

УДК 551.510.413.7

Д. І. Менджул¹, О. В. Агапітов^{2,3,4}, О. К. Черемних¹¹Інститут космічних досліджень Національної академії наук України
та Державного космічного агентства України, Київ²Київський національний університет імені Тараса Шевченка³Le Studium, Institute for Advanced Studies, Orleans, France⁴LPC2E/CNRS - University of Orleans, Orleans, France
D.Mendzhul@i.ua

Особенности поширения ДНЧ-хвиль у внутрішній магнітосфері Землі

Отримано променеві траєкторії хвиль діапазону дуже низьких частот при неадактовому поширенні у внутрішній магнітосфері Землі в залежності від локалізації області їхньої генерації, частоти та початкового кута між вектором хвильової нормалі та вектором напруженості зовнішнього магнітного поля. Моделювання здійснювалося на основі трасування променевої траєкторії у багатокомпонентній плазмі. Для обчислень параметрів середовища магнітосфери використовувалась дифузійна модель розподілу концентрації компонентів плазми, а також модель магнітного поля IGRF. Описано процес магнітосферного відбивання та доведено, що воно може відбуватися лише за умови, що нижня гібридна частота більша за власну частоту хвилі ($\omega_{LHF} > \omega$), тобто на широтах $\lambda \approx 50^\circ$. Результати моделювання підтверджують незастосовність квазіпаралельного наближення для опису поширення магнітосферних вістлерів. Представлено результати моделювання поширення хорових емісій, для якого було взято реалістичні розподіли хвиль по початкових параметрах. Зокрема наведено розподіли хвиль хорових емісій по напрямках хвильового вектора в залежності від геомагнітної широти, необхідні для вивчення дифузійних процесів у радіаційних поясах. Результати добре узгоджуються з дослідними даними вимірювань на борту апаратів CLUSTER.

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОНЧ-ВОЛН ВО ВНУТРЕННЕЙ МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ, Менджул Д. И., Агапитов О. В., Черемных О. К. — Получены лучевые траектории волн диапазона

очень низких частот при неканализированном распространении во внутренней магнитосфере Земли в зависимости от локализации области их генерации, частоты и начального угла между вектором волновой нормали и вектором напряженности внешнего магнитного поля. Моделирование проведено на основе геометрической трассировки лучевой траектории в многокомпонентной плазме. Для вычислений параметров среды магнитосферы использовалась диффузионная модель распределения концентрации компонент плазмы, а также модель магнитного поля IGRF. Показано, что магнитосферное отражение волн может происходить при условии, что нижняя гибридная частота больше собственной частоты волны ($\omega_{LHF} > \omega$), т. е. на широтах $\lambda \approx 50^\circ$. Результаты моделирования подтверждают неприменимость квазипараллельного приближения для описания распространения магнитосферных вистлеров. Представлены результаты моделирования распространения вистлерных магнитосферных эмиссий типа хоров, для которого были взяты реалистичные распределения волн по начальным параметрам. В частности приведены распределения волн хоровых эмиссий по направлению волнового вектора в зависимости от геомагнитной широты, необходимые для изучения диффузионных процессов в радиационных поясах. Результаты хорошо согласуются с опытными данными измерений на борту аппаратов CLUSTER.

SOME PECULIARITIES OF VLF WAVE PROPAGATION IN THE INNER MAGNETOSPHERE OF THE EARTH, by Mendzhul D. I., Agapitov O. V., Cheremnykh O. K. — The non-ducted propagation characteristics of VLF waves in the inner magnetosphere are studied with respect to their frequency, source localization, and initial angle between the wave-normal and background magnetic field. The ray tracing software based on multi-component cold plasma approach is developed with the use of the IGRF magnetic field model and diffusion model of plasma density. We describe the dynamics of the wave-normal direction during propagation and magnetospheric reflection. It is shown that whistler waves can be reflected when lower hybrid resonance frequency becomes greater than the wave frequency ($\omega_{LHF} > \omega$). This corresponds to the magnetic latitude near $\lambda \approx 50^\circ$. The simulation results confirm the inapplicability of the quasi-longitudinal approximation to describe the magnetospheric whistler propagation. We present some simulation results of chorus emissions propagation on the basis of realistic wave distributions on the initial parameters. Particularly, distributions of chorus emission waves in accordance with the wave-normal directions are obtained for different magnetic latitudes. These distributions are required for studying diffusive processes in the radiation belts. Our results are in good agreement with the CLUSTER STAFF-SA measurements.

ВСТУП

Хорові емісії є найбільш інтенсивними електромагнітними сигналами природного походження у внутрішній частині земної магнітосфери, які належать до хвиль вістлерної моди. Вони спостерігаються у вигляді потужних короткотривалих (зазвичай 0.1 с) хвильових пакетів зі зростаючою, або (рідше) спадною частотою у діапазоні від декількох сотень герц до кількох кілогерц [23, 27]. Дані, отримані з апаратів GEOTAIL [22], CRRES [20], POLAR [18], CLUSTER [3, 24, 36] та THEMIS [19], показали, що хори в основному поширюються з області геомагнітної екваторіальної площини і найчастіше зустрічаються зовні плазмопаузи, в областях з місцевим магнітним часом (MLT) 23—15 год [9, 20]. Поблизу магнітного екватора виділяються два частотних діапазони спостережуваних хорів: високочастотні $\omega/\omega_{ce} = 0.5 \dots 0.8$ та низькочастотні $\omega/\omega_{ce} = 0.1 \dots 0.45$ [12, 31]. Відомо, що хорові емісії генеруються внаслідок нелінійних процесів, основаних на електронно-циклотронному резонансі хвиль вістлерної моди та швидких електронів, інжекттованих у площину геомагнітного екватора після суббур [12, 16, 20, 30, 31]. Просторові масштаби області генерації є предметом активних досліджень [1, 2, 12, 24, 26]. В роботі [20] було розглянуто просторові характеристики області генерації вздовж магнітного поля, в залежності від частоти генерованих хвиль та параметрів плазми. Для джерела, розташованого поблизу площини магнітного екватора на радіальній відстані чотири радіуси Землі (R_3) та частоти хвилі, меншої за $0.5 \omega_{ce}$, характерний розмір області генерації вздовж магнітного поля складає 1000—3000 км в залежності від концентрації плазми. В роботі [30] розглянуто мазерну модель генерації вістлерних хвиль. У цій моделі характерний просторовий масштаб збурень поблизу екваторіальної площини вздовж магнітного поля виявляється близьким до оцінок [16], а поперек магнітного поля він має порядок кількох довжин хвиль. Повздовжні просторові масштаби активної зони були визначені в роботі [26] у межах 2000—3000 км. Поперечні масштаби зони когерентності (характерний масштаб області генерації окремого хвильового елемента) відносно локального магнітного поля у внутрішній магнітосфері становлять 500—700 км [1], а у зовнішній — порядку 3000 км [4]. Область генерації хорових емісій в основному розташована поблизу площини геомагнітного екватора, і під час потужних збурень геомагнітного поля може відхилятися від неї на кілька градусів [3, 18, 24, 26].

Для дослідження поширення хорів від джерела їхньої генерації використовується техніка тривимірного трасування променевої траєкторії хвилі, заснована на наближенні геометричної оптики та розв'язку дисперсійного рівняння вістлерної хвилі для різних моделей плазми [8, 11, 16]. Відомо, що після генерації хори рухаються від екваторіальної площини до магнітних полюсів, а вектори групових швидкостей слабо відхиляються від силових ліній фонового магнітного поля.

