

## СИМЕТРИЧНІ СТЕПЕНІ ТА АБСОЛЮТНІ ЕКСТЕНЗОРИ В АСИМПТОТИЧНІЙ КАТЕГОРІЇ

*Доведено, що функтор симетричного степеня в асимптотичній категорії зберігає клас абсолютних екстензорів для класу власних метричних просторів скінченного асимптотичного виміру Ассуада-Наґати.*

**Вступ.** Асимптотична топологія – розділ математики, що досліджує властивості метричних просторів, а також більш загальних структур – так званих грубих просторів – «на нескінченності». Це відрізняє її від класичної топології, яка оперує, в основному, властивостями простору, заданими в околі точки. Останніми роками асимптотична топологія інтенсивно розвивається [13, 15–19]. Численні результати [5, 6, 9, 11] стосуються асимптотичної теорії виміру, яка знаходить свої застосування, зокрема, в геометричній теорії груп.

Основи асимптотичної топології викладено в статті А. Дранішнікова [8], де наводиться ряд означень і результатів, потрібних для подальшого викладу. Так, у цій статті означені дві асимптотичні категорії (асимптотична категорія  $\mathcal{A}$  власних метричних просторів та метрично власних асимптотично ліпшицевих відображень і ширша категорія  $\bar{\mathcal{A}}$ , де об'єкти ті ж, що і в  $\mathcal{A}$ , а морфізми – асимптотично ліпшицеві грубо власні відображення), які згодом виявилися найважливішими для розвитку асимптотичної топології.

Поняття абсолютного екстензора (для заданого класу об'єктів) носить категорний характер. Нижче розглядаємо абсолютні екстензори в асимптотичній категорії Дранішнікова і досліджуємо проблему збереження класу абсолютних екстензорів функтором симетричного степеня в цій категорії. Зауважимо, що задача збереження абсолютних екстензорів у різних топологічних категоріях розглядалась багатьма авторами. Функтор симетричного степеня відіграє особливу роль серед функторів скінченного степеня. Відзначимо, зокрема, що задача продовження відображень зі значеннями в симетричних степенях пов'язана з результатами Ф. Альмгрена [4], які стосуються геометричних варіаційних проблем у ковимірі, вищому, ніж 1. Крім того, функтор симетричного степеня є важливим в алгебраїчній топології у зв'язку з теоремою Дольда – Тома [7].

Варто зазначити, що інша важлива категорія асимптотичної топології – категорія Рое (див. [18]) – бідна на абсолютні екстензори. Властивість бути абсолютним екстензором лежить в основі багатьох результатів асимптотичної топології, зокрема, тих, що стосуються теореми про накриваючу гомотопію. Детальному розглядові цієї тематики присвячено статтю [20].

**Термінологія і позначення.** Через  $O_\varepsilon(A)$  позначаємо  $\varepsilon$ -окіл множини  $A$  в метричному просторі,  $\varepsilon \geq 0$ .

Замкнену кулю радіуса  $\varepsilon$  з центром у точці  $x$  позначають, як правило,  $\bar{O}_\varepsilon(x)$ , де  $x \in X$ ,  $\varepsilon \geq 0$ .

Метричний простір  $(X, d)$  називаємо *власним*, якщо кожна замкнена куля в  $X$  компактна.

Нехай  $(X, d)$  і  $(Y, \rho)$  – власні метричні простори. Відображення  $f : X \rightarrow Y$  називаємо  $(\lambda, s)$ -ліпшицевим (тут  $\lambda > 0, s \geq 0$ ), якщо

$$\rho(f(x), f(y)) \leq \lambda d(x, y) + s, \quad x, y \in X.$$

Кажуть, що відображення  $f : X \rightarrow Y$  є *асимптотично ліпшицевим*, якщо воно є  $(\lambda, s)$ -ліпшицевим для деяких  $\lambda, s$ .

Якщо  $s = 0$ , то  $(\lambda, s)$ -ліпшицеві відображення називають  $\lambda$ -ліпшицевими. Відображення  $f$  ліпшицеве, якщо воно  $\lambda$ -ліпшицеве для деякого  $\lambda$ ; мінімальне таке  $\lambda$  позначають через  $\text{Lip}(f)$  і називають сталою Ліпшиця відображення  $f$ .

