УДК 537.811:539.2

Ю. О. Аверков, Н. Н. Белецкий, В. М. Яковенко

ЗАВИСИМОСТЬ ЧАСТОТ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СОСТОЯНИЙ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ ОТ ПАРАМЕТРОВ ДВУХСЛОЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЯЧЕЙКИ

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины 12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина E-mail: yuriyaverkov@gmail.com

Теоретически исследованы поверхностные электромагнитные состояния (ПЭС) на границе раздела фотонного кристалла и плазмоподобной среды. Предполагалось, что элементарная ячейка фотонного кристалла состоит из двух различных немагнитных диэлектриков. Изучено изменение частот ПЭС при изменении конфигурации элементарной ячейки фотонного кристалла. Показано, что при определенных параметрах элементарной ячейки фотонного кристалла могут существовать несколько ПЭС, отличающихся частотами и степенью локализации электромагнитного поля в фотонном кристалле и плазмоподобной среде. Продемонстрирована возможность существования ПЭС в структурах типа металл-фотонный кристалл со слоями SiO₂ и Si, широко применяющихся в приложениях кремниевой нанофотоники. Ил. 9. Библиогр.: 17 назв.

Ключевые слова: фотонный кристалл, плазмоподобная среда, поверхностное электромагнитное состояние, матрица распространения, блоховское волновое число.

Фотонные кристаллы обладают уникальным свойством поддерживать поверхностные электромагнитные состояния (ПЭС). Отличительная особенность этих состояний заключается в том, что они не распространяются и не переносят энергию вдоль границы фотонного кристалла. ПЭС могут существовать как на границе двух фотонных кристаллов [1–4], так и на границе фотонного кристалла с однородной средой [1, 3, 5–9]. Во втором случае ПЭС на границе фотонного кристалла существуют лишь тогда, когда диэлектрическая проницаемость однородной среды является отрицательной.

В работе [1] теоретически была предсказана возможность существования ПЭС на границе магнитного и немагнитного фотонных кристаллов. Экспериментально такого рода электромагнитные состояния исследованы в работе [2]: рассматривался магнитный фотонный кристалл, состоящий элементарных ИЗ пяти ячеек Bi:YIG/SiO₂. При этом немагнитный фотонный кристалл содержал 5 элементарных ячеек Та₂O₅/SiO₂. ПЭС в эксперименте соответствовал острый пик коэффициента прохождения в зоне непрозрачности исследуемой структуры. Полученные результаты позволяют использовать такие структуры для создания резонансных оптических фильтров (например, [7, 8]) и других устройств современной нанофотоники [10].

В работе [3] был проведен обзор теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению ПЭС в фотонных кристаллах; были теоретически изучены зависимости частот ПЭС на границе металл-фотонный кристалл от относительной оптической толщины первого слоя элементарной ячейки фотонного кристалла. Предполагалось, что величина отрицательной диэлектрической проницаемости плазмоподобной среды является постоянной. При этом основное внимание было уделено влиянию симметрии элементарной ячейки на эволюцию ПЭС в фотонных кристаллах.

Изменение частот ПЭС на границе металл-фотонный кристалл при изменении толщины первого слоя элементарной ячейки теоретически рассматривалась также в работе [6]. Однако в этой работе ПЭС были изучены лишь в первой запрещенной зоне фотонного кристалла, лежащей в области частот, намного меньших плазменной частоты металла. При этом в ней были получены аналитические выражения для частот ПЭС и коэффициента отражения внешней электромагнитной волны от структуры металлфотонный кристалл-воздух. Предполагалось, что элементарная ячейка фотонного кристалла состоит из слоев GaAs/AlGaAs. Экспериментально возбуждение ПЭС в оптической области спектра на границе металл-фотонный кристалл было осуществлено в работах [7, 8]: исследованная структура представляла собой фотонный кристалл с элементарной ячейкой GaAs/Ga_{0,1}Al_{0,9}As, ограниченный с одной стороны подложкой из GaAs, с другой стороны - пленками золота с различной толщиной. Найдены зависимости частот ПЭС от толщины металлической пленки и температуры образца.