Спостерігались також хори з напрямом поширення до екватора [2, 24, 25]. Результати трасування променевих траєкторій показали, що ці хвилі можуть бути результатом магнітосферного відбиття, після якого вони поширюються назад до екваторіальної площини [25]. В роботі [11] зазначено, що в залежності від напрямку хвильового вектора в області генерації вістлерні хвилі відбиваються на різних широтах. Для різних малих відхилень вектора нормалі хори можуть: 1) магнітосферно відбитися у нижчі магнітні оболонки L і проникнути у плазмосферу, 2) відбитися назовні плазмопаузи, 3) проникнути на менші висоти і в субавроральну іоносферу, 4) магнітосферно відбитися в авроральну зону.

У даній роботі представлено розроблену нами модель трасування траєкторії променя вістлерної моди в холодній замагніченій багатокомпонентній плазмі магнітосфери Землі, реалізовано чисельне моделювання ходу променя вістлерної хвилі в реалістичній топології магнітного поля та концентрації плазми магнітосфери Землі, отримано параметри вістлерних хвиль в області високих геомагнітних широт в залежності від положення джерела генерації, хвильової частоти та початкового напрямку вектора хвильової нормалі, розглянуто особливості розподілу напрямку хвильового вектору від широти та проведено порівняння отриманих результатів з експериментальними властивостями хорових емісій в магнітосфері Землі за матеріалами вимірювань проекту CLUSTER.

МЕТОД ТРАСУВАННЯ ПРОМЕНЕВОЇ ТРАЄКТОРІЇ

Дисперсійне співвідношення. Дисперсійне співвідношення пов'язує частоту хвилі ω з хвильовим вектором \mathbf{k} , залежним від характеристик середовища. Застосування наближення ейконалу $\mathbf{k} = \nabla\psi(\mathbf{r})$ при розв'язуванні рівнянь Максвелла (або $E, B(\mathbf{k}, \omega, \mathbf{r}, t) \propto \exp(-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$) дає хвильове рівняння для електромагнітних хвиль [28]:

$$\hat{\mathbf{M}}\mathbf{E} = \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{k})\mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon}' \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

де $\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}, \omega, \mathbf{r}, t)$ — тензорний оператор, c — швидкість світла, $\hat{\epsilon}'$ — тензор комплексної діелектричної проникності, \mathbf{k} входить як незалежна змінна. Дисперсійне співвідношення має вигляд

$$M = \det \hat{\mathbf{M}} = 0.$$

Якщо вісь Z збігається з напрямком магнітного поля, тензор діелектричної проникності $\hat{\epsilon}'$ для холодної замагніченої плазми має вигляд

$$\hat{\epsilon}' = \hat{\epsilon} + \frac{4\pi i}{\omega} \hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \epsilon'_1 & i\epsilon'_2 & 0 \\ -i\epsilon'_2 & \epsilon'_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon'_3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де $\hat{\sigma}$ — тензор провідності. Компоненти тензора без урахування зіткнень між частинками мають вигляд

$$\begin{aligned}\varepsilon'_1 &= 1 - \frac{\omega_{Pe}^2}{\omega^2 - \omega_{Ce}^2} - \frac{\omega_{Pi}^2}{\omega^2 - \omega_{Ci}^2}, \\ \varepsilon'_2 &= \frac{\omega_{Pe}^2 \omega_{Ce}}{(\omega^2 - \omega_{Ce}^2)\omega} - \frac{\omega_{Pi}^2 \omega_{Ci}}{(\omega^2 - \omega_{Ci}^2)\omega}, \\ \varepsilon'_3 &= 1 - \frac{\omega_{Pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{Pi}^2}{\omega^2},\end{aligned}\quad (3)$$

де

$$\begin{aligned}\omega_{Ce} &= \frac{e|\mathbf{B}(\mathbf{r})|}{m_e c}, \quad \omega_{Ci} = \frac{e|\mathbf{B}(\mathbf{r})|}{m_i c}, \\ \omega_{Pe} &= \sqrt{\frac{4\pi N_e(\mathbf{r})e^2}{m_e}}, \quad \omega_{Pi} = \sqrt{\frac{4\pi N_i(\mathbf{r})e^2}{m_i}},\end{aligned}$$

причому $100 \text{ Гц} < \omega < 10 \text{ кГц}$, тобто $0.1\omega_{Ce} < \omega < 0.9\omega_{Ce}$.

При переході до системи координат, в якій вектор \mathbf{B} лежить у площині XOZ під кутом θ до осі Z , тензор (2) набуде вигляду [28]

$$\hat{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \varepsilon'_3 \sin^2 \theta + \varepsilon'_1 \cos^2 \theta & -i\varepsilon'_2 \cos \theta & (\varepsilon'_3 - \varepsilon'_1) \sin \theta \cos \theta \\ i\varepsilon'_2 \cos \theta & \varepsilon'_1 & -i\varepsilon'_2 \sin \theta \\ (\varepsilon'_3 - \varepsilon'_1) \sin \theta \cos \theta & i\varepsilon'_2 \sin \theta & \varepsilon'_3 \cos^2 \theta + \varepsilon'_1 \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

При підстановці (4) в рівняння (1) отримаємо

$$\begin{aligned}\varepsilon'_3 \left[\left(\varepsilon'_1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \right)^2 - \varepsilon_2'^2 \right] + \\ + \left[\varepsilon_2'^2 - (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_3) \left(\varepsilon'_1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \right) \right] \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \sin^2 \theta = 0.\end{aligned}\quad (5)$$

З врахуванням виразів (3) дисперсійне співвідношення для двокомпонентної плазми набуває вигляду

$$\begin{aligned}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Pe}^2 + \omega_{Pi}^2} \right) \left[\left(\frac{\omega}{\omega_{Ce}} \left(1 + \frac{\omega_{Pe}^2 + \omega_{Pi}^2}{c^2 k^2 - \omega^2} \right) - \frac{\omega_{Ci}}{\omega} \right)^2 - (1 - \gamma)^2 \right] + \\ + \left(1 + \gamma \left(\frac{\omega_{Pe}^2 + \omega_{Pi}^2}{c^2 k^2 - \omega^2} - 1 + \gamma \right) - \frac{\omega_{Ci}^2}{\omega^2} \right) \frac{c^2 k^2 \sin^2 \theta}{c^2 k^2 - \omega^2} = M = 0,\end{aligned}\quad (6)$$

де θ — кут між векторами \mathbf{B}_0 та \mathbf{k} , а $\gamma = m_e/m_i \approx 1/1836.15$. Незважаючи на те, що останній параметр малий, ним не можна знехтувати, оскільки він суттєво впливає на поширення хвиль на малих висотах та поблизу областей магнітосферного відбивання. Ми використовували

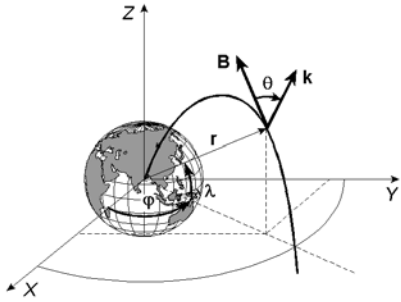


Рис. 1. Напрямки осей геомагнітної дипольної системи координат; \mathbf{r} — радіус-вектор, \mathbf{k} , \mathbf{B} — вектори хвильової нормалі та зовнішнього магнітного поля, λ — геомагнітна широта

рівняння (6) для моделювання поширення вістлерних хвиль в геомагнітній дипольній системі координат, як це показано на рис. 1.

