



УДК 621.3.019.3

А.В. ФЕДУХИН

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ЭЛЕМЕНТОВ

**Abstract:** The questions of statistical modelling reliability of nonrestorable and not reserved system with consecutive structure of elements are considered on the basis of generators of the random numbers having  $DN$ -distribution. The algorithm of modelling reliability and examples of modelling reliability of systems for the various initial data on characteristics of reliability of components are offered.

**Key words:** statistical modelling, consecutive structure, reliability of nonrestorable not reserved system.

**Анотація:** Розглянуті питання статистичного моделювання надійності невідновлювальної нерезервованої системи з послідовною структурою елементів на основі використання генераторів випадкових чисел, що мають  $DN$ -розподіл. Запропоновано алгоритм моделювання надійності та подано приклади моделювання надійності систем для різноманітних вихідних даних щодо показників надійності складових частин.

**Ключові слова:** статистичне моделювання, послідовна структура, надійність невідновлювальної нерезервованої системи.

**Аннотация:** Рассмотрены вопросы статистического моделирования надежности невосстанавливаемой нерезервированной системы с последовательной структурой элементов на основе генераторов случайных чисел, имеющих  $DN$ -распределение. Предложен алгоритм моделирования надежности и поданы примеры моделирования надежности систем для различных исходных данных на показатели надежности составных частей.

**Ключевые слова:** статистическое моделирование, последовательная структура, надежность невосстанавливаемой нерезервированной системы.

### 1. Введение

Невысокая эффективность управленческих решений, сделанных на основе интуиции, объясняется тем, что причины и следствия в сложных системах разнесены во времени и пространстве, поэтому человеку трудно предсказать, какие последствия вызовет то или иное решение. В тех случаях, когда для оценки принимаемых решений эксперимент с реальными системами невозможен или слишком дорог, используется моделирование.

Статистическое моделирование довольно часто используется в практике надежности. Его можно эффективно использовать для имитации результатов испытаний на надежность изделий и систем. Методы статистического моделирования основаны на применении генераторов случайных чисел, распределенных по заданному закону распределения. В качестве случайной величины чаще всего выбирается время до отказа (на отказ) изделия. Статистическое моделирование позволяет получать статистические оценки всех количественных показателей надежности, «виртуально отказывающих» в процессе статистического «эксперимента» изделий.

### 2. Моделирование надежности системы

Методы статистического моделирования позволяют оценивать показатели надежности как элементов, так и систем. При моделировании систем (под системой понимается любой объект, который можно представить в виде элементов, соединенных в одну из структурных схем

надежности (ССН)) используется столько генераторов случайных чисел, сколько элементов входит в состав системы.

Рассмотрим случай, когда имеется невосстанавливаемая система (рис. 1), состоящая из трех последовательно соединенных элементов. Введем следующие допущения.

**Допущение 1.** Отказы элементов системы обнаруживаются немедленно после их возникновения.

**Допущение 2.** Отказы элементов системы независимы между собой.

**Допущение 3.** Отказ любого элемента системы приводит к отказу всей системы.

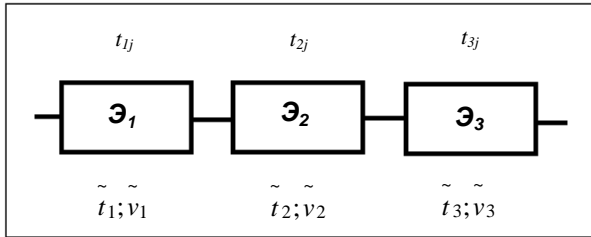


Рис. 1. Структурная схема невосстанавливаемой нерезервированной (последовательной) системы

Метод статистического моделирования надежности системы основан на принципе “слабого звена”, т.е. в дальнейших расчетах основных показателей надежности используется наработка до отказа системы, которой соответствует минимальное время отказа элемента системы. Моделирование осуществляется по строкам матрицы состояний элементов системы (рис. 2).

