

## ВИДІЛЕННЯ СЛАБКИХ ЛІНІЙ У ГАММА-СПЕКТРАХ

А. Д. Скорбун, М. І. Панасюк

*Інститут проблем безпеки АЕС НАН України, Чорнобиль*

Запропоновано метод виділення слабких ліній на фоні шумів у гамма-спектрах шляхом використання статистичної обробки. Метод оснований на розрахунку кореляції між контрольним сигналом з відомими параметрами та сигналом, який спостерігається. Показано, що запропонований метод дає змогу впевнено виділяти лінії в ситуації, коли стандартні методи ще не дають надійних результатів.

### Вступ

При гамма-спектрометричних вимірюваннях активності проб часто доводиться мати справу із зразками дуже низької активності. Із зменшенням активності рано чи пізно постає питання про наявність у спектрі лінії того чи іншого радіонукліда взагалі. Загальноприйнятий метод визначення параметрів лінії в гамма-спектрі, особливо при його автоматизованій обробці, базується на аналізі похідних і не може виділяти лінії, інтенсивність яких знаходиться на рівні фону. Фактично на практиці лінію, яка ідентифікується спектрометром, візуально видно.

Широко відомі в інших галузях (наприклад, в оптиці, радіотехніці) методи виділення сигналів із шумів у гамма-спектрометрії не використовуються. У даній роботі пропонується метод виявлення зашумлених сигналів, в якому використовується широко відомий [1, 2] у радіотехніці та оптиці спосіб виділення корисного сигналу з використанням корелятора і який базується на пошуку кореляцій між експериментальним сигналом і тестовим сигналом, параметри якого відомі й близькі до очікуваного сигналу.

### Методика розрахунків

Для автоматизованого методу пошуку сигналу в гамма-спектрі необхідно задати критерії пошуку. Загальними є наступні посилки: сигнал (пік) має гауссову форму, а фон – нормальний розподіл.

У даному підході застосовується розрахунок кореляції між експериментальним і тестовим сигналом і ступінь кореляції додатково аналізується статистичними методами. При розрахунках також виходили з того, що лінія випромінювання має гауссову форму, а ширина її відома і залежить від енергії. Що стосується фону, то в даній роботі були використані модельні псевдовипадкові нормально розподілені вибірки, хоча в подальшому при розрахунках припущення про форму розподілу не використовується.

При розрахунках ступеня кореляції між тестовою функцією і сигналом використаємо так званий статистичний тест перестановок (permutation test) [3]. Нехай ми маємо послідовність з  $n$  каналів аналого-цифрового перетворювача  $x_1, x_2, \dots, x_0, \dots, x_n$ . Задамо в них спектральну лінію у вигляді числа відліків в  $i$ -му каналі

$$y_i = A_0 \exp(-(x_i - x_0)^2 / 2\sigma^2) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

де  $\sigma^2$  – дисперсія, а  $\varepsilon_i$  – випадкова компонента. Задамо тестову лінію також у вигляді гауссової функції

$$z_k = A_1 \exp(-(x_k - x_c)^2 / 2\sigma^2), \quad (2)$$

де  $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $c = m/2$  – середина вибірки,  $m \sim \sigma \ll n$ .

Виберемо тепер із послідовності  $y_i$  підряд  $m$  елементів  $Q = y_j, \dots, y_{j+m}$  і утворимо суму

$$S_{j0} = \sum_{k=j}^m y_k z_k. \text{ Легко перевірити, що ця величина буде максимальна, коли } x_c = x_0. \text{ Так}$$

працюють корелятори в радіотехнічних чи оптичних системах, які виділяють потрібний сигнал шляхом порівняння прийнятого сигналу з тестовим.

Коли величина  $\varepsilon$  стає порівняною з корисним сигналом, наявність сигналу уже не можна визначити візуально. У цих випадках постає питання про ступінь достовірності прийняття рішення про наявність сигналу. Її можна оцінити на основі застосування статистичної обробки. Методом, який безпосередньо дає можливість у нашому випадку зробити таку оцінку, є метод перестановок.