Вплив на поширення хвиль початкового напрямку хвильового вектора \mathbf{k} відносно вектора індукції зовнішнього магнітного поля \mathbf{B}_0 показано на рис. 2 у вигляді розв'язків дисперсійного співвідношення (6) для різних значень θ . Одній частоті хвилі можуть відповідати два розв'язки (з різною поляризацією).

Система рівнянь, що описує траєкторію поширення променя.

Характерний час зміни параметрів магнітосферної плазми значно більший за період коливань окремого вістлера, тому хвильова частота вважається сталою: $\omega(t) = \text{const}$. Напрямок поширення хвилі $\mathbf{V}_{\text{гр}} = d\mathbf{r}/dt$ та її хвильовий вектор \mathbf{k} у загальному випадку не колінеарні. Їхню зміну з часом можна обрахувати за допомогою системи диференціальних рівнянь, яку можна розв'язувати чисельно:

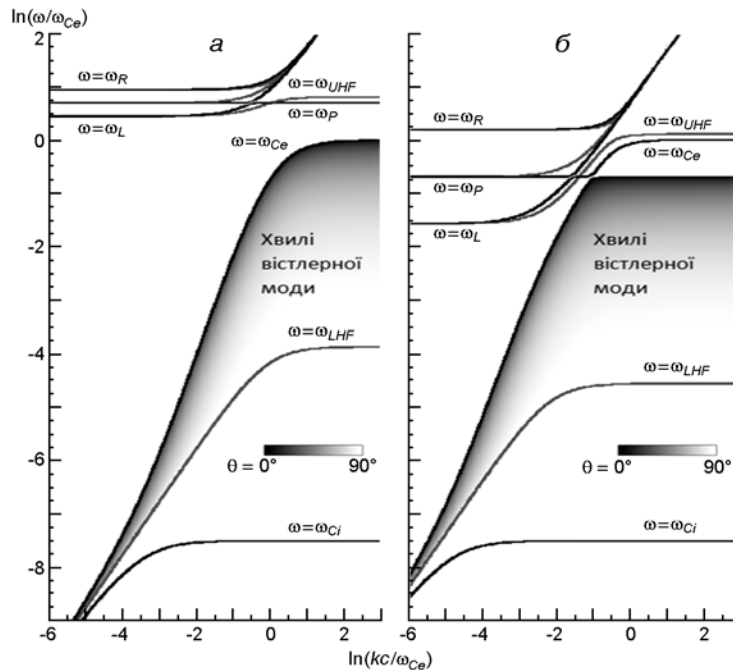


Рис. 2. Дисперсійні криві залежності логарифмів частоти та хвильового числа k , що відповідають розв'язкам дисперсійного співвідношення (7): a — випадок $\omega_{Pe} > \omega_{Ce}$, b — випадок $\omega_{Pe} < \omega_{Ce}$. Параметри плазми взято для точки магнітного екватора на відстані $6R_3$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\left(\frac{\partial M}{\partial \mathbf{k}}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}, \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \left(\frac{\partial M}{\partial \mathbf{r}}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}. \quad (7)$$

У якості початкових умов виступають координати точки генерації та напрям хвильового вектора. Його модуль $k = |\mathbf{k}|$ можна визначити з дисперсійного співвідношення (5), яке має чотири розв'язки:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{2\varepsilon_1' \varepsilon_3' + (\varepsilon_1'^2 - \varepsilon_2'^2 - \varepsilon_1' \varepsilon_3') + \sqrt{4\varepsilon_2'^2 \varepsilon_3'^2 \operatorname{tg}^{-2}\theta + (\varepsilon_1'^2 - \varepsilon_2'^2 - \varepsilon_1' \varepsilon_3')}}{\sin^2 \theta} = \frac{2\varepsilon_1' + 2\varepsilon_3' \operatorname{tg}^{-2}\theta}{2\varepsilon_1' + 2\varepsilon_3' \operatorname{tg}^{-2}\theta}.$$

Вони відповідають хвилям з лівою та правою поляризацією в обидва напрямки. Вістрелам відповідають хвилі з правою поляризацією. Довжина хвильового вектора сильно відрізняється для різних значень θ . На рис. 3 показано залежності модуля хвильового вектора від θ для різних частот.

Залежність хвильового вектора при зміні θ прямує до асимптоти, досягаючи деякого кута θ_c :

$$\sin^2 \theta_c = \frac{(\omega^2 - \omega_{Pe}^2 - \omega_{Pi}^2)(\omega^2 - \omega_{Ce}^2)(\omega^2 - \omega_{Ci}^2)}{\omega_{Ci}^2 \omega_{Pi}^2 (\omega^2 - \omega_{Ce}^2) + \omega_{Ce}^2 \omega_{Pe}^2 (\omega^2 - \omega_{Ci}^2)}. \quad (8)$$

Вектор групової швидкості, як це показано на рис. 3, завжди перпендикулярний до поверхні, описуваної хвильовим вектором при різних кутах нахилу θ та повороту ψ :

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \theta} \perp \mathbf{V}_{\text{гп}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}.$$

Групова швидкість $\mathbf{V}_{\text{гп}}$ хвилі може бути направлена вздовж силової лінії магнітного поля у випадку, якщо кут $\theta = 0$, або $\theta = \pm \theta_G$, де θ_G — кут Жандрана [15], що відповідає мінімуму повздовжнього показника заломлення $N_{\parallel} = c^2 k_{\parallel}^2 / \omega^2$. Цей кут можна обчислити, виходячи з дисперсійного співвідношення та умови $\partial M / \partial \mathbf{k}_{\perp} = 0$, яка впливає із системи (7) для випадку $\mathbf{V}_{\text{гп}\perp} = 0$. У наших змінних кут Жандрана описується виразом

$$\sin^2 \theta_G = \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1' - \varepsilon_3'} \frac{2 - \varepsilon_1' \varepsilon_2' \varepsilon_3' + (\varepsilon_1' + \varepsilon_3') \sqrt{\varepsilon_1' \varepsilon_3' (\varepsilon_2'^2 - (\varepsilon_1' - \varepsilon_3')^2)}}{\varepsilon_1' (\varepsilon_1'^2 - \varepsilon_2'^2 - \varepsilon_1' \varepsilon_3') - \varepsilon_2' \sqrt{\varepsilon_1' \varepsilon_3' (\varepsilon_2'^2 - (\varepsilon_1' - \varepsilon_3')^2)}}. \quad (9)$$

Характеристики магнітосфери. Для моделювання поширення хвиль у плазмі необхідно задати зовнішні електричне та магнітне поля, а також концентрації компонентів середовища (плазми), як функції простору-часу. Розрахунки провадилися для області на радіальній відстані $(2.5\text{—}8.0)R_3$. Магнітне поле у даній області з великою точністю описується моделлю IGRF (International Geomagnetic Reference Field). Впливом на магнітне поле магнітосферних струмів можна знехтувати. Основними компонентами плазми зовнішнього радіаційного пояса є