В этом случае вводят значения  $t_1$  и

| №   | $G_1$    | $G_2$    | $G_3$    |
|-----|----------|----------|----------|
| 1   | $t_{11}$ | $t_{21}$ | $t_{31}$ |
| →   | ...      | ...      | ...      |
| →   | $t_{1j}$ | $t_{2j}$ | $t_{3j}$ |
| $N$ | $t_{1n}$ | $t_{2n}$ | $t_{3n}$ |

Рис. 2. Моделирование по строкам матрицы состояний элементов системы

$v_1$  для генератора  $G_1$  и моделируют отказ первого элемента ( $t_{11}$ ), потом вводят значения  $t_2$  и  $v_2$  для генератора  $G_2$  и моделируют отказ второго элемента ( $t_{21}$ ), вводят  $t_3$  и  $v_3$  для генератора  $G_3$  и моделируют отказ третьего элемента ( $t_{31}$ ). И так повторяют процедуры моделирования последовательной цепочки элементов  $N$  раз (рис. 2).

Результаты моделирования заносятся в сводную таблицу (табл. 1), после чего производится обработка данных, т.е. в каждой строке выбирается минимальное

время отказа элемента, которое и принимается за отказ системы.

$$t_j = \min\{t_{1j}, t_{2j}, t_{3j}\}. \quad (1)$$

Алгоритм моделирования надежности невосстанавливаемой нерезервированной системы с последовательной структурой элементов приведен на рис. 3.

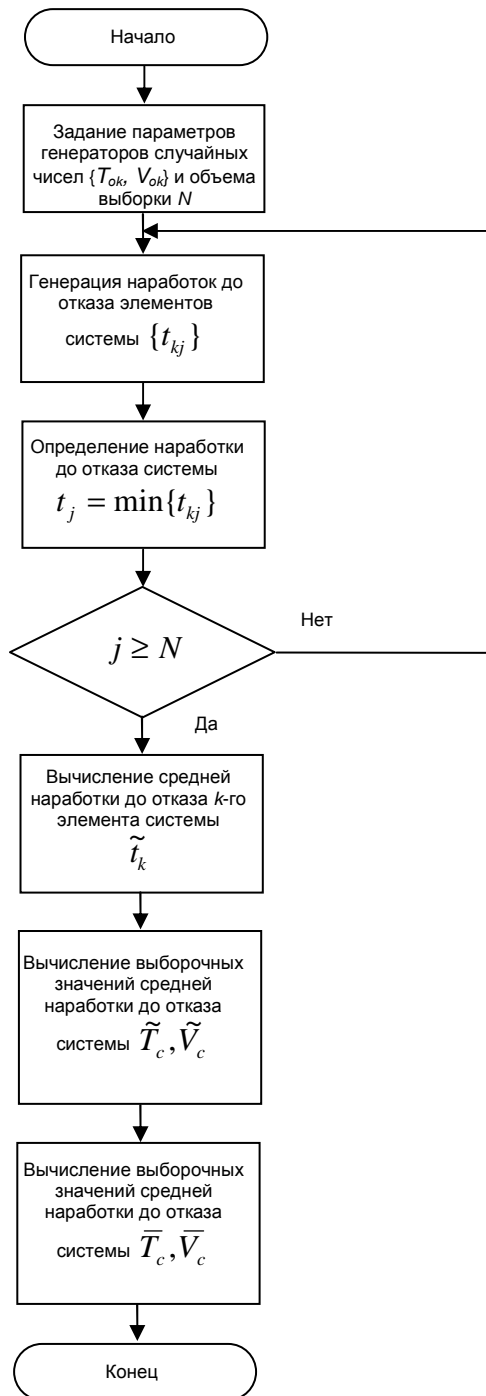


Рис. 3. Алгоритм моделирования надежности невосстанавливаемой нерезервированной (последовательной) системы

Временная диаграмма работы невосстанавливаемой нерезервированной системы с последовательной структурой элементов приведена на рис. 4.

