармонику функции распределения $f_2(\rho)$ можно определить из приближенного соотношения [8]

$$f_2(\rho) = -\frac{2}{5}\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \frac{1}{\rho}. \quad (35)$$

Учитывая формулу (22), получим

$$f_2(\rho) = \frac{3}{10\pi\Lambda^3\rho^3}. \quad (36)$$

Таким образом, функция распределения СКЛ на больших гелиоцентрических расстояниях ($r \gg \Lambda$) может быть приближенно представлена в следующем виде

$$f(\rho, \mu) = \frac{3}{16\pi^2\Lambda^3\rho} \left[1 + \frac{\mu}{\rho} + \frac{2}{\rho^2} P_2(\mu) \right]. \quad (37)$$

Зависимость функции распределения от гелиоцентрического расстояния представлена на рис. 4 для значений $\mu = -1, 0$ и 1 . Постоянный источник частиц расположен в точке $r_0 = 0.02$ а. е., транспортный пробег $\Lambda = 0.1$ а. е., числа у кривых равны значениям косинуса питч-угла частицы. Функции распределения нерассеянных частиц (30), (31) соответствуют пунктирные кривые, штриховые кривые соответствуют рассеянным частицам (32), а сплошные кривые — функции распределения всех частиц. При данном значении транспортного пробега число нерассеянных частиц во внутренней области ($r < r_0$) превосходит число рассеянных частиц (рис. 1, 4). При стремлении гелиоцентрического расстояния к нулю функция распределения становится изотропной, а при приближении r к значению r_0 число нерассеянных частиц, движущихся в направлениях, перпендикулярных к радиальному (т. е. частиц с $\mu = 0$), неограниченно увеличивается. Функция распределения нерассеянных частиц (30), (31) испытывает разрыв в точке r_0 , в то время как функция распределения рассеянных частиц (32) непре-

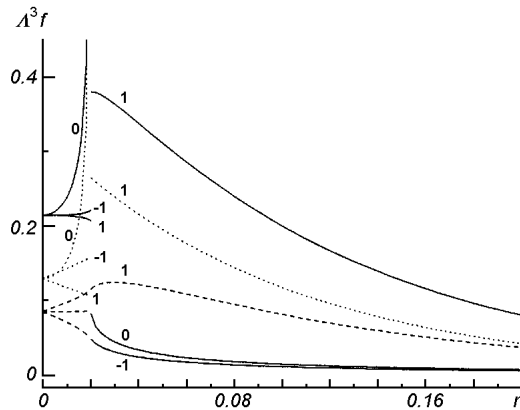


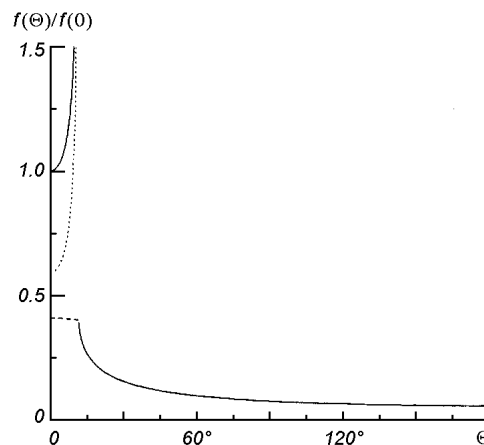
Рис. 4. Зависимость функции распределения от гелиоцентрического расстояния при значениях косинуса питч-угла частиц $\mu = -1, 0$ и 1 (числа у кривых) для $\Lambda = 0.1$ а. е. Пунктирные кривые — нерассеянные частицы (30), (31), штриховые кривые — рассеянные частицы (32), сплошные кривые — все частицы

рывна (рис. 4). Так как во внешней области нерассеянных частиц, движущихся к источнику, нет, то функция распределения КЛ совпадает с функцией распределения рассеянных частиц (32) (сплошные кривые для значений $\mu = 0$ и $\mu = -1$ при $r > 0.02$ а. е. на рис. 4). Расчеты показывают, что при уменьшении интенсивности рассеяния (увеличении величины Λ) увеличивается число нерассеянных частиц, а существенно анизотропное угловое распределение КЛ сохраняется для все больших гелиоцентрических расстояний, так что в данной точке пространства число частиц, движущихся от источника, значительно превосходит число частиц с противоположным направлением скорости.