Відображення  $f : X \rightarrow Y$  метричних просторів  $(X, d)$  та  $(Y, \rho)$  називають квазіізотрією, якщо існують сталі  $C, D \geq 0$ ,  $\lambda > 0$  такі, що

$$\frac{1}{\lambda} d(x, y) - C \leq \rho(f(x), f(y)) \leq \lambda d(x, y) + C, \quad x, y \in X,$$

і кожна точка простору  $Y$  знаходиться на відстані щонайбільше  $D$  від деякої точки з множини  $f(X)$ .

Відображення  $f : X \rightarrow Y$  називають грубо власним, якщо прообраз кожної обмеженої множини є обмежений. У класі метричних просторів це поняття еквівалентне метричній власності. Множину в метричному просторі називають обмеженою, якщо вона міститься в деякій кулі. Для підмножини  $A$  в метричному просторі  $(X, d)$  приймемо

$$\text{diam } A = \sup \{d(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

Нехай  $C > 0$ . Множину  $M$  в метричному просторі  $X$  називаємо  $C$ -зв'язною, якщо для кожних  $x, y \in M$  існують  $x_0 = x, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = y$  такі, що  $d(x_i, x_{i-1}) \leq C$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Максимальну (щодо включення)  $C$ -зв'язну множину називаємо компонентою  $C$ -зв'язності.

Метричний простір  $(X, d)$  називають абсолютним екстензором у категорії  $\mathcal{A}$  (позначається  $X \in \text{AE}(\mathcal{A})$ ), якщо для кожного метричного простору  $(Y, \rho)$  і кожного грубо власного асимптотично ліпшицевого відображення  $f : A \rightarrow X$ , означеного на довільній замкненій підмножині  $A$  простору  $Y$ , існує продовження  $\bar{f} : Y \rightarrow X$ , що є грубо власним асимптотично ліпшицевим відображенням. Якщо в цьому означенні вимагати  $Y \in \mathcal{C}$ , де  $\mathcal{C}$  – деякий клас метричних просторів, то одержимо поняття абсолютного екстензора в класі  $\mathcal{C}$  (позначається  $X \in \text{AE}(\mathcal{C})$ ).

В асимптотичній категорії  $\mathcal{M}$ . Громов наводить декілька еквівалентних означень асимптотичного виміру, а саме: через сім'ї, через число Лебега, в термінах кообмежених відображень у рівномірні поліедри. Можна також дати означення асимптотичного виміру в термінах абсолютних екстензорів. Згідно з теоремою Дранішнікова [8], максимальний клас  $\mathcal{C}_n$  метричних просторів, у якому евклідовий простір  $\mathbb{R}^{n+1} \in \text{AE}(\mathcal{C}_n)$ , ідентичний класові метричних просторів з асимптотичним виміром  $\leq n$ , означеним М. Громовим [14].

Для кожного власного метричного простору  $X$  через  $\text{exp } X$  позначимо множину всіх непорожніх компактних підмножин метричного простору  $X$ . Метрика  $d$  на  $X$  породжує метрику Гаусдорфа  $d_H$  на  $\text{exp } X$ :

$$d_H(A, B) = \inf \{ \varepsilon > 0 \mid A \subset O_\varepsilon(B), B \subset O_\varepsilon(A) \}.$$

Для кожного  $n \in \mathbb{N}$  через  $\text{exp}_n X$  позначимо підпростір в  $\text{exp } X$ , що складається з усіх множин потужності  $\leq n$ .

Нагадаємо означення  $n$ -го симетричного степеня метричного простору  $(X, d)$ . Нехай  $\sim$  – відношення еквівалентності на степені  $X^n$ , що задається умовою:  $(x_1, \dots, x_n) \sim (y_1, \dots, y_n)$  тоді й тільки тоді, коли існує перестановка

$\sigma$  множини  $\{1, \dots, n\}$  така, що  $x_i = y_{\sigma(i)}$  для кожного  $i = 1, \dots, n$ . Факторпростір простору  $X$  за таким відношенням еквівалентності називають *симетричним степенем* простору  $X$  і позначають через  $SP^n(X)$ .