В терагерцевой области частот ПЭС на границе плазмоподобной проволочной среды и фотонного кристалла экспериментально исследованы в работе [9], в частности исследованы зависимости частот ПЭС от толщины слоя воздуха. При этом элементарная ячейка фотонного кристалла состояла из слоев феррита, кварца и воздуха. ПЭС в двумерных фотонных кристаллах теоретически исследовались в работах [11–13]. В работах [11, 12] фотонный кристалл представлял собой двумерный периодический массив диэлектрических стержней, помещенных в диэлектрическую матрицу, причем диэлектрики проволок и матрицы были различными. ПЭС возникали, если какая-либо из линейных цепочек содержала ячейки с дефектными стержнями. В работе [13] исследовались поверхностные электромагнитные состояния, возникающие на концах цепочки резонансных полостей. Такая цепочка может быть сформирована путем удаления определенных диэлектрических стержней в фотонных кристаллах, исследованных в работах [11, 12].

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию теории ПЭС на границе фотонного кристалла с плазмоподобными средами (например, металлами, полупроводниками, сверхпроводниками). Предполагалось, что элементарная ячейка фотонного кристалла состоит из двух немагнитных диэлектрических слоев. Для исследования частот ПЭС нами был использован другой подход по сравнению с использованным в работе [3]. Мы учитывали частотную дисперсию плазмоподобной среды, граничащей с фотонным кристаллом.

Нами детально исследованы области сушествования и частоты ПЭС в зависимости от типа, взаимного расположения и толщин диэлектрических слоев элементарной ячейки фотонного кристалла. Большое внимание уделено изучению изменения частот ПЭС с изменением соотношения между толщинами диэлектрических слоев при постоянном размере элементарной ячейки. Также в работе исследовано распределение электрического и магнитного полей поверхностных состояний в зависимости от конфигурации элементарной ячейки фотонного кристалла. Мы обнаружили, что при изменении толщин диэлектрических слоев ПЭС могут становиться делокализованными. В зависимости от соотношения толщин диэлектрических слоев при фиксированном размере элементарной ячейки меняются не только частоты ПЭС, но и число таких состояний. Учет частотной дисперсии плазмоподобной среды приводит к тому. что ПЭС могут становиться делокализованными в плазмоподобной среде оставаясь при этом локализованными в фотонном кристалле. Частоты ПЭС зависят от порядка чередования диэлектрических слоев в элементарной ячейке.

Все численные расчеты частот ПЭС проведены нами в единицах плазменной частоты однородной среды, граничащей с фотонным кристаллом. При этом толщины диэлектрических слоев измерялись в единицах толщины скин-слоя в плазмоподобной среде. Следовательно, результаты нашего исследования не зависят от конкретного типа плазмоподобной среды и конкретных значений толщин диэлектрических слоев. Используемый подход был применен для расчета структуры металл-фотонный кристалл, элементарная ячейка которого состоит из двух нанослоев SiO₂ и Si. Подобные структуры широко применяются в кремниевой нанофотонике [14].

1. Постановка задачи и основные уравнения. Пусть граница раздела плазмоподобной среды и фотонного кристалла расположена в плоскости *ху*. Плазмоподобная среда занимает полупространство z < 0, а фотонный кристалл – полупространство z > 0. Фотонный кристалл представляет собой периодическую последовательность элементарных ячеек размером *d*. Каждая ячейка состоит из двух немагнитных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ε_1 , ε_2 и толщинами d_1 и d_2 соответственно (рис. 1, $d = d_1 + d_2$).



Рис. 1. Геометрия системы

Электромагнитные поля в плазмоподобной среде и в каждом слое фотонного кристалла описываются уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \ \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}; \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0, \ \operatorname{div} \vec{H} = 0. \tag{2}$$

Будем полагать слои фотонного кристалла однородными вдоль оси $y (\partial/\partial y = 0)$. Зависимость полей от координаты x и времени t будем описывать экспоненциальным множителем $\exp[i(k_x x - \omega t)]$, который в дальнейшем будем опускать. Здесь k_x – компонента волнового вектора вдоль оси x, ω – частота электромагнитного поля.

Рассмотрим электромагнитные поля *TM*-типа с компонентами $(E_x, 0, E_z)$ и $(0, H_y, 0)$. Из уравнений Максвелла получаем следующие выражения для тангенциальных компонент поля в плазмоподобной среде:

$$H_{py}(z) = A_0 \exp(ik_{pz}z);$$
(3)

$$E_{px}(z) = \frac{ck_{pz}}{\omega\varepsilon_p(\omega)} A_0 \exp(ik_{pz}z), \qquad (4)$$

где

$$k_{pz} = -i\sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}\varepsilon_p(\omega);$$
(5)