На рис. 5 представлена зависимость функции распределения от величины питч-угла θ в точке $r = 0.1$ а. е. при значении пробега $\Lambda = 0.1$ а. е. (источник частиц расположен в точке $r_0 = 0.02$ а. е.). Пунктирная кривая соответствует нерассеянным частицам (30), число которых неограниченно увеличивается при приближении питч-угла к значению θ_{\max} . Нерассеянные частицы распространяются внутри конуса $\theta < \theta_{\max}$, причем при выбранных значениях r , r_0 величина максимального угла между радиальным направлением и скоростью нерассеянной частицы составляет примерно 11° (рис. 5). Функция распределения рассеянных частиц (32), представленная на рис. 5 штриховой кривой, слабо изменяется при малых значениях θ , когда в угловом распределении КЛ есть нерассеянные частицы. При $\theta > \theta_{\max}$ функция распределения КЛ монотонно уменьшается при увеличении питч-угла, причем при этих значениях θ нерассеянных частиц нет. Сплошная кривая соответствует функции распределения всех частиц. Отметим неограниченное увеличение функции распределения КЛ при приближении питч-угла к значению θ_{\max} , обусловленное характером углового распределения нерассеянных частиц (30).

При увеличении гелиоцентрического расстояния уменьшается предельное значение питч-угла (26), определяющего конус, внутри которого есть нерассеянные частицы, а угловое распределение КЛ становится все более изотропным. На больших гелиоцентрических расстояниях ($r \gg \Lambda$) функция распределения рассеянных частиц близка к изотропной и хорошо описывается соотношением (37), а нерассеянные частицы, число которых экспоненциально уменьшается с расстоянием, наблюдаются только при очень малых значениях θ . При увеличении транспортного пробега, относительное число рассеянных частиц в данной точке пространства уменьшается, а угловое распределение КЛ становится более анизотропным.

Рис. 5. Зависимость функции распределения КЛ от питч-угла на гелиоцентрическом расстоянии $r = 0.1$ а. е. ($\Lambda = 0.1$ а. е.). Пунктирная кривая — нерассеянные частицы, штриховая кривая — рассеянные частицы, сплошная кривая — все частицы



ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ МАЛОУГЛОВОМ РАССЕЯНИИ ЧАСТИЦ

Рассмотрим кинетическое уравнение, описывающее распространение КЛ в межпланетной среде в случае рассеяния частиц на малые углы [3, 5—7, 11]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v\mu \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{v(1-\mu^2)}{r} \frac{\partial F}{\partial \mu} - \frac{\partial}{\partial \mu} D_{\mu\mu} \frac{\partial F}{\partial \mu} = \frac{\delta(r-r_0)\delta(t)}{16\pi^2 r^2}. \quad (38)$$

Последнее слагаемое в левой части кинетического уравнения (38) представляет собой интеграл столкновений, описывающий многократное рассеяние заряженных частиц на неоднородностях магнитного поля. В случае изотропного рассеяния коэффициент диффузии КЛ в угловом пространстве имеет вид [3, 5, 7]

$$D_{\mu\mu} = \frac{v}{2\Lambda} (1-\mu^2). \quad (39)$$

При длительной инжекции СКЛ, когда источник частиц не зависит от времени, кинетическое уравнение (38) можно записать в следующей форме:

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^2 \mu f + \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1-\mu^2) \left(\frac{f}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \right] = \frac{\delta(\rho-\rho_0)}{16\pi^2 \Lambda^3 \rho^2}. \quad (40)$$

В кинетическом уравнении (40) введены безразмерные переменные (2). Функция распределения КЛ, удовлетворяющая уравнению (40), может быть получена в диффузионном пределе, когда распределение частиц близко к изотропному [5, 11, 15]. Представим функцию распределения в виде суперпозиции концентрации частиц (10) и малой анизотропной части $\delta f(\rho, \mu)$ [5, 11]:

$$f(\rho, \mu) = \frac{1}{4\pi} N(\rho) + \delta f(\rho, \mu). \quad (41)$$

Анизотропная составляющая функции распределения КЛ удовлетворяет соотношению

$$\int d\Omega \delta f(\rho, \mu) = 0. \quad (42)$$

Из кинетического уравнения (40) следует следующее уравнение для анизотропной компоненты функции распределения:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1-\mu^2) \left(\frac{\delta f}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\partial \delta f}{\partial \mu} \right) \right] = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial N}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^2 \left[\mu \delta f - \frac{1}{4\pi} f_1 \right], \quad (43)$$

где f_1 (21) — первая гармоника углового распределения КЛ. Если угловое распределение близко к изотропному ($N \gg \delta f$), то вторым слагаемым в правой части уравнения (43) можно пренебречь. Таким образом, из выражения (43) получим соотношение для анизотропной составляющей функции распределения КЛ:

$$\delta f(\rho, \mu) = -\frac{\rho}{8\pi} \frac{\partial N}{\partial \rho} \left[\frac{2 \exp \frac{2\mu}{\rho}}{\rho \operatorname{sh} \frac{2}{\rho}} - 1 \right], \quad (44)$$

согласно которому анизотропная добавка функции распределения пропорциональна градиенту концентрации частиц.