Клас еквівалентності відношення  $\sim$ , що містить точку  $(x_1, \dots, x_n)$ , позначають  $[x_1, \dots, x_n]$ . Кожне відображення  $f : X \rightarrow Y$  індукує відображення  $SP^n(f) : SP^n(X) \rightarrow SP^n(Y)$ , що задається формулою

$$SP^n(f)([x_1, \dots, x_n]) = [f(x_1), \dots, f(x_n)].$$

Носієм елемента  $x = [x_1, \dots, x_n] \in SP^n(X)$  називають множину

$$\text{supp}(x) = \{x_1, \dots, x_n\} \in \text{exp}_n X.$$

Метрику  $\hat{d}$  на  $SP^n(X)$  задають формулою

$$\hat{d}([x_1, \dots, x_n], [y_1, \dots, y_n]) = \min_{\sigma} \min_i d(x_i, y_{\sigma(i)}).$$

Означимо вимір Ассуада-Нагати метричного простору  $(X, d)$ . Нехай  $\mathcal{A}$  – деяка сім'я підмножин у просторі  $X$ . Якщо  $s > 0$  і  $\mathcal{A}$  – деяке покриття простору  $X$ , то кажемо, що  $s$ -кратність  $\mathcal{A}$  не більша, ніж  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , якщо кожна множина діаметра  $\leq s$  перетинає щонайбільше  $n + 1$  елемент покриття  $\mathcal{A}$ . Кажемо, що сім'я множин  $\mathcal{A}$  є  $D$ -обмеженою, де  $D > 0$  – деяка стала, якщо  $\text{mesh}(\mathcal{A}) = \sup \{\text{diam}(A) \mid A \in \mathcal{A}\} < D$ .

*Вимір Ассуада-Нагати* простору  $X$  – це мінімальне число  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , що має властивість: існує стала  $C > 0$  така, що для кожного  $s > 0$  існує покриття  $\mathcal{A}$  простору  $X$  таке, що  $\text{mesh}(\mathcal{A}) \leq Cs$  і  $s$ -кратність покриття  $\mathcal{A}$  не більша, ніж  $n$ . (Позначення  $\dim_{AN}(X) = n$ .)

*Асимптотичний вимір Ассуада-Нагати* простору  $X$  – це мінімальне число  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , що має властивість: існує  $s_0 \geq 0$  та існує стала  $C > 0$  така, що для кожного  $s \geq s_0$  існує покриття  $\mathcal{A}$  простору  $X$  таке, що  $\text{mesh}(\mathcal{A}) \leq Cs$  і  $s$ -кратність  $\mathcal{A}$  не більша, ніж  $n$ . (Позначення  $\text{as dim}_{AN}(X) = n$ .)

Через  $\mathcal{AN}(\omega)$  позначатимемо клас метричних просторів, вимір Ассуада-Нагати яких є скінченним.

**Основний результат.** Нам знадобиться такий допоміжний факт.

**Твердження 1.** *Нехай  $X$  – дискретний метричний простір. Тоді  $\dim_{AN}(X) = \text{as dim}_{AN}(X)$ .*

*Доведення.* Очевидно, що

$$\dim_{AN}(X) \geq \text{as dim}_{AN}(X).$$

Нехай  $\text{as dim}_{AN}(X) = n$ . Оскільки  $X$  – дискретний простір, то існує  $c > 0$  таке, що  $d(x, y) \geq c$  для кожних  $x, y \in X$ ,  $x \neq y$ . Існує  $s_0 \geq 0$  та існує стала  $C > 0$  така, що для кожного  $s \geq s_0$  існує покриття  $\mathcal{A}_s$  простору  $X$  таке, що  $\text{mesh}(\mathcal{A}_s) \leq Cs$  і кожна підмножина в  $X$  діаметра  $\leq s$  перетинає щонайбільше  $n + 1$  елемент покриття  $\mathcal{A}_s$ . Не зменшуючи загальності, можна вважати, що  $s_0 \geq c$ . Приймемо  $C' = (Cs_0)/c$ .

Покажемо, що для кожного  $s > 0$  існує покриття  $\mathcal{A}$  простору  $X$  таке, що  $\text{mesh}(\mathcal{A}) \leq C's$  і кожна підмножина в  $X$  діаметром  $\leq s$  перетинає щонайбільше  $n + 1$  елемент покриття  $\mathcal{A}$ .

Розглянемо два випадки.

1)  $s \geq s_0$ .

У цьому випадку прийmemo  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_s$ .

2)  $0 < s < s_0$ .

Тоді за покриття  $\mathcal{A}$  можна взяти дискретну сім'ю  $\{\{x\} \mid x \in X\}$ .  $\diamond$

Основним результатом статті є

**Теорема 1.** Нехай  $X$  – власний метричний простір і  $X \in \text{AE}(\mathcal{AN}(\omega))$ .

Тоді  $SP^n(X) \in \text{AE}(\mathcal{AN}(\omega))$ .