$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right); \tag{6}$$

 $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_p / (\varepsilon_0 m^*)}$ – плазменная частота; ε_0 – диэлектрическая постоянная кристаллической решетки плазмоподобной среды; N_p – концентрация электронов проводимости плазмоподобной среды; m^* – эффективная масса электронов проводимости. В соответствии с теоремой Флоке [15] электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль периодической среды, должна удовлетворять условию периодичности. Для рассматриваемой задачи это условие удобно записать в виде

$$\begin{pmatrix} H_{y}(d) \\ E_{x}(d) \end{pmatrix} = \exp(ik_{B}d) \begin{pmatrix} H_{y}(0) \\ E_{x}(0) \end{pmatrix};$$
 (7)

$$\begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_x(d) \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{(TM)} \begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_x(0) \end{pmatrix}.$$
 (8)

Здесь k_B – блоховское волновое число; $\mathbf{M}^{(TM)}$ – матрица распространения *TM*-волны с коэффициентами [16]:

$$M_{11}^{(TM)} = \cos(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) - \frac{\varepsilon_2 k_{z1}}{\varepsilon_1 k_{z2}}\sin(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2);$$
(9)

$$M_{12}^{(TM)} = i \frac{\omega \varepsilon_1}{c k_{z1}} \sin(k_{z1} d_1) \cos(k_{z2} d_2) + \frac{\omega \varepsilon_2}{c k_{z1}} (10)$$

$$+i\frac{2}{ck_{z2}}\cos(k_{z1}d_{1})\sin(k_{z2}d_{2});$$

$$M_{21}^{(TM)} = i\frac{ck_{z1}}{sin(k_{z1}d_{1})}\cos(k_{z2}d_{2}) +$$

$$\omega\varepsilon_{1} \qquad (11)$$

$$+ i \frac{ck_{z2}}{\omega\varepsilon_{2}} \cos(k_{z1}d_{1})\sin(k_{z2}d_{2}); \qquad (11)$$

$$M_{22}^{(1M)} = \cos(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) - \frac{\varepsilon_1 k_{z2}}{\varepsilon_2 k_{z1}}\sin(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2),$$
(12)

где

$$k_{zj} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_j - k_x^2}, \quad j = 1, 2.$$
 (13)

Блоховское волновое число k_B находится из решения задачи на собственные значения матрицы $\mathbf{M}^{(TM)}$ и определяется следующим выражением:

$$\cos(k_B d) = \frac{M_{11}^{(TM)} + M_{22}^{(TM)}}{2}.$$
 (14)

Из уравнений (7) и (8) связь между компонентами электрического и магнитного полей в фотонном кристалле на границе z = 0 находим в двух эквивалентных видах:

$$E_{x}(0) = \frac{M_{22}^{(TM)} - \exp(-ik_{B}d)}{M_{12}^{(TM)}}H_{y}(0); \qquad (15)$$

$$E_{x}(0) = \frac{M_{21}^{(TM)}}{M_{11}^{(TM)} - \exp(-ik_{B}d)} H_{y}(0).$$
(16)

Дисперсионное уравнение поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль границы раздела сред z = 0, может быть получено из условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на этой границе. Воспользовавшись выражениями (3), (4) и (15), (16), получим дисперсионное уравнение

$$M_{11}^{(TM)} - M_{22}^{(TM)} = = \frac{\omega \varepsilon_p(\omega)}{ck_{pz}} M_{21}^{(TM)} - \frac{ck_{pz}}{\omega \varepsilon_p(\omega)} M_{12}^{(TM)}.$$
(17)

Для тангенциальных компонент поля в первом и втором слоях *n*-й ячейки фотонного кристалла (где n = 1, 2, 3...) с учетом выше указанного условия периодичности электромагнитных полей получаем следующие выражения:

$$H_{y1}^{(n)} = (A_{1}^{(1)} \exp\{ik_{z1}[z - (n-1)d]\} + (18))$$

$$+ A_{2}^{(1)} \exp\{-ik_{z1}[z - (n-1)d]\} \exp\{ik_{B}(n-1)d];$$

$$E_{x1}^{(n)} = \frac{ck_{z1}}{\omega\varepsilon_{1}} (A_{1}^{(1)} \exp\{ik_{z1}[z - (n-1)d]\} - (19))$$

