

УДК 521.9, 528.06

З. М. Малкин

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук
196140 Россия, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, д. 65

Исследование астрономических и геодезических рядов с помощью вариации Аллана

Вариация Аллана (ВА), предложенная более 40 лет назад для описания нестабильности стандартов частоты, в последние годы стала активно использоваться для исследования различных временных рядов в астрометрии, геодезии и геодинاميке. Этот метод позволяет эффективно изучать характеристики шумового компонента таких данных, как вариации положения станций, координат радиоисточников и других. Более того, ВА может быть использована для изучения спектрального и фрактального состава этой шумовой составляющей. Для обработки неравноточных и многомерных наблюдений, которые характерны для многих астрономических и геодезических приложений, автором предложены соответствующие модификации ВА. Сделан краткий обзор применения классической и модифицированной ВА в астрометрии и геодинاميке.

ДОСЛІДЖЕННЯ АСТРОНОМІЧНИХ І ГЕОДЕЗИЧНИХ РЯДІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВАРІАЦІЇ АЛЛАНА, Малкін З. М. — Варіація Аллана (ВА), запропонована понад 40 років тому для опису нестабільності стандартів частоти, в останні роки стала активно використовуватися для досліджень різних часових рядів у астрометрії, геодезії та геодинаміці. Цей метод дозволяє ефективно вивчати характеристики шумового компонента таких даних, як варіації положення станцій, координат радіоджерел та ін. Крім того, ВА можна використати для вивчення спектрального і фрактального складу цього шумового компонента. Для обробки нерівноточних і багатовимірних спостережень, що характерні для багатьох астрономічних і геодезичних прикладок, автор пропонує відповідні модифікації ВА. Зроблено короткий огляд застосування класичної та модифікованої ВА в астрометрії та геодинаміці.

INVESTIGATION OF ASTRONOMICAL AND GEODYNAMICAL TIME SERIES USING THE ALLAN VARIANCE ANALYSIS, by Malkin Z. M. — Allan variance (AVAR) was first introduced more than 40 years ago as an estimator of the stability of frequency standards, and now it is actively used for investigations of time series in astronomy, geodesy and geodynamics. This method allows one to explore effectively the noise characteristics for various data, such as variations of station and source coordinates, etc. Moreover, this technique can be used to investigate the spectral and fractal structure of the noise in measured data. To process unevenly weighted and multidimensional data, which are usual for many astronomy and geodesy applications, we propose AVAR modifications. We give a brief overview of the use of classical and modified AVAR method in astronomy and geodynamics.

ВВЕДЕНИЕ

Вариация Аллана (ВА) является специализированной статистикой, разработанной в 1960-х гг. для исследования стандартов частоты [1]. В последние годы она стала также активно использоваться для исследования различных временных рядов в астрометрии и геодинатике для исследования параметров вращения Земли (ПВЗ), стабильности положений радиоисточников и координат станций [3—8, 12, 13, 15, 17].

Однако применение ВА в ее оригинальном виде в астрометрии и геодинатике ограничено двумя факторами. Во-первых, она не позволяет обрабатывать неравноточные наблюдения, которые характерны для большинства реальных наблюдательных данных. Во-вторых, в ряде случаев бывает целесообразно обрабатывать многомерные данные, такие как координаты станций, небесных объектов или параметров вращения Земли. Ниже кратко описывается опыт применения классической ВА в астрометрии и геодинатике, а также предлагаются модификации этого метода для многомерных и неравноточных временных рядов и приводятся примеры их использования при обработке реальных данных.

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СВОЙСТВА ВАРИАЦИИ АЛЛАНА

ВА была предложена Алланом [1] как оценка стабильности стандартов частоты. В классическом виде ВА вводится следующим образом. Пусть мы имеем серию измерений y_1, y_2, \dots, y_n , выполненных в последовательные моменты времени. Тогда ВА может быть определена как

$$s^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - y_{i+1})^2. \quad (1)$$

Для ВА принято обозначение AVAR. На практике часто используется дисперсия Аллана (ДА), обозначаемая ADEV. Два важных замечания могут быть сделаны в отношении ВА. Первое, ВА не связана с какой-либо физической моделью стандарта частоты, а использует только эмпирические данные — измерения. Таким образом, нет никаких теоретических ограничений на применение этой статистики для других типов измеряемых величин, в том числе в астрономии и геодезии. Во-вторых, ВА позволяет описывать поведение стандарта частоты на различных интервалах усреднения, начиная от периода, равного интервалу между отсчетами. Для этого достаточно рассматривать величины y_i как обобщенные измерения, представляющие собой средние значения реальных измерений за определенный период времени (период усреднения). Чтобы подчеркнуть это свойство ВА, ее часто обозначают как $\sigma_y^2(\tau)$, где τ — период усреднения.