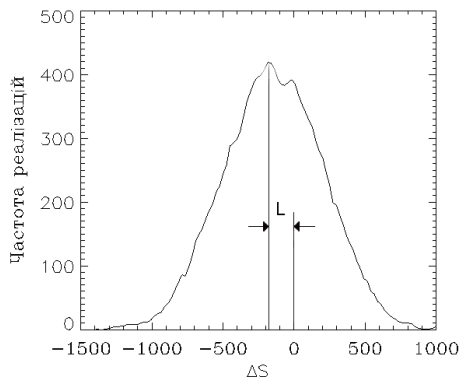


Рис. 1. Гістограма розподілу відхилень величини  $S_j$  від експериментальної величини  $S_{j0}$  при багаторазовому перемішуванні однієї з вибірок.

створених за формулами (1) та (2), показано на рис. 1. При цьому величина  $L$  зміщення максимуму гістограми вліво чи вправо від  $\Delta S = 0$  може бути характеристикою збігу тестової лінії та експериментального сигналу: чим більше  $L$ , тим вище кореляція між двома вибірками.

Якщо просканувати спектр  $u_i$  тестовою функцією  $z_k$ , зміщуючись послідовно на один канал і виконуючи описаний вище тест перестановок, можна замість  $u_i$  утворити нові вибірки, ставлячи у відповідність кожному значенню  $x_i$  величину  $L_i$  або інші характеристики виконаної статистичної обробки. У розглянутому випадку вибірка  $L$  буде мати особливість (максимум) у точці  $x_0$ . Аналізуючи такі особливості, можна приймати з визначеною ймовірністю рішення про наявність чи відсутність корисного сигналу.

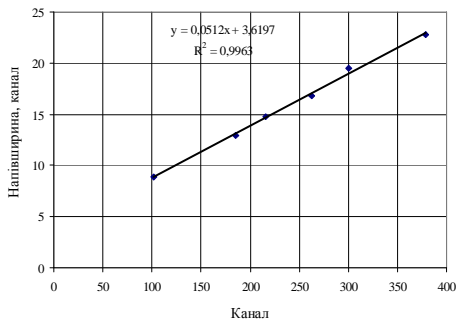


Рис. 2. Залежність напівширини піка від його енергії для піків  $^{152}\text{Eu}$ .

Ця залежність була закладена в програму моделювання: при скануванні спектра тестовою функцією (2) її ширина змінювалась за вказаним на рис. 2 лінійним законом.

На рис. 3 показано результати розрахунків для модельного фонового сигналу, просканованого тестовою функцією. Відзначимо дещо несподіваний результат: наявність у випадковій послідовності чисел досить помітних кореляцій з тестовою функцією. Це означає, що навіть у чисто фоновому сигналі можуть утворюватися комбінації, які при однократному вимірюванні спектра можна помилково прийняти за наявність сигналу. Якщо обрізати від'ємні значення нижньої кривої, які свідчать про наявність антикореляцій і нас не цікавлять, а також згладити її, одержимо результат обробки сигналу, придатний для подальшого аналізу. Діапазон зміни (у даному випадку приблизно від -15 до +15) треба вважати фоном, перевищення якого при кореляційній обробці спектра буде свідчити про наявність сигналу. Результати кореляційної обробки фонових спектрів для випадків, коли фон має нормальний і рівномірний розподіл, показано на рис. 3.

Якщо при фіксованих  $z_k$  випадковим чином переставити місцями елементи вибірки  $y_k$ , знову підрахувати суму  $S_j$  і повторити цю процедуру багато разів, то відсоток  $P$  значень  $S_j$ , які будуть перевищувати  $S_{j0}$ , буде ймовірністю того, що початкова сума  $S_{j0}$  утворилася за рахунок випадкового співвідношення між  $y_k$  та  $z_k$ . Для зручності можна змістити точку відліку в нуль, утворивши величину  $\Delta S = S_{j0} - S_j$ . Тоді від'ємні значення  $\Delta S$  будуть свідчити про можливість виникнення кореляції при випадкових реалізаціях  $z_k$ . Типову гістограму розподілу значень  $\Delta S$  для модельних вибірок, показано на рис. 1.