$$- A_{2}^{(1)} \exp\{-ik_{z1}[z - (n-1)d]\} \exp\{ik_{B}(n-1)d];$$

$$H_{y2}^{(n)} = (B_{1}^{(1)} \exp\{ik_{z2}[z - d_{1} - (n-1)d]\} + B_{2}^{(1)} \exp\{-ik_{z2}[z - d_{1} - (n-1)d]\} + B_{2}^{(1)} \exp\{-ik_{z2}[z - d_{1} - (n-1)d]\} \times (20)$$

$$\times \exp[ik_{B}(n-1)d];$$

$$E_{x2}^{(n)} = \frac{ck_{z2}}{\omega\varepsilon_{2}} (B_{1}^{(1)} \exp\{ik_{z2}[z - d_{1} - (n-1)d]\} - B_{2}^{(1)} \exp\{-ik_{z2}[z - d_{1} - (n-1)d]\} \times (21)$$

$$\times \exp[ik_{B}(n-1)d].$$

Для того чтобы найти распределения полей в фотонном кристалле, необходимо найти амплитуды парциальных волн $A_1^{(1)}, A_1^{(2)}$ и $B_1^{(1)}, B_1^{(2)}$, выразив их через амплитуду A_0 поля в плазмоподобной среде. Подставив (3), (4) и (18), (19) в граничные условия

$$H_{py}(0) = H_{y1}^{(1)}(0), \quad E_{px}(0) = E_{x1}^{(1)}(0),$$
 (22)
получим

$$A_{1}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(1 + a_{p} \right) A_{0}, \quad A_{2}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(1 - a_{p} \right) A_{0}, \tag{23}$$

где $a_p = \frac{\varepsilon_1 k_{pz}}{\varepsilon_p(\omega) k_{z1}}.$

Из условий непрерывности компонент H_y и E_x на границе $z = d_1$ находим

$$B_{1}^{(1)} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + a^{-1} \right) A_{1}^{(1)} \exp(ik_{z1}d_{1}) + \left(1 - a^{-1} \right) A_{2}^{(1)} \exp(-ik_{z1}d_{1}) \right];$$
(24)

$$B_{2}^{(1)} = \frac{1}{2} \left[\left(1 - a^{-1} \right) A_{1}^{(1)} \exp(ik_{z1}d_{1}) + \left(1 + a^{-1} \right) A_{2}^{(1)} \exp(-ik_{z1}d_{1}) \right],$$
(25)

где
$$a = \frac{\varepsilon_1 k_{z2}}{\varepsilon_2 k_{z1}}.$$

Подставив (23)–(25) в (18)–(21), окончательно получаем:

$$H_{y_1}^{(n)} = A_0 \Big[\cos \psi_1 + i a_p \sin \psi_1 \Big] \exp(i \varphi_B);$$
(26)

$$E_{x1}^{(n)} = A_0 \frac{ck_{z1}}{\omega\varepsilon_1} \Big[a_p \cos\psi_1 + i\sin\psi_1 \Big] \exp(i\varphi_B); \qquad (27)$$

$$H_{y2}^{(n)} = A_0 \left[\cos \psi_2 \cos \varphi_1 - \frac{1}{a} \sin \psi_2 \sin \varphi_1 + ia_p \left(\cos \psi_2 \sin \varphi_1 + \frac{1}{a} \sin \psi_2 \cos \varphi_1 \right) \right] \times$$
(28)
 $\times \exp(i\varphi_B);$

$$E_{x2}^{(n)} = A_0 \frac{ck_{z2}}{\omega\varepsilon_2} \bigg[a_p \bigg(\frac{1}{a} \cos\psi_2 \cos\varphi_1 - \sin\psi_2 \sin\varphi_1 \bigg) + i \bigg(\frac{1}{a} \cos\psi_2 \sin\varphi_1 + \sin\psi_2 \cos\varphi_1 \bigg) \bigg] \times \exp(i\varphi_B),$$
(29)

$$\psi_1 = k_{z1}[z - (n-1)d];$$
 (30)

$$\psi_2 = k_{z2} [z - d_1 - (n - 1)d]; \qquad (31)$$

$$\varphi_j = k_{zj} d_j, \quad j = 1, 2;$$
 (32)

$$\varphi_B = k_B (n-1)d. \tag{33}$$

В разд. 2 мы приведем распределения электромагнитных полей в фотонном кристалле для наиболее интересных случаев.

2. ПЭС в фотонных кристаллах. Рассмотрим ПЭС в фотонных кристаллах, возникающие при условии $k_x = 0$. В этом случае различие между *ТМ*- и *ТЕ*-поляризациями исчезает и ПЭС являются вырожденными по поляризации [3].