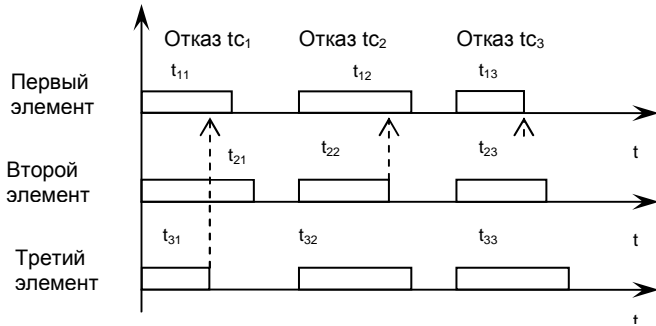


Рис. 4. Временная диаграмма моделирования работы последовательной системы

### 3. Теоретические оценки надежности системы

Для проверки результатов моделирования используется расчетно-экспериментальная оценка надежности системы, которая имеет ССН-1 [3, 4] и состоит из последовательного соединения невосстанавливаемых элементов (рис. 1).

Используя данные первых четырех столбцов табл. 1, вычисляем

значения средней наработки до отказа  $\tilde{t}_k$  и коэффициент вариации наработки до отказа  $\tilde{V}_k$   $k$ -го элемента:

$$\tilde{t}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N t_{kj}, \quad \tilde{V}_k = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (t_{kj} - \tilde{t}_k)^2}{N-1}}}{\tilde{t}_k}, \quad (2)$$

где  $t_{kj}$  – наработка до отказа  $k$ -го элемента.

По показателям надежности элементов, полученным по (2) с помощью моделирования, вычисляем выборочную оценку средней наработки до отказа  $\tilde{T}_c$  и коэффициент вариации наработки до отказа  $\tilde{V}_c$  системы

$$\tilde{T}_c = \left( \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\tilde{t}_k^2}} \right)^{-1}, \quad \tilde{V}_c = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (\tilde{V}_{kj}^2 / \tilde{t}_{kj}^2)}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\tilde{t}_{kj}^2}}}. \quad (3)$$

Используя данные пятого столбца табл. 1 ( $t_j$ ), вычисляем выборочную оценку средней наработки до отказа  $\bar{T}_c$  и коэффициент вариации средней наработки до отказа  $\bar{V}_c$  системы с помощью моделирования по методу «слабого звена»:

$$\bar{T}_c = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N t_j, \quad \bar{V}_c = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (t_j - \bar{T}_c)^2}{N-1}}}{\bar{T}_c}. \quad (4)$$

Результаты моделирования изделия с последовательной структурой, состоящей из трех элементов, приведены ниже.

#### 4. Примеры моделирования надежности систем

**Пример 1.** Определить среднюю наработку до отказа невосстанавливаемой системы, состоящей из трех элементов. Параметры надежности элементов системы следующие:  $\{t_1 = 0,978 \cdot 10^4 \text{ ч}; \nu_1 = 0,881\}$ ;  $\{t_2 = 1,067 \cdot 10^4 \text{ ч}; \nu_2 = 1,27\}$ ;  $\{t_3 = 0,47 \cdot 10^4 \text{ ч}; \nu_3 = 0,66\}$ .