Утворимо тепер модельний спектр шляхом генерування ряду нормально розподілених псевдо-випадкових чисел і приписування кожному каналу випадкового числа. Проскануємо його тестовою функцією як описано вище, утворюючи послідовність чисел  $L_i$ . Ширина піків у гамма-спектрах залежить від їх енергії. Тому при пошуку кореляції ширина тестової функції повинна дорівнювати ширині піка в спектрі. На рис. 2 показано залежність ширини піка від енергії для конкретного детектора.

Утворимо тепер модельний спектр шляхом генерування ряду нормально розподілених псевдо-випадкових чисел і приписування кожному каналу випадкового числа. Проскануємо його тестовою функцією як описано вище, утворюючи послідовність чисел  $L_i$ . Ширина піків у гамма-спектрах залежить від їх енергії. Тому при пошуку кореляції ширина тестової функції повинна дорівнювати ширині піка в спектрі. На рис. 2 показано залежність ширини піка від енергії для конкретного детектора.

У результаті такого переходу від вибірки  $y_i$  до вибірки  $L_i$ , яка має вигляд серії піків у деяких каналах, отримуємо новий фоновий спектр, який має вигляд окремих ліній. І вже серед цих піків потрібно знайти корисний сигнал. Підкреслимо, що такий фоновий пік може утворитись саме в тих каналах, де очікується сигнал. Один з можливих підходів до пошуку корисного сигналу – вважати сигналом те, що перевищує максимально можливий фоновий пік. Визначення цієї величини було зроблено за допомогою наступної процедури. Генерувалася послідовність випадкових чисел довжиною 100 елементів, для якої виконувалась кореляційна обробка, як на рис. 3. З одержаної послідовності  $L_i$  вибиралося і запам'ятовувалося найбільше значення. Процедура повторювалася багато разів і таким чином утворювалася вибірка максимальних елементів. Далі при виборі рівня фону можна піти двома шляхами. Можна в якості рівня фону вибрати максимальний елемент. Тоді гарантовано все, що вище цього рівня можна вважати сигналом. Проте такі великі значення фону зустрічаю-

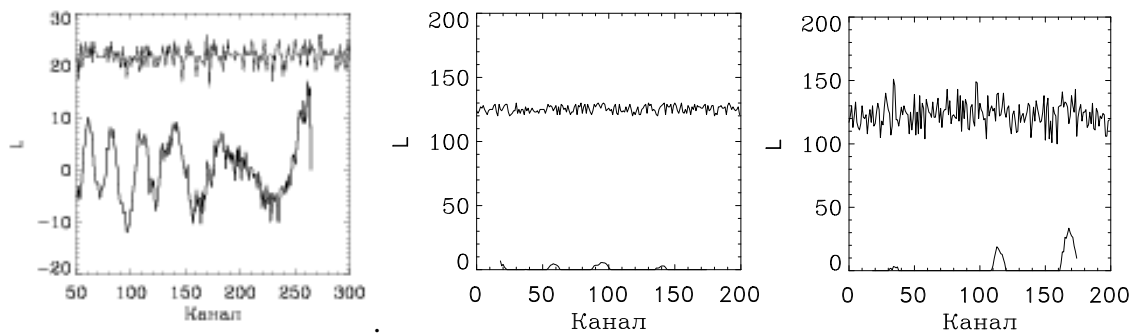


Рис. 3. Фоновий сигнал і результат його кореляційної обробки. Зліва - фон з гауссовим розподілом та кореляційний сигнал  $L$ . У центрі - фон з рівномірним розподілом; справа – фон з гауссовим розподілом. Верхні лінії - сигнал, нижні – показник кореляції  $L > 0$ .

ться нечасто, і хоча збільшення рівня фону підвищує надійність виявлення сигналу, проте означає втрату чутливості. Можна встановити рівень фону, виходячи із статистичних міркувань, тобто вибрати певний довірчий інтервал і допустити можливість хибного виявлення сигналу.