Вначале мы исследуем зависимость частоты ПЭС от толщин диэлектрических слоев в том случае, когда $d_1 = d_2 = d_1$, $\varepsilon_1 = 4,56$ (кварц) и $\varepsilon_2 = 2,04$ (тефлон). На рис. 2 приведены зависимости безразмерной частоты ПЭС ω/ω_p от безразмерной толщины диэлектрических слоев $d_1\omega_p/c$, полученные в результате численного решения дисперсионного уравнения (17) при $k_x = 0$. Это дисперсионное уравнение можно записать в виде

$$M_{11}^{(TM)}(0) - M_{22}^{(TM)}(0) =$$

= $-i\sqrt{-\varepsilon_p(\omega)}M_{21}^{(TM)}(0) - \frac{i}{\sqrt{-\varepsilon_p(\omega)}}M_{12}^{(TM)}(0).$ (34)

Штриховые кривые на рис. 2 определяют границы запрещенных зон фотонного кристалла. Сплошные кривые соответствуют зависимостям $\omega(d_1)$. Цифры возле кривых соответствуют номеру ПЭС. Отметим, что ПЭС могут существовать при частотах меньших плазменной ω_p ($\omega/\omega_p < 1$).



Рис. 2. Зависимости частоты ПЭС от толщины диэлектрических слоев d_l (кривые 1–4) при $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$

Из рис. 2 видно, что с уменьшением толщин диэлектрических слоев ПЭС становятся делокализованными. При этом кривые 1–4 оканчиваются на границах запрещенных зон. Точкам делокализации соответствуют полые кружки на рис. 2. Таким образом, ПЭС в фотонных кристаллах существуют только в том случае, когда толщины диэлектрических слоев превышают некоторое минимальное значение. С увеличением толщины диэлектрических слоев увеличивается число ПЭС, причем их частоты уменьшаются. Первая запрещенная зона на рис. 2, т. е. зона, содержащая кривую 1, является π -зоной, так как в этой зоне $\text{Re}(k_Bd) = \pi$ [17]. Вторая запрещенная зона является 0-зоной, так как в этой зоне $\text{Re}(k_Bd) = 0$. Далее имеет место последовательное чередование π - и 0-запрещенных зон.

На рис. 3 показано распределение электрического (кривая 1) и магнитного (кривая 2) полей в фотонном кристалле для первого ПЭС (кривая 1 на рис. 2) при $\omega \approx 0.17 \omega_p$ и $d_l = 5c/\omega_p$.



Рис. 3. Распределения электрического (кривая 1) и магнитного (кривая 2) полей вблизи границы z = 0 для ПЭС в первой запрещенной зоне с $d_l = 5c/\omega_p$

Из этого рисунка видно, что электромагнитные поля являются осциллирующими и экспоненциально убывающими при удалении от границы фотонного кристалла; в пределах одной элементарной ячейки находится один экстремум напряженности электрического поля, расположенный в слое с большей диэлектрической проницаемостью. Положение экстремума напряженности магнитного поля совпадает с нулем напряженности электрического поля, что свидетельствует о равенстве нулю средней по времени плотности потока энергии в направлении нормали к структуре [6]. Отметим, что с увеличением номера ПЭС растет число экстремумов напряженностей электрического и магнитного полей в пределах одной элементарной ячейки. При этом число экстремумов напряженности электрического поля в слое с большей диэлектрической проницаемостью превышает число экстремумов напряженности электрического поля в слое с меньшей диэлектрической проницаемостью.

Рассмотрим теперь зависимости частоты первого ПЭС от толщины второго диэлектрического слоя d_2 для ряда фиксированных значений d_1 . Эти зависимости приведены на рис. 4 при $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$.

Кривой 1 соответствует значение $d_1 = 0,5c/\omega_p$, кривой 2 – $d_1 = c/\omega_p$, кривой 3 – $d_1 = 2c/\omega_p$. Можно видеть, что с ростом d_2 частоты ПЭС уменьшаются, а кривые $\omega(d_2)$ сгущаются. Видно также, что с уменьшением d_2 ПЭС делокализуются. Мы также исследовали зависимости $\omega(d_1)$ при заданном значении d_2 . Эти кривые качественно соответствуют зависимостям, приведенным на рис. 4, поэтому в данной работе мы их не приводим.