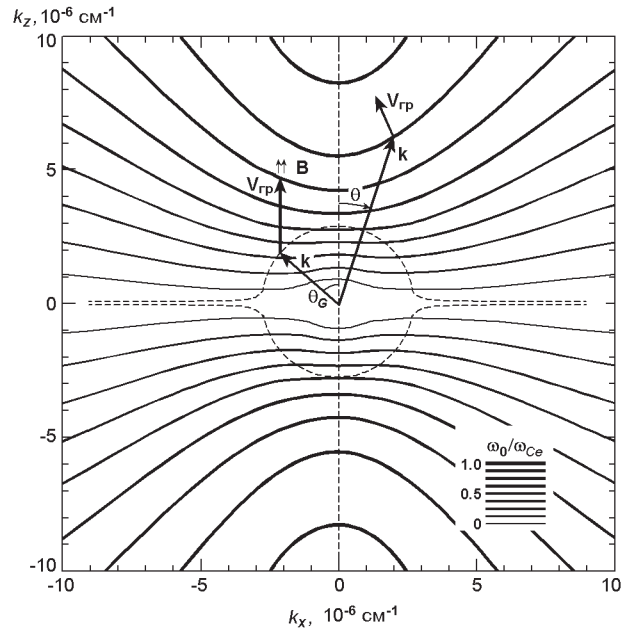


Рис. 3. Залежності довжини хвильового вектора від пітч-кута у полярних координатах для частот $\omega = (0.1—0.9)\omega_{Ce}$ з кроком $0.1\omega_{Ce}$ для хвиль у площині геомагнітного екватора на магнітній оболонці $L = 5.5$. Штриховою лінією позначено точки екстремумів

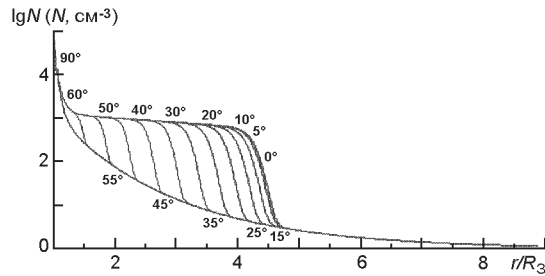


Рис. 4. Модель радіального розподілу концентрації вільних електронів у магнітосфері Землі для геомагнітних широт $\lambda = 0—90^\circ$. Плазмопаузі відповідає $L_p = 4.3$

вільні електрони та протони, просторовий розподіл концентрації яких розраховується на основі моделі дифузійної рівноваги. Ми використали модель GCPM (Global Core Plasma Model) [14], в якій були враховані залежності від локального часу (MLT) та рівня геомагнітної активності, ефекти плазмосфери, плазмопаузи, полярних областей, магнітосферних мінімумів та зроблено зшивку з моделлю іоносфери IRI2007 (International Reference Ionosphere). Для низької геомагнітної активності зручно використовувати наближену модель, запропоновану у роботі [5], в якій розподіл концентрації є аксіально-симетричним. Радіальний розподіл концентрації електронів для різних геомагнітних широт зображено на рис. 4.

Характерний час зміни усіх параметрів магнітосфери значно більший за час коливань між точками магнітосферного відбивання (декілька секунд), тому при моделюванні вони вважалися сталими.

РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЕНЬ

Променеві траєкторії вістлерних хвиль при $\theta_0 = 0^\circ$. Ми провели трасування променевих траєкторій вістлерних хвиль, згенерованих в області геомагнітного екватора. Як показали обчислення, хвилі поширюються приблизно вздовж силових ліній в сторону магнітних полюсів, багатократно відбиваючись та змінюючи магнітну оболонку. Вигляд такої траєкторії вістлера зображено на рис. 5. Спостережені дані показують, що хори поширюються в обидва боки від геомагнітного екватора.

Траєкторія поширення хвилі значною мірою визначається конфігурацією магнітного поля, і значення магнітної оболонки повільно змінюється вздовж траєкторії. Напрямок хвильового вектора, на початку руху близький до напрямку магнітного поля, для розрахунку обирався повздовжнім $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$. Далі кут θ між цими векторами збільшується, і у момент відбивання досягає $\pi/2$. Це стає можливим, оскільки критичний кут θ_c досягає значення $\pi/2$ ще до відбивання. Після відбивання кут θ збільшується далі. Таким чином, проекції хвильового вектора та групової швидкості \mathbf{V}_{gr} на вектор напруженості магнітного поля завжди напрямлені однаково.

Після магнітосферного відбивання кут θ не встигає змінитись на 180° , тому хвильовий вектор відбитого хоча б один раз вістлера сильно відхилений від силової лінії магнітного поля у момент перетину геомагнітного екватора. Траєкторії поширення вістлерів при різних початкових координатах показано на рис. 6. Помітно, що їхня поведінка мало відрізняється зовні плазмопаузи та під нею. Середня групова швидкість у цих регіонах спадає при віддаленні від Землі, однак зовні плазмопаузи вона більша. Найбільших значень групова швидкість досягає поблизу плазмопаузи, де поведінка променевих траєкторій стає нестійкою до малих змін початкових параметрів. Значення магнітної оболонки, у якій поширюється хвиля, змінюється вздовж траєкторії і може як збільшуватися, так і зменшуватися. Видно також, що траєкторії поширення хвиль ближчі до силових ліній магнітного поля при початковій частоті хвилі $\omega_0 = 0.4\omega_{ce}$.

Хвилі, згенеровані у плазмопаузі, тривалий час залишаються у її межах, коливаючись навколо певних значень L .

Поведінка хвиль поблизу плазмопаузи є досить складною і може якісно відрізнятися в залежності від застосованої моделі для концентрації компонентів плазми. Спостережувана границя плазмопаузи є динамічною. Тому детальний опис цього явища має зміст лише при розгляді дослідних даних.

Вплив просторової дисперсії на поширення вістлерів. З рис. 6 видно, що траєкторії поширення вістлерів відрізняються для різних частот. На рис. 7 показано, що траєкторії вістлерів різних частот, згенерованих в одній точці вздовж лінії магнітного поля, швидко розходяться. На рис. 7, а видно, що за межами плазмопаузи хвилі більших

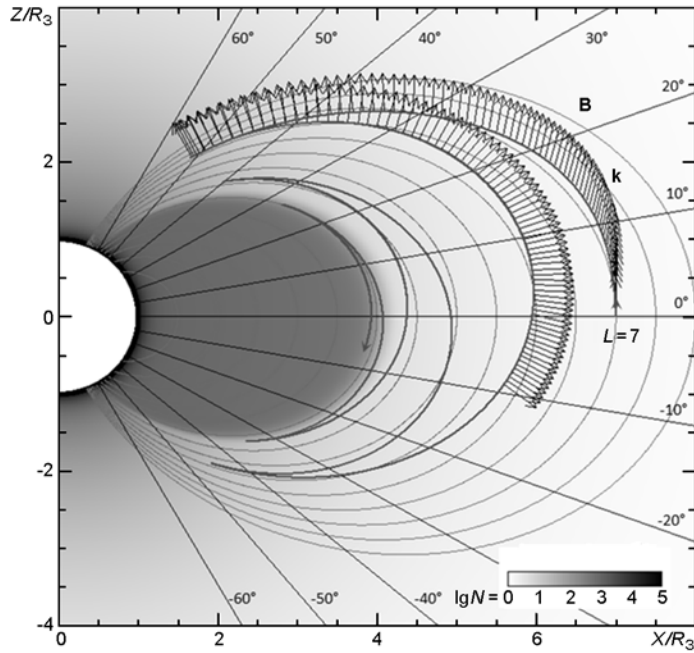


Рис. 5. Траекторія поширення віслерної хвилі протягом 10 с, частота якої на початку руху складає $0.3\omega_{ce}$. Стрілками вздовж руху вказані напрямки хвильового вектора у системі координат МАГ; градації сірого кольору відповідають концентрації вільних електронів