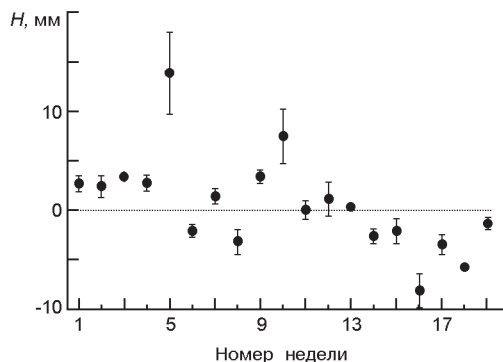
Однако ВА в своем классическом виде (1) не всегда может удовлетворительно описать астрономические и геодезические измерения. Причина этого заключается в том, что эти измерения часто не являются равноточными, и это обстоятельство никак не учитывается в (1). Для преодоления этого ограничения автор предложил модификацию ВА для неравноточных измерений [12]. Вводится она следующим образом. Пусть мы имеем серию измерений y_1, y_2, \dots, y_n с соответствующими ошибками s_1, s_2, \dots, s_n . Тогда мы можем определить величину

$$\sigma_{WA}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{p_i}{p_i + p_{i+1}} (y_i - y_{i+1})^2, \quad (2)$$

$$p_i = \frac{1}{s_i^2 + s_{i+1}^2}.$$

Для взвешенной ВА и ДА введем обозначения WAVAR и WADEV соответственно. Покажем на реальном примере различие между классической и взвешенной ДА. На рис. 1 приведен ряд определений высоты H станции с их ошибками. Эти данные показывают, что различие между ADEV и WADEV на практике может быть довольно существенным. Можно сказать, что взвешенная оценка WADEV более устойчива по отношению к выбросам при условии, что выбросы соответ-

Рис. 1. Пример ряда данных определений высоты станции H , по которому получены оценки $ADEV = 4.18$, $WADEV = 2.66$



вует большее значение ошибки измерения, что, впрочем, характерно для астрономических и геодезических измерений.

Однако и определение (2) имеет некоторые ограничения в тех случаях, когда измеряемые величины, будучи формально независимыми, физически являются компонентами одного многомерного вектора. К величинам такого типа можно, например, отнести координаты полюса, где независимо определяемые величины X_p и Y_p являются компонентами двумерного вектора положения полюса. Другой пример, — декартовы координаты станции X , Y и Z являются трехмерными координатами радиуса-вектора в геоцентрической системе. Так же, как двумерные, могут рассматриваться сферические координаты небесных тел, например прямое восхождение и склонение. Желательно иметь возможность обрабатывать такие связанные ряды измерений совместно, что лучше соответствует природе изучаемых явлений. Для этого можно воспользоваться предложенной автором в работе [12] модификацией ВА для многомерных и неравноточных измерений. Она определяется следующим образом. Пусть мы имеем серию k -мерных измерений $\mathbf{y}_i = (y_i^1, y_i^2, \dots, y_i^k)$, $i = 1, \dots, n$, с соответствующими ошибками $\mathbf{s}_i = (s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^k)$. Тогда мы можем ввести следующую оценку ВА:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} p_i d_i^2, \quad (3)$$

$$d_i = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{i-1}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^k p_j (y_{ij} - y_{i-1j})^2},$$

где d_i означает евклидову норму вектора $\mathbf{d}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{i-1}$, представляющую собой расстояние между измеренными величинами в k -мерном пространстве. Строго говоря, вес p_i должен вычисляться на основе закона распространения ошибки:

$$p_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \{[(y_{ij} - y_{i-1j}) / d_i]^2 [(s_{ij}^j)^2 + (s_{i-1j}^j)^2]\}}. \quad (4)$$

Однако эта формула имеет сингулярность около $d_i = 0$, то есть при наличии двух равных или близких по величине последовательных измерений. После ряда экспериментов для вычисления весов было принято упрощенное эмпирическое выражение:

$$p_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^k [(s_{ij}^j)^2 + (s_{i-1j}^j)^2]}. \quad (5)$$

Тестовые результаты обработки различных рядов измерений показали практическую эквивалентность применения (4) и (5). Взвешенную многомерную ВА и ДА обозначим соответственно WMAVAR и WMADEV.

ВА является характеристикой шумовой (случайной) составляющей измеряемого сигнала. Теоретический анализ и результаты прак-

тического применения позволяют выявить ее основные отличия от других оценок шумовой составляющей, в первую очередь от наиболее широко применяемого среднего квадратичного отклонения от среднего значения (СКО). Легко видеть, что значение ДА, в отличие от СКО, практически не зависит от долгопериодических вариаций и трендов в изучаемом процессе, а также от скачкообразных изменений в измеряемой величине (при числе скачков, намного меньшем числа измерений).