Рис. 4. Зависимости частоты ПЭС от толщины d_2 при $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$ для ряда значений d_1

Наиболее интересным случаем, с нашей точки зрения, является исследование ПЭС при изменении соотношения между толщинами слоев $\eta = d_2/d_1$ при фиксированном размере элементарной ячейки фотонного кристалла. На рис. 5 показаны зависимости $\omega(\eta)$ при $d = 4c/\omega_p$.

Цифры возле кривых соответствуют номерам ПЭС. Каждая кривая начинается на границе соответствующей запрещенной зоны. Частоты первого и второго ПЭС увеличиваются с ростом η . При этом существуют минимальные значения параметра η , начиная с которых возникают ПЭС. Отметим, что второе ПЭС обладает интересной особенностью: оно существует только в ограниченном диапазоне значений η . Верхняя граница области существования второго ПЭС находится в точке пересечения границ запрещенных зон при $\eta \approx 1,5$. Таким образом, при одном и том же значении периода фотонного кристалла могут существовать как одно, так и два ПЭС в зависимости от соотношения толщин диэлектрических слоев.



Рис. 5. Зависимости частоты ПЭС от соотношения толщин диэлектрических слоев $\eta = d_2/d_1$ при неизменном периоде $d = 4c/\omega_p$ для $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$

Мы обнаружили, что частоты ПЭС существенно зависят от порядка чередования диэлектрических слоев в элементарной ячейке фотонного кристалла. Так, например, при изменении порядка чередования кварца и тефлона в элементарной ячейке ($\varepsilon_1 = 2,04$, $\varepsilon_2 = 4,56$) зависимости $\omega(d_1)$ при $d_1 = d_1 = d_2$ изменяются. Соответствующие зависимости приведены на рис. 6 сплошными кривыми 1–4.



Рис. 6. Зависимости частоты ПЭС от толщины диэлектрических слоев d_l при $\varepsilon_1 = 2,04$, $\varepsilon_2 = 4,56$

Из рис. 6 видно, что зависимости $\omega(d_1)$ для всех приведенных ПЭС начинаются на линии $\omega = \omega_p$ и оканчиваются на границах соответствующих запрещенных зон. Кривая 1 оканчивается при $\omega \approx 0,96\omega_p$, кривая 2 – при $\omega \approx 0,6\omega_p$, кривая 3 – при $\omega \approx 0,99\omega_p$, кривая 4 – $\omega \approx 0,86\omega_p$. Видно, что бо́льшая часть ПЭС в рассматриваемом случае существуют при частотах, близких к ω_p . Это качественно отличается от соответствующих зависимостей, показанных на рис. 2: при $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$ могут существовать при частотах, много меньших ω_p . Это означает, что поля этих состояний более локализованы в области плазмоподобной среды, чем соответствующие состояния при $\varepsilon_1 = 2,04$, $\varepsilon_2 = 4,56$.

На рис. 7 приведены зависимости частоты ПЭС от соотношения толщин диэлектрических слоев величин $\eta = d_2/d_1$ при неизменном периоде d для $\varepsilon_1 = 2,04$, $\varepsilon_2 = 4,56$.



Рис. 7. Зависимости частоты ПЭС от $\eta = d_2/d_1$ для $\varepsilon_1 = 4,56$, $\varepsilon_2 = 2,04$

Кривая 1 соответствует первому ПЭС, а кривые 2 и 3 – второму ПЭС. Кривая 1 имеет точки начала и окончания на границе запрещенной зоны. Кривая 2 начинается в точке пересечения границ запрещенных зон и оканчивается на границе запрещенной зоны. Кривая 3 имеет точки начала и окончания на границе запрещенной зоны. Из рис. 7 видно, что в случае $\varepsilon_1 = 2,04$, $\varepsilon_2 = 4,56$ ни при каком значении $\eta \le 2$ не возможно существование двух ПЭС. Численный расчет показывает, что за точкой окончания кривой 2 при $\eta \approx 1.7$ вплоть до $\eta = 10$ ПЭС отсутствуют. Это качественно отличается от поведения соответствующих зависимостей на рис. 5. Следовательно, при фиксированном значении периода фотонного кристалла от порядка чередования диэлектрических слоев зависят не только частоты ПЭС как таковые, но и число самих состояний.

Во многих приложениях кремниевой нанофотоники широко применяются структуры типа металл—SiO₂—Si [14]. В этой связи рассмотрим зависимости частот ПЭС от соотношения толщин слоев η для структуры металл—фотонный кристалл, слоями которого являются SiO₂ ($\varepsilon_1 = 3,9$) и Si ($\varepsilon_2 = 11,9$). На рис. 8 номера кривых соответствуют номерам ПЭС.