Полученное соотношение и выражение (22) для первой гармоники функции распределения позволяют вычислить концентрацию КЛ при непрерывной инжекции частиц. Умножив (44) на μ и проинтегрировав по

угловым переменным, получим выражение для первой гармоники f_1 (21):

$$f_1(\rho) = -\frac{\rho}{4} \frac{\partial N}{\partial \rho} \left[2\text{cth} \frac{2}{\rho} - \rho \right]. \quad (45)$$

Так как во внутренней области ($r < r_0$), согласно соотношению (22), величина f_1 равна нулю, то из формулы (45) следует, что концентрация постоянна при $r < r_0$. Из (22), (45) получим выражение для градиента концентрации частиц во внешней области:

$$\frac{\partial N}{\partial \rho} = -\frac{1}{\pi \Lambda^3 \rho^3 \left(2\text{cth} \frac{2}{\rho} - \rho \right)}. \quad (46)$$

Таким образом, при $\rho > \rho_0$ получим

$$N(\rho) = \frac{1}{\pi \Lambda^3} \int_{\rho}^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^3 \left(2\text{cth} \frac{2}{\eta} - \eta \right)}. \quad (47)$$

Из формулы (47) следует, что на больших гелиоцентрических расстояниях ($\rho \gg 1$) концентрация КЛ уменьшается обратно пропорционально r . Во внутренней области ($\rho < \rho_0$) концентрация КЛ постоянна:

$$N(\rho) = \frac{1}{\pi \Lambda^3} \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^3 \left(2\text{cth} \frac{2}{\eta} - \eta \right)}. \quad (48)$$

При условии $r < r_0$ градиент концентрации частиц равен нулю, следовательно, равна нулю и анизотропная составляющая функции распределения (44). Таким образом, функция распределения КЛ во внутренней области постоянна и изотропна. Подставив выражение для градиента концентрации КЛ (46) в соотношение (44), получим формулу для анизотропной составляющей функции распределения КЛ во внешней области:

$$\delta f(\rho, \mu) = \frac{1}{8\pi^2 \Lambda^3 \rho^2 \left(2\text{cth} \frac{2}{\rho} - \rho \right)} \left[\frac{2\exp \frac{2\mu}{\rho}}{\rho \text{sh} \frac{2}{\rho}} - 1 \right]. \quad (49)$$

На больших гелиоцентрических расстояниях ($\rho \gg 1$) можно представить функцию распределения КЛ (41), (47), (49) в виде разложения по полиномам Лежандра

$$f(\rho, \mu) = \frac{3}{16\pi^2 \Lambda^3 \rho} \left[1 + \frac{\mu}{\rho} + \frac{2}{3\rho^2} P_2(\mu) \right]. \quad (50)$$

Соотношение (50) соответствует многократному рассеянию частиц на малые углы (кинетическое уравнение (40)) и отличается от соответствующего выражения (37), полученного из кинетического уравнения (4), описывающего рассеяние КЛ на массивных рассеивателях («магнитных облаках»), только коэффициентом при полиноме Лежандра второго порядка. Отметим, что в случае изотропного рассеяния на малые углы, когда коэффициент диффузии КЛ по питч-углам удовлетворяет соотношению (39), вторая гармоника углового распределения СКЛ оказывается в три раза меньше, чем при рассеянии частиц на «магнитных облаках» [8].

На рис. 6 представлена зависимость функции распределения (41), (47), (49) от питч-угла при различных соотношениях между транспортным пробегом и гелиоцентрическим расстоянием. Числа у кривых равны величине

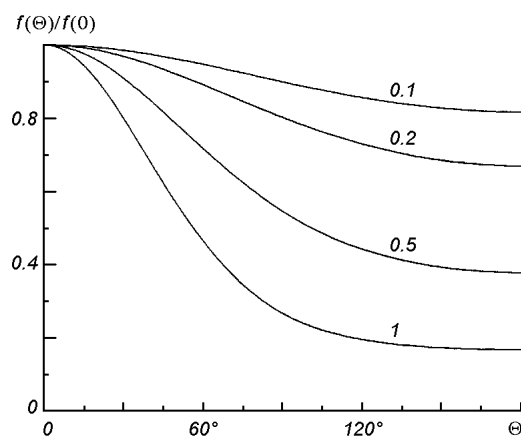


Рис. 6. Зависимость функции распределения (41), (47), (49) от питч-угла при многократном рассеянии частиц на малые углы. Числа у кривых равны значениям относительного транспортного пробега $\lambda = \Lambda/r$