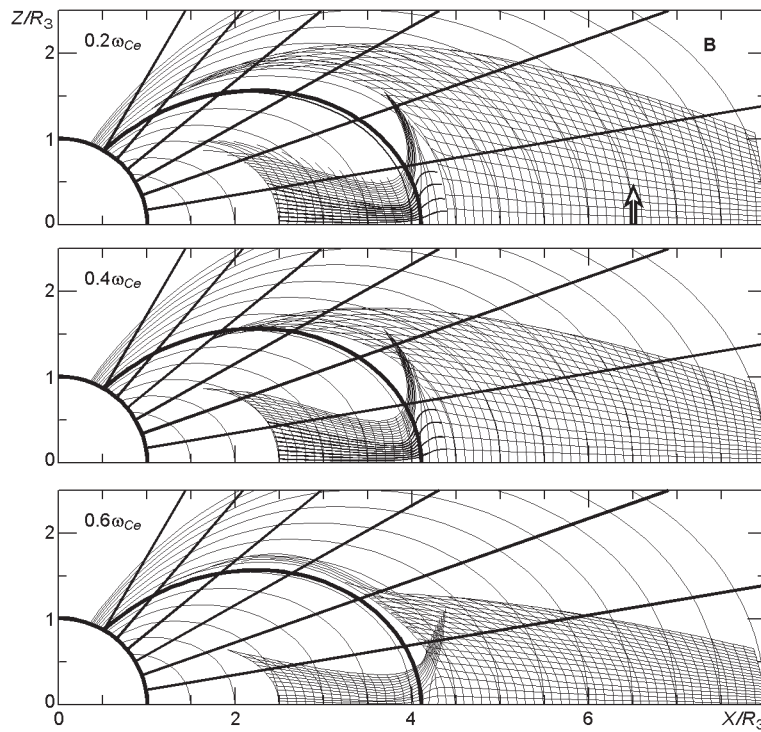


Рис. 6. Траекторії поширення та хвильові фронти поздовжньо згенерованих віслерів протягом часу $t = 0.2$ с для різних частот генерації. Плазмапаузі відповідає магнітна оболонка $L = 4.1$

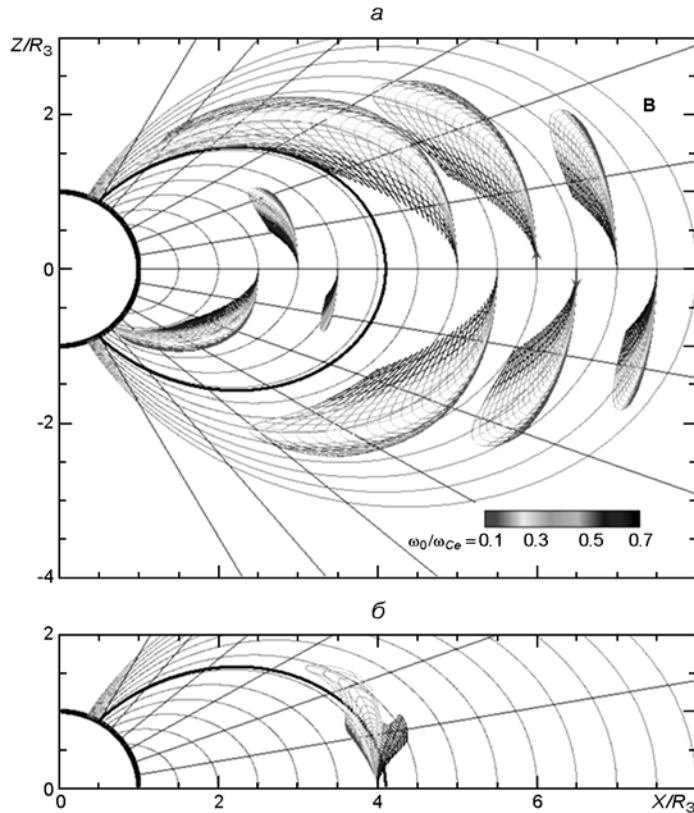


Рис. 7. Траєкторії поширення та хвильові фронти протягом часу $t = 0.3$ с повздовжньо згенерованих вістлерів для різних початкових значень магнітної оболонки L : a — за межами плазмопаузи, b — поблизу плазмопаузи ($L = 4$). Для зручності на фрагменті a використано симетрію задачі стосовно площини XU . Стрілками вказано напрямки руху

частот швидше наближаються до Землі і переходять на нижчі магнітні оболонки, а хвилі низьких частот переходять на вищі оболонки. Групова швидкість досягає найбільших значень при початкових частотах $\omega_0 = (0.3 \dots 0.4)\omega_{ce}$, тобто хвильовий фронт такої емісії має найбільшу швидкість поширення поблизу початкової магнітної оболонки. Щодо області плазмопаузи, то, навпаки, у межах $L = 3.8 \dots 4.3$ для даної моделі хвилі з більшими частотами віддаляються від Землі, а хвилі з низькими частотами — наближаються (рис. 7, б). На границі між цими областями хвилі можуть утримуватись навколо певних магнітних силових ліній, подібно до дактового механізму поширення.

Променеві траєкторії вістлерних хвиль при $\theta_0 \neq 0^\circ$. Як вже було вказано вище, при генерації вістлера кут між хвильовим вектором та зовнішнім магнітним полем може складати $-\theta_c < \theta < \theta_c$. Як видно на рис. 3, кут θ_c буває великим, однак на практиці основний енергетичний вклад згенерованих вістлерів припадає на початковий кут $\theta = 10^\circ \dots 20^\circ$ [2]. На рис. 8 представлено траєкторії вістлерів однієї частоти з малими відхиленнями початкового кута θ .

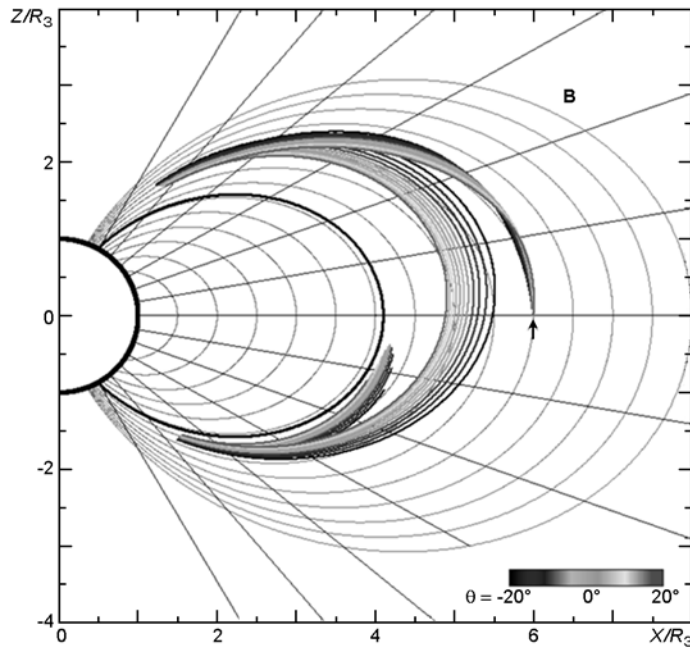


Рис. 8. Траєкторії поширення хвиль з початковою несучою частотою $\omega = 0.3\omega_{ce}$ та початковим пiтч-кутом $-20^\circ < \theta < 20^\circ$ (з кроком 1°), згенерованих на магнiтнiй оболонцi $L = 6$ (при цьому $\theta_c \approx 71.5^\circ$). Час поширення $t = 2$ с. Стрiлкою вказано напрямок руху

Видно, що з'являється геометричне розширення пучка. Швидкiсть такого геометричного розширення залежить вiд несучої частоти. В даному випадку вiдхилення вiд силової лiнii має однаковий знак для хвильового вектора та вектора групової швидкостi. Це легко пояснити за допомогою рис. 3. Справдi, при малому вiдхиленнi хвильовий вектор вiдхиляється у той же бiк. Це можливо лише при частотах $\omega < 0.5\omega_{ce}$ (де частота ω_{ce} є локальною для точки, що розглядається).