Доведення. Нехай  $A$  – замкнена підмножина в метричному просторі  $Y \in \mathcal{AN}(\omega)$  і  $f : A \rightarrow X$  – асимптотично ліпшицеве метрично власне відображення. Оскільки вимір Ассuada-Нагати є інваріантом при ізометричних відображеннях (див. [10]), а кожен метричний простір містить дискретний підпростір такий, що вкладення цього простору у вихідний простір є квазіізометрією, можемо вважати, не зменшуючи загальності, що простір  $X$  дискретний. Тоді, за твердженням 1, маємо  $\dim_{\text{AN}}(X) = \text{as dim}_{\text{AN}}(X)$ .

Вважатимемо, що  $X$  є підмножиною в банаховому просторі  $B$ , до того ж метрика на  $X$  є звуженням метрики, індукованої нормою в просторі  $B$ . (Можна, наприклад, використати ізометричне вкладення Куратовського метричного простору  $(X, d)$  в банаховий простір обмежених неперервних функцій на  $X$  з  $\text{sup}$ -нормою; це вкладення відображає точку  $x \in X$  в функцію  $y \mapsto d(x, y) - d(x_0, y)$ , де  $x_0 \in X$  – деяка фіксована точка.)

Оскільки згідно з [12] простір  $SP^n(B)$  є абсолютним екстензором для класу просторів  $\mathcal{AN}(\omega)$ , то існує продовження відображення  $f$  до асимптотично ліпшицевого відображення  $\bar{f} : X \rightarrow SP^n(B)$ .

Позначимо через  $\Gamma_{\bar{f}}$  графік відображення  $\bar{f}$ , тобто множину

$$\Gamma_{\bar{f}} = \{(x, b) \in X \times B \mid b \in \text{supp}(\bar{f}(x))\}.$$

Вважаємо, що метрика на  $\Gamma_{\bar{f}}$  індукована з  $\ell_1$ -метрики на добутку  $X \times B$ .

Покажемо, що

$$\text{as dim}_{\text{AN}}(\Gamma_{\bar{f}}) = \text{as dim}_{\text{AN}}(X).$$

Позначимо через  $\pi_1 : X \times B \rightarrow X$  відображення проектування. Доведемо, що  $\overline{\text{as dim}_{\text{AN}}(\pi_1)} = 0$ , де через  $\overline{\text{as dim}_{\text{AN}}(\pi_1)}$  позначено верхню грань чисел  $\text{as dim}_{\text{AN}}(\pi_1^{-1}(Z))$ , де  $Z \subset X$  і  $\text{as dim}_{\text{AN}}(Z) = 0$ .

Отож, нехай маємо такий підпростір  $Z \subset X$ . Тоді існує стала  $C > 0$  така, що для кожного  $D > 0$  існує  $D$ -диз'юнктне покриття  $\mathcal{U}$  простору  $X$ , до того ж  $\text{mesh}(\mathcal{U}) \leq CD$ . Позначимо через  $\mathcal{V}$  сім'ю компонент  $D$ -зв'язності елементів множини  $\pi_1^{-1}(Z)$  і нехай  $V \in \mathcal{V}$ . Нехай  $x, y \in V$ . Тоді існує скінченний ланцюг  $x_0 = x, x_1, \dots, x_n = y$  у множині  $V$  такий, що  $d(x_i, x_{i+1}) < D$  для кожного  $i = 0, 1, \dots, n-1$ . Оскільки  $\pi_1$  є нерозтягуючим відображенням, одержуємо, що  $d(\pi_1(x_i), \pi_1(x_{i+1})) < D$  для кожного  $i = 0, 1, \dots, n-1$ . Звідси випливає, що існує  $U \in \mathcal{U}$ , для якого  $\pi_1(x), \pi_1(y) \in U$ . Тому

$$d(\pi_1(x), \pi_1(y)) \leq \text{mesh}(U) \leq CD.$$

Оскільки  $X$  – дискретний простір, то відображення  $\bar{f}$  є ліпшицевим; позначимо його константу Ліпшиця через  $K$ . Тоді ліпшицевим з константою  $K$  буде також і композиція

$$z \mapsto (z, \text{supp} \bar{f}(z)) : X \rightarrow \text{exp}_n(\Gamma_{\bar{f}}).$$

Покажемо, що

$$d(x, y) \leq (n+2)K \text{mesh}(\mathcal{U}).$$

Оскільки

$$d_H(\pi_1^{-1}(x'), \pi_1^{-1}(y')) < K \text{mesh}(\mathcal{U})$$

для кожних  $x', y' \in U$ , то  $y \in O_{K \text{mesh}(\mathcal{U})}(\pi_1^{-1}(\pi_1(x)))$ . Припустивши супротивне, а саме, що  $d(x, y) > (n+2)K \text{mesh}(\mathcal{U})$ , з того, що  $|\pi_1^{-1}(x)| \leq n$ , робимо висновок, що принаймні одна з точок ланцюга  $x_0, x_1, \dots, x_n$  лежить за межами множини  $O_{K \text{mesh}(\mathcal{U})}(\pi_1^{-1}(\pi_1(x)))$ . Це призводить до суперечності.