Результаты моделирования безотказности системы приведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты статистического моделирования системы с последовательной структурой из трех элементов

| № п/п | Элемент №1<br>$t_1 = 0,978 \cdot 10^4 \text{ ч};$<br>$\nu_1 = 0,881$ | Элемент №2<br>$t_2 = 1,067 \cdot 10^4 \text{ ч};$<br>$\nu_2 = 1,27$ | Элемент №3<br>$t_3 = 0,47 \cdot 10^4 \text{ ч};$<br>$\nu_3 = 0,66$ | Результат моделирования по методу «слабого звена»<br>$t_j, 10^4 \text{ ч}$ | Номер элемента, являющегося причиной отказа системы |
|-------|--|---|--|--|---|
|       | $G_1, 10^4 \text{ ч}$  | $G_2, 10^4 \text{ ч}$   | $G_3, 10^4 \text{ ч}$  |  |   |
| 1     | 2  | 3   | 4  | 5  | 6   |
| 1     | 1,733  | 1,231   | 0,562  | 0,562  | 3   |
| 2     | 1,004  | 0,494   | 0,336  | 0,336  | 3   |
| 3     | 0,579  | 0,350   | 0,195  | 0,195  | 3   |
| 4     | 0,752  | 0,241   | 0,096  | 0,096  | 3   |
| 5     | 1,802  | 0,426   | 0,307  | 0,307  | 3   |
| 6     | 0,518  | 0,069   | 0,928  | 0,069  | 2   |
| 7     | 0,167  | 0,862   | 0,156  | 0,156  | 3   |
| 8     | 0,142  | 0,918   | 0,489  | 0,142  | 1   |
| ...   | ...  | ...   | ...  | ...  | ...   |
| 41    | 0,869  | 0,178   | 0,335  | 0,178  | 2   |
| 42    | 0,229  | 0,611   | 0,286  | 0,229  | 1   |
| 43    | 0,414  | 0,243   | 1,361  | 0,243  | 2   |
| 44    | 0,878  | 0,125   | 0,532  | 0,125  | 2   |
| 45    | 0,349  | 2,816   | 0,108  | 0,108  | 3   |
| 46    | 0,364  | 0,539   | 0,140  | 0,140  | 3   |
| 47    | 1,482  | 0,548   | 0,189  | 0,189  | 3   |
| 48    | 0,549  | 3,014   | 0,187  | 0,187  | 3   |
| 49    | 0,908  | 0,144   | 0,110  | 0,110  | 3   |
| 50    | 1,461  | 0,114   | 0,749  | 0,114  | 2   |

По результатам моделирования было получено расчетное значение средней наработки до отказа системы  $\tilde{T}_c$  на основе выборочных оценок элементов, которое сравнивалось с оценкой  $\bar{T}_c$ , полученной по методу «слабого звена» через  $t_j$  (табл. 2).

Таблица 2. Результаты расчета и статистического моделирования надежности системы

| Наименование показателя надежности системы | Расчет по выборочным оценкам показателей надежности элементов | Моделирование по методу «слабого звена» |
|--|---|---|
| Средняя наработка до отказа                | $\tilde{T}_c = 0,33 \cdot 10^4 \text{ ч}$                     | $T_c = 0,27 \cdot 10^4 \text{ ч}$       |

Погрешность в оценке безотказности системы методом «слабого звена» относительно  $\tilde{T}_c$  составила  $\delta_{\tilde{T}} = 9\%$ . Проверим разработанный метод статистического моделирования надежности на примере сложного устройства с большим количеством элементов и попробуем оценить

методическую погрешность метода моделирования в зависимости от количества элементов системы.

**Пример 2.** Вычислить среднюю наработку до отказа блока питания (БП) методом априорного расчета с использованием  $DN$ -распределения наработки до отказа и оценить методом статистического моделирования.

Таблица 3. Исходные данные для расчета и моделирования надежности БП

| №<br>п/п | Наименование элемента,<br>тип | Кол-во, $n$ , шт. | Средняя наработка до отказа<br>элемента $t_k$ , $10^5$ ч |
|----------|-------------------------------|-------------------|--|
| 1        | Микросхемы 142ЕН              | 3                 | 4,5250   |
| 2        | Конденсаторы:<br>КМ6          | 5                 | 2,4755   |
| 3        | К50-16                        | 5                 | 1,1371   |
| 4        | резисторы МЛТ                 | 20                | 4,7931   |
| 5        | диоды КЦ402                   | 3                 | 1,7800   |
| 6        | транзисторы 2Т814             | 3                 | 1,4570   |
| 7        | трансформатор                 | 1                 | 1,1502   |
| 8        | дрессели Д201В                | 2                 | 1,8075   |
| 9        | пайки                         | 200               | 10,4450  |