Траєкторiям вiстлерiв, зображеним на рис. 8, на початку руху вiдповiдає область, де $\theta < \theta_c$. Однак бiля $\lambda \approx 15^\circ$ вiдбувається фокусування траєкторiй, i далi їхня поведiнка вже не змiнюється. Це означає, що їхнi хвильовi вектори повертаються вiдносно \mathbf{V}_0 , i починає виконуватися умова $\theta > \theta_c$. Вздovж силової лiнii збiльшується напруженiсть магнiтного поля, а отже й циклотронна частота ω_{ce} , тому в даному випадку сiввiдношення $\omega < 0.5\omega_{ce}$ зберiгається впродовж поширення хвилi до точки магнiтосферного вiдбивання. Таким чином, причиною фокусування даних траєкторiй є збiльшення кута θ . На рис. 9 вiдображено еволюцiю хвильових фронтiв для хвиль однакової частоти.

Видно, що з точки генерацiї у деяку точку спостереження хвиля може прийти трьома рiзними траєкторiями, за умови що спостерiгач перебуває в околі тiєї ж магнiтної оболонки. Напрями хвильової нормалi та групової швидкостi в момент реєстрацiї, а також час поширення vzdovж цих траєкторiй будуть рiзними. Однак в експериментi не вiдбувається багаторазової реєстрацiї хору до вiдбивання, оскiльки

достатню інтенсивність мають лише хвилі у вузькому діапазоні кутів θ порівняно з θ_c . Для більшості частот в зоні генерації реєструються хвилі з $\theta = 10^\circ$ — 20° . Хвильові фронти, зображені на рис. 9, мають γ -подібну форму, вздовж якої окремі хвилі зміщуються в сторону більших значень θ_0 . Це також пояснює фокусування траєкторій, показане на рис. 8.

Розподіл по кутах нахилу хвильового вектора. Основним фізичним процесом, що визначає динаміку радіаційних поясів, є взаємодія хвиль ДНЧ-діапазону з тепловими електронами. Зокрема останні можуть бути розсіяні у конус втрат [6, 17, 21] або прискорені [13, 17, 29] до релятивістських енергій, що важливо при проектуванні радіаційного захисту бортової електроніки штучних супутників. Ця взаємодія призводить до пітч-кутової дифузії частинок, зокрема до заповнення конусу втрат, що в свою чергу веде до циклотронної нестійкості та генерації нових хвиль. Обчислення коефіцієнтів дифузії потребує знання розподілів амплітуд хвиль B_ω по частотах ω та кутах θ вздовж траєкторії баунс-коливачь частинок, тобто вздовж силової лінії. Однак супутникові вимірювання хвильових характеристик проводились в основному поблизу геомагнітного екватора [9, 10, 19] (де і генеруються хори), і спостережуваних даних достатньо лише для геомагнітних широт $-5^\circ < \lambda < 5^\circ$. Відомі моделі взаємодії ґрунтуються або на різноманітних припущеннях про розподіли (напр. розподіл Гаусса [13, 17] як по частоті, так і по куту, з максимумом вздовж поля), або на квазілінійній моделі розповсюдження ДНЧ-хвиль [7, 13].

Наші обчислення косо́го розповсюдження ДНЧ-хвиль показують (рис. 5), що вектор хвильової нормалі може значно відхилитися від вектора напруженості магнітного поля, і хвиля може переходити у квазіперпендикулярну квазіелектростатичну моду поблизу точки маг-

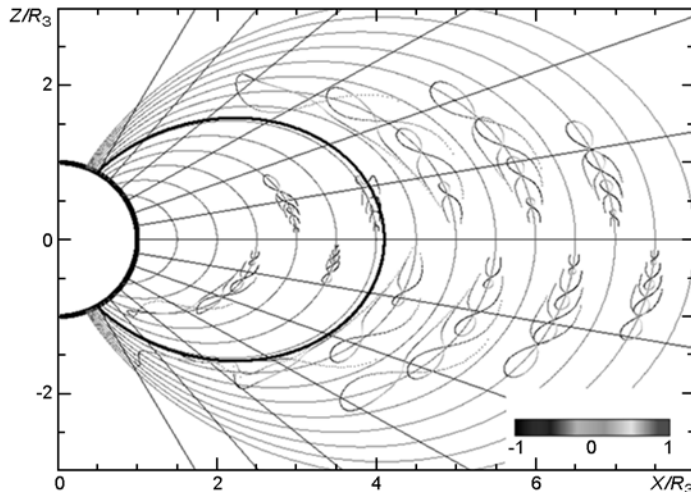


Рис. 9. Хвильові фронти груп хвиль, згенерованих під кутами $-\theta_c < \theta < \theta_c$ на різних магнітних оболонках L з несучими частотами $\omega = 0.3\omega_{ce}$. Відображено моменти часу $t = 0.1$ — 0.4 с з кроком 0.1 с

нітосферного відбивання. Таким чином, застосування моделі косоного поширення дозволить отримати більш точні розподіли амплітуд хвиль за їхніми параметрами для подальшого обчислення коефіцієнтів дифузії.

Щоб отримати усереднені у часі характеристики магнітосферних хорів, ми змоделювали поширення великої кількості одиночних хвиль з різними початковими параметрами (частота, координати джерела генерації та кут θ_0). Кожній хвилі надавалася статистична вага (амплітуда), відповідно до її характеристик та наявних даних супутникових спостережень. Розмір області генерації дорівнював радіусу Землі. Далі розв'язувалася описана вище задача трасування променевих траєкторій, і на кожному часовому кроці амплітуди підсумовувались у 4-вимірний масив (сумарна амплітуда як функція широти λ , магнітної оболонки L , відношення власної частоти до локальної циклотронної частоти ω/ω_{ce} та кута θ). Ділянки траєкторій після магнітосферного відбивання не враховувалися.

На рис. 10 порівнюються дослідні дані вимірювань на борту апаратів CLUSTER (зліва) та результати моделювання (справа), а саме нормалізовані розподіли амплітуд хвиль по куту θ для різних геомагнітних широт, підсумовані для усіх частот та магнітних оболонок. Що більша широта, то менша достовірність даних вимірювань, оскільки час перебування апаратів на цій широті менший. Тим не менше чисельні результати добре узгоджуються з експериментальними. Видно, що зі зростанням широти середнє та найбільш ймовірне значення кута θ монотонно збільшуються, швидко прямуючи до резонансного значення θ_r ($\cos\theta_r = \omega/\omega_{ce}$).

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Чисельне моделювання показало, що форма променевої траєкторії окремої вістлерної хвилі визначається в основному геометрією силових ліній магнітного поля. Генеруючись поблизу геомагнітного екватора, хвилі поширюються у більш високі широти магнітосфери, при цьому повільно змінюючи власне значення магнітної оболонки. Вздовж цієї траєкторії характеристики середовища змінюються на порядки, і вигляд дисперсійних кривих в різних її точках може якісно відрізнятись (див. рис. 2). Так, на широтах $\lambda > 40^\circ$ — 50° циклотронна частота може перевищити плазму: $\omega_{ce} > \omega_{pe}$. Однак, оскільки хвилі більшості частот ($\omega \geq 0.2\omega_{ce}$) при поширенні зміщуються у бік менших магнітних оболонок, то їхня власна частота залишається меншою за циклотронну та плазму, і віддзеркалення не відбувається.