Видно, что в такой структуре могут существовать высокочастотные ПЭС, частоты которых лежат вблизи плазменной частоты. При этом толщины слоев SiO₂ много меньше толщин слоев Si (см. кривую 4, рис. 8). Такое соотношение толщин слоев SiO₂ и Si соответствует реальным структурам кремниевой нанофотоники [14]. Интересно отметить, что ПЭС могут существовать и при обратном соотношении толщин $d_2 \ll d_1$, т. е. при сколь угодно малых толщинах Si при заданном значении d (см. кривые 1 и 2).



Рис. 8. Зависимости частоты ПЭС от $\eta = d_2/d_1$ для $\varepsilon_1 = 3,9$, $\varepsilon_2 = 11,9$ при d = 210 нм

На рис. 9 приведены зависимости частот ПЭС от соотношения толщин слоев для структуры металл-фотонный кристалл с $\varepsilon_1 = 11,9$, $\varepsilon_2 = 3,9$. Кривая 1 соответствует первому ПЭС, кривые 2 и 3 – второму, а кривая 4 – третьему состоянию.



Рис. 9. Зависимости частоты ПЭС от $\eta = d_2/d_1$ для $\varepsilon_1 = 11,9$, $\varepsilon_2 = 3,9$ при d = 210 нм

Видно, что наименьшее значение η , при котором могут существовать ПЭС, приблизительно равно $\eta \approx 0,6$. Это значит, что при таком расположении слоев ПЭС могут возникать лишь тогда, когда толщины слоев SiO₂ больше или порядка толщин слоев Si.

Выводы. Теоретически исследованы ПЭС, возникающие на границе плазмоподобной среды и фотонного кристалла, образованного периодически чередующимися слоями двух различных немагнитных диэлектриков. Проведено подробное численное исследование аналитического выражения, связывающего частоты ПЭС с параметрами плазмоподобной среды и фотонного кристалла, с учетом частотной дисперсии плазмоподобной среды. Показано, что при определенных конфигурациях элементарной ячейки фотонного кристалла могут существовать несколько ПЭС, различающихся частотами и степенью локализации электромагнитного поля в граничащих средах. Построены распределения полей ПЭС. Найдено, что при фиксированном размере элементарной ячейки фотонного кристалла может существовать различное число ПЭС в зависимости от соотношения толщин диэлектрических слоев. Показано, что число ПЭС существенно зависит также и от порядка чередования диэлектрических слоев в фотонном кристалле. Установлено, что ПЭС на частотах, много меньших плазменной, могут существовать, если с плазмоподобной средой граничит диэлектрик с большим значением диэлектрической проницаемости. Исследованы зависимости частот ПЭС в структурах типа металл-фотонный кристалл со слоями SiO₂ и Si от соотношения толщин слоев. Полученные спектральные зависимости могут быть использованы для создания элементной базы микро-, нано- и оптоэлектроники. Кроме того, исследованные нами явления могут быть использованы для бесконтактной диагностики параметров граничащих сред.

- Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces / A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, S. G. Erokhin et al. // Phys. Rev. B. – 2006. – 74, N 4. – P. 045128.
- Optical Tamm States in One-Dimensional Magnetophotonic Structures / T. Goto, A. V. Dorofeenko, A. M. Merzlikin et al. // Phys. Rev. Lett. – 2008. – <u>101</u>, N 11. – P. 113902.
- Поверхностные состояния в фотонных кристаллах / А. П. Виноградов, А. В. Дорофеенко, А. М. Мерзликин, А. А. Лисянский // Успехи физ. наук. – 2010. – <u>180</u>, вып. 3. – С. 249–263.
- The mmW band Tamm states in one-dimensional magnetophotonic crystals / S. I. Tarapov, M. K. Khodzitskiy, S. V. Chernovtsev et al. // Solid State Phenomena. – 2009. – <u>152–153</u>. – P. 394–396.
- Bass F. G. High-frequency phenomena in semiconductor superlattices / F. G. Bass, A. P. Tetervov // Phys. Rep. – 1986. – 140, N 5. – P. 237–322.
- Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror / M. Kaliteevski, I. Iorsh, S. Brand et al. // Phys. Rev. B. – 2007. – <u>76</u>, N 16. – P. 165415.
- Tamm plasmon polaritons: Slow and spatially compact light / M. E. Sasin, R. P. Seisyan, M. A. Kaliteevski et al. // Appl. Phys. Lett. - 2008. - <u>92</u>, N 25. - P. 251112.
- Tamm plasmon-polaritons: First experimental observation / M. E. Sasin, R. P. Seisyan, M. A. Kaliteevski et al. // Superlattices and Microstructures. – 2010. – <u>47</u>. – P. 44–49.