Далі до фонового сигналу додамо корисний сигнал у вигляді гауссової лінії контрольованої інтенсивності з центром у заданому каналі і такою ж дисперсією, як у тестової лінії для цього каналу і проаналізуємо можливості даного метода по виявленню цієї лінії.

### Обговорення результатів

Для оцінки можливостей спектрометра з вимірювання низькоактивних зразків вводяться дві характеристики: мінімальної активності, яка детектується (МДА), коли присутність сигналу може бути зафіксовано із заданою ймовірністю (скажімо, 5 %) (якісне визначення); мінімальної активності, яка визначається (МВА), коли сигнал гарантовано із заданою ймовірністю (скажімо, 95 %) може бути вимірянний (кількісне визначення).

Існує два підходи до визначення цих характеристик. У першому [4, 5] довільно встановлюється деякий рівень над фоном, перевищення якого вважається сигналом. У другому підході визначення МДА зводиться до задачі перевірки статистичних гіпотез про наявність у сигналі, який спостерігається, корисного сигналу. У цьому випадку рішення приймається як результат перевірки статистичних гіпотез про статистичні відмінності фонового сигналу від сигналу, в якому шукаються імпульси від гамма-квантів потрібного радіонукліда [6 – 8].

Розглянемо перший підхід. Нормативний документ - методика перевірки гамма-спектрометрів [4] встановлює МВА як величину, пропорційну  $200\sqrt{n_F}$ , де  $n_F$  – число фонових відліків на ділянці спектра, що відповідає шуканій лінії. Рівень МВА - це сума відліків корисного  $S$  і фонового сигналів  $F$ . Якщо ми хочемо знайти відношення  $S/F$ , то можемо

записати  $\frac{S+F}{F} = \frac{200\sqrt{n_F}}{n_F} = \frac{S}{F} + 1$ , звідки  $\frac{S}{F} = \frac{200}{\sqrt{n_F}} - 1$ . У нашому випадку при розрахунках  $n_F \approx 630$ , звідки  $S/F \approx 7$ . Цей результат різко контрастує з рис. 4, де показано серію кривих із зростаючим відношенням сигнал/фон і з якого видно, що вже при відношенні  $S/F \approx 0,8$  сигнал безпомилково визначається.

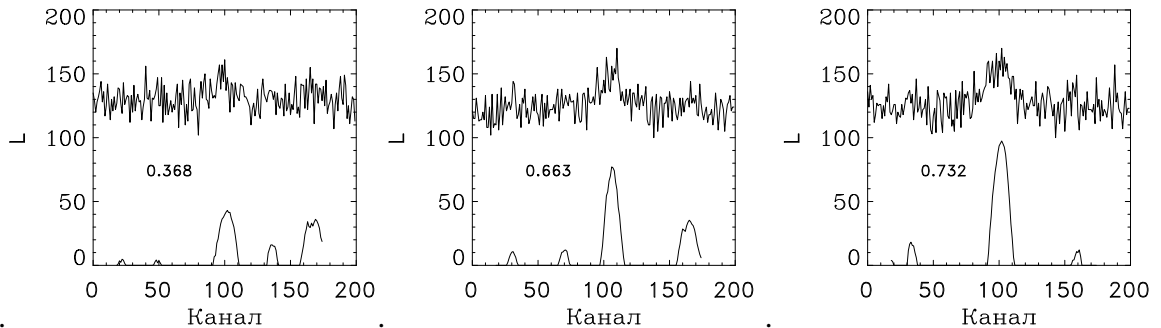


Рис. 4. Вхідний сигнал і результат його кореляційної обробки для різних співвідношень сигнал/фон. Верхні лінії - сигнал, нижні – показник кореляції  $L > 0$ . Цифри на графіках – величина співвідношення сигнал/фон.

У другому підході задача була розв'язана [6, 7] як стандартна перевірка статистичної гіпотези про знаходження із заданою імовірністю відмінності параметрів двох вибірок (фон без сигналу та із сигналом) із нормальними розподілами. Схему розгляду показано на рис. 5: необхідно визначити кількість імпульсів сигналу над фоном  $n_0$  при заданому рівні достовірності. Величини  $n_0, n_1, n_2$  – це середні значення по багатьох серіях вимірювань.