Расчетная оценка средней наработки до отказа БП вычисляется по формуле

$$T_c = \left( \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{n_k}{t_k^2}} \right)^{-1} = 29799 \text{ ч.}$$

Результаты статистического моделирования надежности блока питания (табл. 3) приведены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты расчета и статистического моделирования надежности блока питания БП

| Наименование<br>объекта<br>моделирования | Количество<br>элементов | Расчет по<br>априорным<br>оценкам<br>показателей<br>надежности<br>элементов | Расчет по<br>выборочным<br>оценкам<br>показателей<br>надежности<br>элементов | Моделирование по<br>методу «слабого<br>звена» |
|--|-------------------------|---|--|---|
| Блок питания                             | 242                     | $T_c = 29799$ ч   | $\tilde{T}_c = 28835$ ч  | $\bar{T}_c = 27607$ ч                         |

Анализ результатов статистического моделирования системы с помощью генераторов случайных чисел, распределенных в соответствии с  $DN$ -распределением, показал, что моделирование по методу «слабого звена» при большом количестве элементов (более 200) приводит к некоторому занижению средней наработки до отказа относительно  $T_c$  на  $\delta_{\tilde{T}} = 7\%$  вследствие накопления методической погрешности в процессе работы генераторов случайных чисел [1].

**Пример 3.** Исследовать зависимость средней наработки до отказа последовательной системы, состоящей из трех элементов с  $t_k = 1000$  ч, для различных значений коэффициентов вариации наработки до отказа элементов  $V_k$  в диапазоне от 0,6 до 1,2.

Результаты моделирования надежности последовательной системы приведены в табл. 5.

Таблица 5. Результаты статистического моделирования надежности системы

| Коэффициент вариации наработки до отказа элементов $V_k$ | Моделирование по методу «слабого звена» $\bar{T}_c$ | Расчет по выборочным оценкам показателей надежности элементов $\tilde{T}_c$ |
|--|---|---|
| 0,6  | 617   | 624   |
| 0,7  | 498   | 544   |
| 0,8  | 451   | 506   |
| 0,9  | 446   | 499   |
| 1,0  | 419   | 498   |
| 1,1  | 403   | 471   |
| 1,2  | 391   | 444   |

Нетрудно видеть, что с увеличением коэффициента вариации наработки до отказа элементов  $V_k$  наблюдается снижение средней наработки до отказа системы как по методу «слабого звена» ( $\bar{T}_c$ ), так и в результате расчета по выборочным оценкам показателей надежности элементов ( $\tilde{T}_c$ ).

## 5. Выводы

1. В статье разработан метод моделирования надежности невосстанавливаемой нерезервированной системы с последовательной структурой элементов на основе использования генераторов случайных чисел, имеющих  $DN$ -распределение. Метод позволяет моделировать надежность такого класса систем при различных исходных данных на показатели надежности составных частей.
2. Установлено, что при большом количестве элементов системы (более 200) погрешность моделирования среднего времени наработки до отказа системы не превышает 7%.
3. Установлено, что с увеличением коэффициента вариации наработки до отказа элементов наблюдается снижение оценок средней наработки до отказа системы как по методу «слабого звена», так и в результате расчета по выборочным оценкам показателей надежности элементов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федухин А.В., Сеспедес-Гарсия Н.В. К вопросу о статистическом моделировании надежности // Математичні машини і системи. – 2006. – № 1. – С. 156–163.
2. Погребинский С.Б., Стрельников В.П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988 – 168 с.
3. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.

Стаття надійшла до редакції 15.05.2007