Магнітосферне відбивання відбувається шляхом повороту вектора хвильової нормалі стосовно магнітного поля на кут $\theta > 90^\circ$, при цьому фаза хвилі не змінюється, а повздовжня складова групової швидкості у момент відбивання прямує до нуля. Таким чином, кут θ_c до

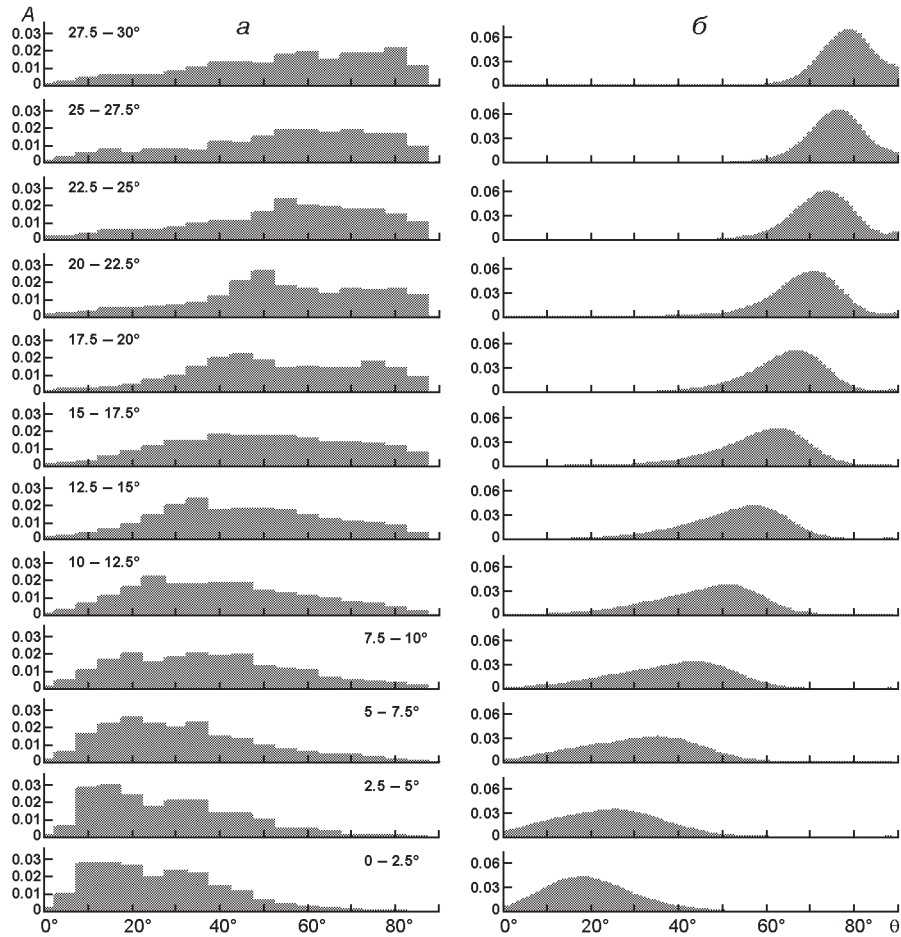


Рис. 10. Розподіли амплітуд хвиль по куту θ для різних геомагнітних широт: *a* — вимірювання CLUSTER, *б* — модельні для хорової емісії, усереднені по часу; джерело локалізоване в області $L_0 = 5-6$ у площині геомагнітного екватора; початкові кути $\theta_0 = 0-25^\circ$ з кроком $\Delta\theta_0 = 0.1^\circ$. Початковий розподіл по куту відповідає дослідним даним. Діапазон частот $\omega_0 = (0.1-0.45)\omega_{ce}$

моменту відбивання має теж досягнути 90° . Отже, враховуючи рівняння (8), хвиля частоти ω може відбитися лише в області магнітосфери, де виконується нерівність

$$\frac{(\omega^2 - \omega_{Pe}^2 - \omega_{Pi}^2)(\omega^2 - \omega_{Ce}^2)(\omega^2 - \omega_{Ci}^2)}{\omega_{Ci}^2 \omega_{Pi}^2 (\omega^2 - \omega_{Ce}^2) + \omega_{Ce}^2 \omega_{Pe}^2 (\omega^2 - \omega_{Ci}^2)} > 1. \quad (10)$$

У цій області множина хвильових векторів, що є розв'язками дисперсійного співвідношення (6), описуватиме замкнену поверхню, на відміну від зображених на рис. 3. Розв'язком рівняння $\sin^2 \theta_c = 1$ у першому наближенні є нижньогібридна частота [28]:

$$\omega_{LHF} = \left(\frac{1}{\omega_{Ce} \omega_{Ci}} + \frac{1}{\omega_{Pi}^2} \right)^{-1}.$$

Таким чином, умову (10) можна записати у вигляді $\omega_{LHF} > \omega$.

Після магнітосферного відбивання кут θ продовжує збільшуватись, але до моменту перетину геомагнітного екватора не встигає змінитись на 180° , тому хвильовий вектор відбитого хоча б один раз вістлера сильно відхилений від силової лінії магнітного поля поблизу екваторіальної площини. До моменту наступного відбивання кут θ знову досягає 90° . Таким чином, хвильовий вектор зазвичай направлений у бік збільшення L . Винятками є хвилі з $\theta_0 < 0^\circ$ на початку свого поширення, а також деякі хвилі після проходження плазмопаузи. Із розподілів по куту θ хвиль хорОВОЇ емісії (рис. 10) видно, що квазіпаралельне наближення стає незастосовним для опису вістлерів на великих широтах.

Швидкість поширення хвиль під плазмопаузою та над нею якісно відрізняється, як це видно на рис. 6. Це призводить до більшого часу затримки вістлерів у плазмосфері.

Поблизу плазмопаузи поведінка хвиль нестійка відносно малих змін початкових параметрів, до того ж використана модель для концентрації плазми не враховує наявних в цій області флуктуацій, тому для опису цієї області доцільніше користуватися дослідними даними. Моделювання виявило можливість захоплення хвилі в області сильного градієнта концентрації. При цьому хвиля поширюється вздовж плазмопаузи подібно до дактових траєкторій.

Моделювання поширення вістлерів, згенерованих у широкому діапазоні початкових кутів θ_0 , як видно з рис. 9, показує, що при деяких кутах $\theta \approx \theta_c$ (див. (9)) траєкторії хвиль менше відхиляються від ліній напруженості магнітного поля. Спостереження апаратів THEMIS [3, 10, 22, 26, 27] показують, що поблизу області генерації хвилі поширюються близько до напрямку фонового магнітного поля.

ВИСНОВКИ

Моделювання розповсюдження хвиль вістлерної моди у внутрішній магнітосфері Землі на основі трасування променевої траєкторії багатоконцентної плазми показали, що після генерації у площині геомагнітного екватора хвилі поширюються приблизно вздовж силових ліній магнітного поля у бік магнітних полюсів. Магнітосферне відбивання відбувається на широтах $\lambda \approx 50^\circ$ за наступних умов:

- нижньогібридна частота більша за власну частоту хвилі: $\omega_{LHF} > \omega$;
- циклотронна частота більша за плазмову ($\omega_{ce} > \omega_{pe}$);
- повздовжня складова групової швидкості дорівнює нулеві;
- хвиля переходить у квазіперпендикулярну моду.

Поширюючись у магнітосфері, вістлери багатократно відбиваються та змінюють магнітну оболонку. Траєкторія поширення хвилі значною мірою визначається конфігурацією магнітного поля, і значення

магнітної оболонки повільно змінюється вздовж неї. Найменше відхиляються від ліній напруженості магнітного поля хвилі з початковою частотою несучої хвилі $\omega_0 = 0.4\omega_{ce}$ та при $\theta_0 \approx \theta_G$.