При цьому було одержано формули

$$n_1 = k_{1-\alpha}\sigma_0 \text{ та } n_2 = n_1 + k_\beta\sigma \tag{3}$$

відповідно для границі детектування (МДА) та для границі розпізнавання (МВА), де  $n_1, n_2$  – число відліків у каналах піка повного поглинання,  $k_{1-\alpha}$  –  $(1 - \alpha)$ -й (правосторонній), а  $k_\beta$  –  $\beta$ -й (лівосторонній) квантілі стандартного нормального розподілу,  $\sigma_0$  – середньоквадратичне відхилення фонового, а  $\sigma$  – повного сигналів. Цей результат означає, що потрібно багато разів провести вимірювання фону і знайти для нього середнє значення та  $\sigma_0$ . Перевищення середнього значення фону на величину  $n_1$  при вимірюваннях корисного сигналу є рівнем МДА. Аналогічно перевищення фонового сигналу на величину  $n_2$  є рівнем МВА.

Якщо прийняти, що рівню МДА відповідає довірчий інтервал 0,05, а рівню МВА – 0,95, то тоді  $k_{1-\alpha} = k_\beta = 1,645$  [7]. У нашій моделі  $\sigma_0 \approx 120$ ,  $n_1 \approx 180$  та  $n_2 \approx 360$ . Ці величини також дещо варіюються від серії до серії розрахунків.

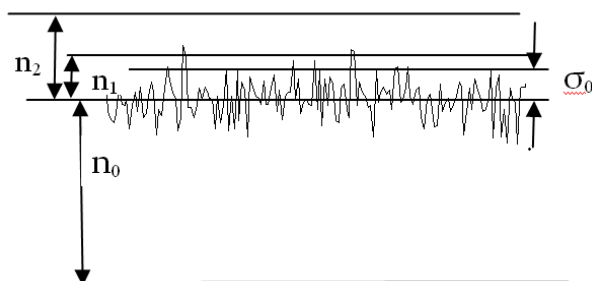


Рис. 5. Схема задачі розрахунку МДА, МВА.

Для порівняння статистичних оцінок за формулами (3) з результатами кореляційної обробки виконаємо наступні розрахунки. Згенеруємо фоновий сигнал, додамо до нього корисний сигнал контрольованої інтенсивності, виконаємо кореляційну обробку і визначимо, чи перевищило число імпульсів у каналах сигналу заданий фоновий рівень, тобто, чи було зафіксовано сигнал. Повторимо цю операцію багато разів і підрахуємо число випадків, коли було зафіксовано сигнал. Відношення цього числа до загального числа повторів дає ймовірність зафіксувати сигнал при даному співвідношенні сигналу та фону. На рис. 6 показано ймовірність виявлення сигналу для різних співвідношень

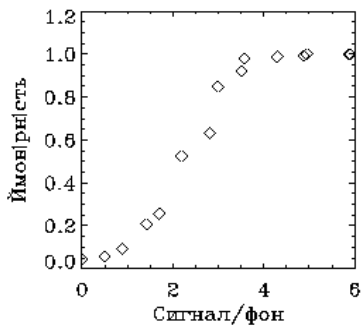


Рис. 6. Ймовірність виявлення сигналу в залежності від співвідношення сигнал/фон.

сигнал/фон, що в даному випадку для зручності співставлення з формулами (3) означає співвідношення (число імпульсів у загальному сигналі)/ $\sigma_0$ . Для МДА згідно з формулами (3) це співвідношення дорівнює 1,645, а для МВА удвічі більше, бо число імпульсів чистого сигналу в кожному циклі розрахунків було постійним і  $\sigma = \sigma_0$ . Із рисунка видно, що при співвідношенні сигнал/фон  $\approx 1,645$  ймовірність виявити сигнал значно перевищує прийнятий рівень 0,05 і сягає майже 15 %. Результати розрахунків показують, що рівень 0,05 досягається при співвідношенні сигнал/фон  $\approx 0,9$ . Що стосується рівня МВА, то тут такого значного збільшення чутливості немає, мабуть тому, що при ймовірності 0,95 практично всі методи дають надійний результат.