не $\lambda = \Lambda/r$, характеризующей относительную величину пробега. Значение функции распределения нормировано на значение, вычисленное при $\theta = 0$. Заметим, что нормированная функция распределения зависит только от одного параметра $\lambda = 1/\rho$. Из рис. 6 видно, что при уменьшении параметра λ , обусловленного увеличением гелиоцентрического расстояния или интенсивности рассеяния частиц, угловое распределение КЛ становится более изотропным. Отметим, что угловое распределение частиц в случае рассеяния на малые углы (рис. 6) существенным образом отличается от углового распределения, соответствующего рассеянию КЛ на «магнитных облаках» (рис. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В приближении радиального регулярного магнитного поля удастся получить решение стационарного кинетического уравнения, описывающего распространение СКЛ в межпланетной среде при длительной инжекции частиц. Показано, что функция распределения КЛ может быть представлена в виде суперпозиции функций распределения нерассеянных и рассеянных частиц. На расстояниях от источника, составляющих несколько транспортных пробегов, преобладают нерассеянные частицы, концентрация которых экспоненциально уменьшается с гелиоцентрическим расстоянием. Угловое распределение КЛ в области малых питч-углов имеет сложный вид, что обусловлено наличием нерассеянных частиц. Получено приближенное решение стационарного кинетического уравнения, описывающего распространение КЛ при многократном рассеянии частиц на малые углы. Показано, что угловое распределение СКЛ существенным образом зависит от характера рассеяния частиц высокой энергии в межпланетной среде.

1. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.—800 с.
2. Смелов В. В. Лекции по теории переноса нейтронов. — М.: Атомиздат, 1972.—173 с.
3. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983.—302 с.
4. Федоров Ю. И. Распространение солнечных космических лучей в межпланетном пространстве в приближении радиального регулярного магнитного поля // Геомагнетизм и аэронавигация.—1999.—39, № 3.—С. 16—23.
5. Beeck J., Wibberenz G. Pitch angle distribution of solar energetic particles and the local scattering properties of the interplanetary medium // Astrophys. J.—1986.—311, N 1.—P. 437—450.
6. Bieber J. W., Evenson P. A., Pommerantz M. A. Focusing anisotropy of solar cosmic rays // J. Geophys. Res.—1986.—91, N A8.—P. 8713—8724.
7. Earl J. A. Analytical description of charged particle transport along arbitrary guiding field

- configuration // *Astrophys. J.*—1981.—251, N 2.—P. 739—755.
8. *Fedorov Yu. I., Shakhov B. A.* Description of non-diffusive solar cosmic ray propagation in a homogeneous regular magnetic field // *Astron. and Astrophys.*—2003.—402, N 3.—P. 805—817.
 9. *Fedorov Yu. I., Shakhov B. A., Stehlik M.* Non-diffusive transport of cosmic rays in homogeneous regular magnetic fields // *Astron. and Astrophys.*—1995.—302, N 2.—P. 623—634.
 10. *Fedorov Yu. I., Stehlik M., Kudela K.* Non-diffusive solar cosmic ray propagation in the radial interplanetary magnetic field // *Proc. 26-th Intern. Cosmic Ray Conf.* — Salt Lake City, 1999.—Vol. 6.—P. 348—350.
 11. *Kunstmann J. E.* A new transport mode for energetic charged particles in magnetic fluctuations superposed on diverging mean field // *Astrophys. J.*—1979.—229, N 2.—P. 812—820.
 12. *Lu J. Y., Zank G. P., Webb G. M.* Numerical solution of the time-dependent kinetic equation for anisotropic pitch-angle scattering // *Astrophys. J.*—2001.—550, N 1.—P. 34—51.
 13. *Schulze B. M., Richter A. K., Wibberenz G.* Influence of finite injections and of interplanetary propagation on time-intensity and time-anisotropy profiles of solar cosmic rays // *Solar Phys.*—1977.—54, N 2.— P. 207—228.
 14. *Webb G. M., Pantazopoulou M., Zank G. P.* Multiple scattering and the BGK Boltzmann equation // *J. Phys. A. Math. Gen.*—2000.—33.—P. 3137—3160.
 15. *Wibberenz G., Hatzky R., Bieber J. W.* Scattering properties of the interplanetary medium obtained from angular distribution of solar energetic particles // *Proc. Eighth Intern. Solar Wind Conf., Dann Point, CA (USA), 25—30 June, 1995.* — 1996.—P. 260—263.

Поступила в редакцию 26.02.04