Згідно з результатами статті [12] маємо

$$\text{as dim}_{\text{AN}}(\Gamma_{\bar{f}}) \leq \text{as dim}_{\text{AN}}(Y) + \overline{\text{as dim}_{\text{AN}}(\pi_1)} = \text{as dim}_{\text{AN}}(Y).$$

Позначимо через  $\pi_2 : Y \times B \rightarrow B$  відображення проектування. Оскільки  $X \in \text{AE}(\mathcal{AN}(\omega))$ , то існує продовження  $g : \Gamma_{\bar{f}} \rightarrow X$  відображення

$$\pi_2 | (\pi_1^{-1}(A)) : \pi_1^{-1}(A) \rightarrow X,$$

яке є асимптотично ліпшицевим відображенням. Тепер означимо відображення  $f' : Y \rightarrow SP^n(X)$  формулою

$$f'(y) = SP^n(g)(SP^n(\pi_2))^{-1}(\bar{f}(y)), \quad y \in Y.$$

З асимптотичної ліпшицевості відображення  $\bar{f}$  нескладно вивести асимптотичну ліпшицевість відображення  $f'$ . Якщо  $y \in A$ , то

$$f'(y) = SP^n(\pi_2)(SP^n(\pi_2))^{-1}(f(y)) = f(y),$$

тобто відображення  $f'$  є продовженням відображення  $f$ .

Покажемо, що відображення  $f'$  є метрично власним. Нехай  $T$  – обмежена підмножина в  $SP^n(X)$ . Оскільки відображення  $\text{supp}$  і відображення об'єднання є нерозтягуючими, то обмеженою є також множина

$$\bigcup \{\text{supp}(x) \mid x \in T\}.$$

Тоді, оскільки відображення  $g$  є метрично власним, обмеженою також є множина

$$\pi_1(g^{-1}(\bigcup \{\text{supp}(x) \mid x \in T\})) = (f')^{-1}(T).$$

Теорему доведено.  $\diamond$

Аналогічно до цієї теореми можна довести наступний результат.

**Теорема 2.** *Нехай для кожного  $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  клас  $\mathcal{AC}(m)$  складається з власних метричних просторів скінченного асимптотичного виміру Ассуада-Наґати і асимптотичного виміру  $\leq m$ . Нехай  $X$  – власний метричний простір і  $X \in \text{AE}(\mathcal{AC}(m))$ .*

*Тоді для кожного  $n \in \mathbb{N}$  маємо  $SP^n(X) \in \text{AE}(\mathcal{AC}(m))$ .*

**Зауваження і висновки.** Природно виникає бажання перенести результати цієї статті на функтор гіперсиметричного степеня  $\text{exp}_n$  та інші функтори скінченного степеня в асимптотичній категорії.

Метричний простір  $Y$  називають *ліпшицево  $n$ -зв'язним*, якщо існує стала  $\lambda \geq 1$  така, що для кожного  $m \in \{0, 1, \dots, n\}$  і кожного ліпшицевого відображення  $f: S^m \rightarrow Y$  існує ліпшицеве продовження  $F: B^{m+1} \rightarrow Y$  таке, що  $\text{Lip}(F) \leq \lambda \text{Lip}(f)$ . Тут  $S^m$  і  $B^{m+1}$  – відповідно одинична сфера і одинична замкнена куля в евклідовому просторі  $\mathbb{R}^{m+1}$  з індукованою метрикою. Доведення основного результату в [12] базується на збереженні класу ліпшицево  $n$ -зв'язних просторів функтором симетричного степеня. Доречно сформулювати таке ж питання для інших нормальних функторів скінченного степеня в сенсі Є. В. Щепіна [3] і власне для згаданого вже функтора гіперсиметричного степеня, а також для узагальнення функторів симетричного степеня – функторів  $G$ -симетричного степеня.

Тематикою збереження (чи посилення) зв'язності функторами в категорії компактів займалися різні автори (див., наприклад, [1, 2, 21]). Зокрема, в [21] досліджено властивість  $n$ -зв'язності гіперсиметричних степенів. Тому цілком закономірно підходимо до задачі перенесення результатів цієї статті на ліпшицеву категорію.