Розподіл амплітуди хвиль хорової емісії по куту θ відхилення вектора хвильової нормалі від вектора напруженості магнітного поля зі збільшенням геомагнітної широти швидко зміщується у бік $\theta = 90^\circ$, і на широті $\lambda = 25^\circ$ найбільш ймовірне значення кута θ досягає 75° .

Таким чином, квазіпаралельне наближення незастосовне для опису поширення вістлерів, що створює необхідність переобчислення коефіцієнтів дифузії з використанням більш реалістичних розподілів амплітуд хвиль за широтою та кутом θ .

1. *Agapitov O., Krasnoselskikh V., Dudok de Wit T., et al.* Multispacecraft observations of chorus emissions as a tool for the plasma density fluctuations' remote sensing // *J. Geophys. Res.*—2011.—**116**.—A09222.—doi:10.1029/2011JA016540.
2. *Agapitov O., Krasnoselskikh V., Khotyaintsev Y. V., Rolland G.* A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster // *Geophys. Res. Lett.*—2011.—**38**.—L20103.—doi:10.1029/2011GL049597.
3. *Agapitov O., Krasnoselskikh V., Zaliznyak Yu., et al.* Chorus source region localization in the Earth's outer magnetosphere using THEMIS measurements // *Ann. Geophys.*—2010.—**28**.—P. 1377—1386.—doi:10.5194/angeo-28-1377-2010.
4. *Agapitov O., Krasnoselskikh V., Zaliznyak Yu., et al.* Observations and modeling of forward and reflected chorus waves captured by THEMIS // *Ann. Geophys.*—2011.—**29**.—P. 541—550.—doi:10.5194/angeo-29-541-2011.5.
5. *Angerami J. J., Thomas J. O.* Studies of Planetary Atmospheres 1. The Distribution of Electrons and Ions in the Earth's Exosphere // *J. Geophys. Res.*—1964.—**69** (21).—P. 4537—4560.—doi:10.1029/JZ069i021p04537.
6. *Artemyev A., Agapitov O., Breuillard H., et al.* Electron pitch-angle diffusion in radiation belts: The effects of whistler wave oblique propagation // *Geophys. Res. Lett.*—2012.—**39**.—L08105.—doi:10.1029/2012GL051393
7. *Bortnik J., Thorne R. M., Meredith N. P., Santolik O.* Ray tracing of penetrating chorus and its implications for the radiation belts // *Geophys. Res. Lett.*—2007.—**34**.—L15109.—doi:10.1029/2007GL030040.
8. *Burtis W. J., Helliwell R. A.* Magnetospheric chorus: Occurrence patterns and normalized frequency // *J. Geophys. Res.*—1976.—**24**.—P. 1007—1024.
9. *Burton R. K., Holzer R. E.* The origin and propagation of chorus in the outer magnetosphere // *J. Geophys. Res.*—1974.—**79**.—P. 1014—1023.
10. *Chum J., Santolik O.* Propagation of whistler-mode chorus to low altitudes: divergent ray trajectories and ground accessibility // *Ann. Geophys.*—2005.—**23**.—P. 3727—3738.
11. *Gallagher D. L., Craven P. D., Comfort R. H.* Global core plasma model // *J. Geophys. Res.*—2000.—**105**.—P. 18 819—18 834.—doi:10.1029/1999JA000241.
12. *Gendrin R.* Le guidage des whistlers par le champ magnetique // *Planet. Space Sci.*—1961.—**5**.—P. 274.—doi:10.1016/0032-0633(61)90096-4.
13. *Ginzburg V. L.* The propagation of electromagnetic waves in plasmas. — New York: Pergamon Press, 1970.— 615 p.
14. *Helliwell R. A.* A theory of discrete emissions from the magnetosphere // *J. Geophys. Res.*—1967.—**72**.—P. 4773—4790.

15. *Horne R. B., Thorne R. M.* Relativistic electron acceleration and precipitation during resonant interactions with whistler mode chorus // *Geophys. Res. Lett.*—2003.—**30** (10).—P. 1527.
16. *Kennel C. F., Petschek H. E.* Limit on stably trapped particle fluxes // *J. Geophys. Res.*—1966.—**71** (1).—P. 1—28.—doi:10.1029/JZ071i001p00001.
17. *LeDocq M. J., Gurnett D. A., Hospodarsky G. B.* Chorus source locations from VLF Poynting flux measurements with the Polar spacecraft // *Geophys. Res. Lett.*—1998.—**25** (21).—P. 4063—4066.—doi:10.1029/1998GL900071.
18. *Li W., Thorne R. M., Angelopoulos V., et al.* Global distribution of whistler-mode chorus waves observed on the THEMIS spacecraft // *Geophys. Res. Lett.*—2009.—**36**.—P. L09104.—doi:10.1029/2009GL037595.
19. *Lyons L. R.* General relations for resonant particle diffusion in pitch angle and energy // *J. Plasma Phys.*—1974.—**12**.—P. 45—49.—doi:10.1017/S0022377800024910.
20. *Meredith N. P., Horne R. B., Anderson R. R.* Substorm dependence of chorus amplitudes: Implications for the acceleration of electrons to relativistic energies // *J. Geophys. Res.*—2001.—**106**.—P. 13,165—13,178.—doi:10.1029/2000JA900156.
21. *Mourenas D., Artemyev A. V., Ripoll J.-F., et al.* Timescales for electron quasi-linear diffusion by parallel and oblique lower-band Chorus waves // *J. Geophys. Res.*—2012.—doi:10.1029/2012JA017717.
22. *Nagano I., Yagitani S., Kojima H., Matsumoto H.* Analysis of wave normal and poynting vectors of the chorus emissions observed by Geotail // *J. Geomagn. Geoelectr.*—1996.—**48**.—P. 299—307.
23. *Omura Y., Nunn D., Matsumoto H., Rycroft M. J.* A review of observational, theoretical and numerical studies of VLF triggered emissions // *J. Atmos. and Terr. Phys.*—1991.—**53**.—P. 351—368.
24. *Parrot M., Santolik O., Cornilleau-Wehrlin N., et al.* Source location of chorus emissions observed by CLUSTER // *Ann. Geophys.*—2003.—**21**.—P. 473—480.
25. *Parrot M., Santolik O., Cornilleau-Wehrlin N., et al.* Magnetospherically reflected chorus waves revealed by ray tracing with CLUSTER data // *Ann. Geophys.*—2003.—**21**.—P. 1111—1120.
26. *Santolik O., Gurnett D. A., Pickett J. S., et al.* Spatio-temporal structure of storm-time chorus // *J. Geophys. Res.*—2003.—**108** (A7).—P. 1278.—doi:10.1029/2002JA009791.
27. *Sazhin S. S., Hayakawa M.* Magnetospheric chorus emissions: A review // *Planet. Space Sci.*—1992.—**40**.—P. 681—697.
28. *Shklyar D.* Linear waves properties: Plasma physics // *Plasmas Heliogeophysics.*—2008.—**2**.—P. 390—489.
29. *Shklyar D. R.* On the nature of particle energization via resonant wave-particle interaction in the inhomogeneous magnetospheric plasma // *Ann. Geophys.*—2011.—**29**.—P. 1179—1188.
30. *Trakhtengerts V. Y.* A generation mechanism for chorus emission // *Ann. Geophys.*—1999.—**17**.—P. 95—100.
31. *Tsurutani B. T., Smith E. J.* Postmidnight chorus: A substorm phenomenon // *J. Geophys. Res.*—1974.—**79** (1).—P. 118—127.—doi:10.1029/JA079i001p00118.

Стаття надійшла до редакції 15.06.12