- Belozorov D. P. Tamm states in magnetophotonic crystals and permittivity of the wire medium / D. P. Belozorov, M. K. Khodzitsky, S. I. Tarapov // J. Phys. D. – 2009. – <u>42</u>, N 5. – P. 055003.
- Yariv A. Photonics: Optical Electronics in Modern Communications / A. Yariv, P. Yeh. – 6th ed. – New York: Oxford University Press, 2007. – 836 p.
- Malkova N. Shockley and Tamm surface states in photonic crystals / N. Malkova, C. Z. Ning // Phys. Rev. B. – 2006. – <u>73</u>, N 11. – P. 113113.
- Malkova N. Interplay between Tamm-like and Shockley-like surface states in photonic crystals / N. Malkova, C. Z. Ning // Phys. Rev. B. – 2007. – <u>76</u>, N 4. – P. 045305.
- Klos J. Conditions of Tamm and Shockley state existence in chains of resonant cavities in a photonic crystal / J. Klos // Phys. Rev. B. – 2007. – <u>76</u>, N 16. – P. 165125.
- Silicon Photonics / Eds: L. Pavesi and D. J. Lockwood. Berlin: Springer, 2004. – 414 p.
- Yeh P. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory / P. Yeh, A. Yariv, Chi-Shain Hong // J. Opt. Soc. Am. – 1977. – <u>67</u>, N 4. – P. 423–438.
- Басс Ф. Г. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешеткой / Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, А. П. Тетервов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
- Булгаков А. А. Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектрических сверхрешеток / А. А. Булгаков, А. В. Мериуц, Е. А. Ольховский // Журн. техн. физики. – 2004. – <u>74</u>, вып. 10. – С. 103–107.

Yu. O. Averkov, N. N. Beletskii, V. M. Yakovenko

DEPENDENCE OF FREQUENCIES OF THE SURFACE ELECTROMAGNETIC STATES IN PHOTONIC CRYSTALS ON PARAMETERS OF DUOBLE-LAYERED DIELECTRIC ELEMENTARY CELL

In this paper, we present the theoretical analysis of surface electromagnetic states (SES) at the interface between a photonic crystal and a plasma-like medium. It was assumed that an elementary cell of the photonic crystal is composed of two different non-magnetic dielectrics. The change of frequencies of SES with the configuration of the elementary cell has been studied. We have shown that at certain parameters of the elementary cell a number of SES can exist. These states differ in frequencies and their electromagnetic field localization in the photonic crystal and in the plasma-like medium. The possibility of existence of SES in metal-photonic crystal structures with layers of SiO₂ and Si has been demonstrated. These structures are widely used for up-to-date applications of silicon nanophotonics.

Key words: photonic crystal, plasma-like medium, surface electromagnetic state, propagation matrix, Bloch wave number.

Ю. О. Аверков, М. М. Білецький, В. М. Яковенко

ЗАЛЕЖНІСТЬ ЧАСТОТ ПОВЕРХНЕВИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СТАНІВ У ФОТОННИХ КРИСТАЛАХ ВІД ПАРАМЕТРІВ ДВОШАРОВОЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ КОМІРКИ

Теоретично досліджено поверхневі електромагнітні стани (ПЕС) на межі розділу фотонного кристала і плазмоподібного середовища. Передбачалося, що елементарна комірка фотонного кристала складається з двох різних немагнітних діелектриків. Вивчено зміну частот ПЕС при зміні конфігурації елементарної комірки фотонного кристала. Показано, що при певних параметрах елементарної комірки фотонного кристала можуть існувати декілька поверхневих ПЕС, що розрізняються частотами і ступенем локалізації електромагнітного поля у фотонному кристалі та плазмоподібному середовищі. Продемонстровано можливість існування ПЕС у структурах типу метал-фотонний кристал із шарами SiO₂ і Si, які широко застосовуються в приладах кремнієвої нанофотоніки.

Ключові слова: фотонний кристал, плазмоподібне середовище, поверхневий електромагнітний стан, матриця розповсюдження, блохівське хвильове число.

Рукопись поступила 11.01.11 г.