1. Басманов В. Н. Функторы, переводящие связные ANR-компакты в односвязные пространства // Вестн. МГУ. Сер. Мат. Мех. – 1984. – № 6. – С. 40–42.
2. Заричный М. М. Фундаментальная группа суперрасширения  $\lambda_n(X)$  // В кн.: Отображения и функторы / Под ред. П. С. Александрова. – Москва: МГУ, 1984. – С. 24–31.
3. Щепин Е. В. Функторы и несчетные степени компактов // Успехи мат. наук. – 1981. – **36**, № 3. – С. 3–62.
4. Almgren F. J. (Jr.) Dirichlet's problem for multiple-valued functions and the regularity of mass minimizing integral currents // Minimal submanifolds and geodesics: Proc. Japan–United States sem. (Tokyo, 1977). – New York: North-Holland, 1979. – P. 1–6.
5. Bell G., Dranishnikov A. N. Asymptotic dimension // Topol. Appl. – 2008. – **155**. – P. 1265–1296.
6. Bell G., Dranishnikov A. N. Asymptotic dimension in Bedlewo // Arxiv: math. GR – 2005. – 0507570.
7. Dold A., Thom R. Quasifaserungen und unendliche symmetrische Produkte // Ann. Math. – 1958. – **67**. – P. 239–281.
8. Dranishnikov A. Asymptotic topology // Russian Math. Surveys. – 2000. – **55**, No. 6. – P. 71–116.
9. Dranishnikov A. On asymptotic inductive dimension // JP J. Geom. Topol. – 2001. – **1**, No. 3. – P. 239–247.
10. Dranishnikov A. N., Smith J. On asymptotic Assouad-Nagata dimension // Topol. Appl. – 2007. – **154**, No. 4. – P. 934–952.
11. Dranishnikov A., Zarichnyi M. Universal spaces for asymptotic dimension // Topol. Appl. – 2004. – **140**, No. 2–3. – P. 203–225.
12. Goblet J. Lipschitz extension of multiple Banach-valued functions in the sense of Almgren // arXiv: math/0609606v1 [math.MG] 21 sep. 2006.
13. Grave A. Asymptotic dimension of coarse spaces // J. Math. (New York). – 2006. – No. 12. – P. 249–256.
14. Gromov M. Asymptotic invariants for infinite groups. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. – (Lecture Note Ser. – Vol. 182.) – 295 p.
15. Protasov I., Banakh T. Ball structures and colorings of graphs and groups. – Lviv: VNTL Publ., 2003. – 148 p. – (Math. Studies: Monograph Series. – Vol. XI.)
16. Protasov I., Zarichnyi M. General asymptology. – Lviv: VNTL Publ., 2007. – 219 p. – (Math. Studies: Monograph Series. – Vol. XII.)
17. Roe J. Coarse cohomology and index theory on complete Riemannian manifolds // Memoirs Amer. Math. Soc. – 1993. – **104**, No. 497. – P. 1–90.

18. Roe J. Index theory, coarse geometry, and topology of manifolds // CBMS regional Conference Series in Mathematics. – 1996. – No. 90.
19. Roe J. Lectures on coarse geometry. – Providence, R. I.: AMS, 2003. – (Univ. Lecture series. – Vol. 31.) – 175 p.
20. Sawicki M. Absolute extensors and absolute neighborhood extensors in asymptotic categories // Topol. Appl. – 2005. – 150, No. 1–3. – P. 59–78.
21. Tuffley Chr. Connectivity of finite subset spaces of cell complexes // Pacific J. of Math. – 2004. – 217, No. 1. – P. 175–179.

**СИММЕТРИЧЕСКИЕ СТЕПЕНИ И АБСОЛЮТНЫЕ ЭКСТЕНЗОРЫ  
В АСИМПТОТИЧЕСКОЙ КАТЕГОРИИ**

*Доказано, что функтор симметрической степени в асимптотической категории сохраняет класс абсолютных экстензоров в классе собственных метрических пространств конечной асимптотической размерности Ассuada-Нагаты.*

**SYMMETRIC POWERS AND ABSOLUTE EXTENSORS  
IN ASYMPTOTIC CATEGORY**

*It is proved that the symmetric power functor in the asymptotic category preserves the class of absolute extensors for the class of proper metric spaces of finite asymptotic Assouad-Nagata dimension.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
08.10.08