### Висновки

Розроблено метод обробки гамма-спектрів, який дає змогу значно підвищити чутливість гамма-спектрометрів при вимірюванні низькоактивних проб. Основою для досягнення такого результату є використання методу перестановок при статистичній обробці гамма-спектра. Використання звичайного коефіцієнта кореляції такого результату не дає.

Підхід [6, 7] передбачає можливість вимірювання фону при гарантованій відсутності сигналу – вимірювання при відсутності та наявності зразка в спектрометрі і т. ін. При вимірюванні, наприклад, зразків навколишнього середовища, при виконанні спектрометричного гамма-каротажу провести вимірювання фону окремо від сигналу неможливо. Цей фон не може бути вимірний окремо від корисного сигналу і його можна ввести у формули для розрахунку МДА та МВА тільки як результат деяких оцінок. Тому вказані вище оцінки можна розглядати лише як абстрактну характеристику чутливості спектрометра як приладу, а не як реальну можливість зафіксувати присутність чи відсутність слабого сигналу у спектрі з наявними іншими лініями. Практично важливою задачею є оцінка МДА за даними одноразового вимірювання, тобто по одному спектру, наприклад, щоб визначити, чи присутній в даному спектрі пік від того чи іншого радіонукліда. У запропонованому методі при виборі рівня фону, перевищення якого буде вважатися сигналом, також необхідна додаткова інформація про характеристики фону. Для відповіді на це запитання, у зв'язку із вказаним вище, необхідно розробити метод визначення необхідних параметрів фону за даними якщо й не того ж спектра, який аналізується, то хоча б по серії аналогічних спектрів.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. - М.: Наука, 1978. - 464 с.
2. Ланге Ф. Корреляционная электроника. Основы и применение корреляционного анализа в современной технике связи, измерений и регулирования. - Л.: Судпромгиз, 1963. - 447 с.
3. Hesterberg T., Moore D. S., Monaghan S. et al. Bootstrap methods and permutation tests. - N.Y.: W. H. Freeman. - 2005. - P. 14.2 - 14.69.
4. Гамма-спектрометры с полупроводниковыми детекторами. Методика поверки МИ 1916 88 / Государственный комитет СССР по стандартам. НПО "ВНИФТРИ". - М., 1989. - 34 с.
5. Определение активности естественных радионуклидов в объектах окружающей среды: Методич. пособ. - К.: Научно-производственное предприятие "АКП", 1992. - 59 с.
6. Currie L. A. Limits for qualitative detection and quantitative determination. Application to radiochemistry // Analytical Chemistry. - 1968. - Vol. 40. - P. 586 - 593.
7. Каденко І. М., Плюйко В. А. Основи методів оцінок статистичних даних і функцій їх розподілу. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2003. - 145 с.
8. Спектрометрическая система Genie 2000, версия 2.1. Руководство пользователя. Фирма Canberra Industries, 2002. - С. В259.

Надійшла до редакції 15.01.08

## 11 ВЫДЕЛЕНИЕ СЛАБЫХ ЛИНИЙ В ГАММА-СПЕКТРАХ

**А. Д. Скорбун, Н. И. Панасюк**

Предложен метод выделения слабых линий на фоне шумов в гамма-спектрах путем использования статистической обработки. Метод основан на расчете корреляции между контрольным сигналом с известными параметрами и наблюдаемым сигналом. Показано, что предложенный метод позволяет уверенно выделять линии в ситуации, когда стандартные методы еще не дают надежных результатов.

## 11 DETECTING A WEEK LINES IN GAMMA SPECTRA

**A. D. Skorbun, M. I. Panasyuk**

The method for detecting week lines on the background in gamma spectra by use a statistical treatment. The method is based on calculation a correlation between a control signal with prescribed parameters and an observed signal. It have been shown, that proposed method enables confidently to detect lines in a situation, when standard methods yet do not give reliable results.