В работах [5, 9] рекомендуется использовать ВА для изучения спектральных свойств шума в исследуемом сигнале при предположении, что его спектральная плотность может быть описана степенной зависимостью вида

$$S(f) = S_0 \frac{f}{f_0}^k, \quad (6)$$

где S_0 и f_0 — постоянные. Для этого вычислим ВА для последовательности интервалов усреднения от единичного интервала между отсчетами до трети-половины длительности ряда. Эта процедура может выполняться как для независимых интервалов, так и для интервалов с перекрытием. Далее, например, методом наименьших квадратов, нужно вычислить коэффициент линейной регрессии

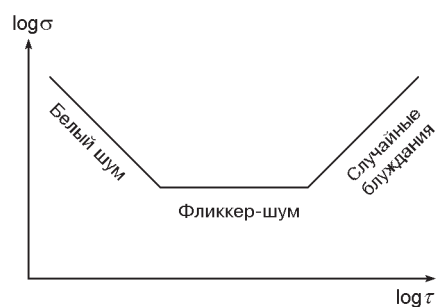
$$\log(\sigma^2(\tau)) = \log(S_0) + k \log\left(\frac{\tau}{f_0}\right). \quad (7)$$

Тогда тип шума, преобладающего в серии измерений, может быть определен следующим образом:

$$\frac{\log(\sigma^2(\tau))}{\log(\tau)} = \begin{cases} 0 & \text{— белый шум,} \\ k & \text{— фликкер-шум,} \\ 0 & \text{— случайные блуждания.} \end{cases} \quad (8)$$

На практике лучше всего построить в логарифмической шкале график зависимости ВА от τ , который наглядно показывает тип шума, преобладающего в изучаемом сигнале (см. рис. 2). Необходимо отметить, что изучение спектрального типа шума в рядах координат станций важно для получения реалистичной оценки дисперсии скоростей станций и других связанных величин [18]. Простые выражения для ошибки скорости станции, определенной по измерениям с наличием

Рис. 2. Графическое определение типа шумовой составляющей сигнала по ВА σ^2 , вычисленной для разных интервалов усреднения



шума определенного вида, приведены в работе Николаидиса [14]. Пусть мы имеем n измерений положения станции, сделанных с интервалом T . Пусть также a — амплитуда шума. Тогда для дисперсии скорости станции s_v имеем

$$s_v^2 = \frac{12a^2}{T^2(n^3 - n)} \quad \text{— белый шум,}$$

$$\frac{9a^2}{16 T^2(n^2 - 1)} \quad \text{— фликкер-шум,} \quad (9)$$

$$\frac{a^2}{T(n - 1)} \quad \text{— случайные блуждания.}$$

Вильямс [18] дал вывод общего вида ковариационной матрицы для произвольного шумового сигнала со спектром, описываемым степенной функцией (6).

Наконец, ВА может быть использована для оценки такой характеристики временного ряда, как показатель Херста [2], который позволяет оценить взаимную значимость случайной и трендовой составляющей. Таким образом, вычисление показателя Херста может быть использовано для более полной характеристики свойств исследуемого временного ряда.

Несмотря на видимую простоту формул (7)—(9), практическое изучение с их помощью спектральных и фрактальных свойств реальных астрономических и геодезических временных рядов оказывается достаточно сложной задачей. Есть указания, что надежные результаты можно получить только для рядов длительностью по крайней мере несколько сотен точек [18]. Кроме того, как показывает опыт, при определении спектральных свойств шума следует предварительно исключать из рядов сезонные и другие известные периодические составляющие.

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ВАРИАЦИИ АЛЛАНА

В последние годы ВА активно используется в различных астрономических и геодезических научных исследованиях и практических приложениях, таких как определение параметров вращения Земли (ПВЗ) и вариации координат станций и радиоисточников. В примерах, приведенных ниже, указаны первые работы, в которых ВА применялась для определенного вида данных и типа исследования наряду с избранными более поздними работами, развивающими более ранние исследования.

Приведем два примера использования ВА при анализе ПВЗ. В течение нескольких лет ВА использовалась в Международной службе вращения Земли и опорных систем координат (IERS) в процедуре вычисления комбинированного ряда ПВЗ. С помощью ВА, вычисляемой

для разностей исходных рядов ПВЗ на различных временах усреднения, оценивалось качество этих рядов и производилось их взвешивание. Этот метод был введен в практику работы IERS Фейссель [3] и использовался там до 2005 г., когда был полностью изменен алгоритм вычисления сводного ряда ПВЗ IERS [8].

В работе [12] автор предложил применение ВА для оценки шумовой составляющей рядов нутации, вычисленных по РСДБ-наблюдениям с применением разных каталогов координат радиисточников. Смысл этого предложения следующий. При сравнении каталогов одна из основных проблем заключается в том, что известные методы сравнения позволяют исследовать только разности ошибок сравниваемых каталогов, но не дают возможности определения абсолютных значений этих ошибок (внешней точности) для каждого каталога. Один из возможных способов такой оценки качества каталогов и предложен в работе [12]. В основе этого метода лежит тот факт, что ошибки координат источников являются одним из основных факторов, влияющих на ошибки наблюдаемых углов нутации (другими словами, координат небесного полюса). Для оценки шумовой составляющей использована модификация ВА для двумерных неравноточных наблюдений. В частности, использование этого метода для сравнения пулковского сводного каталога RSC(PUL)07C02 и ICRF показало более высокую точность сводного каталога, полученного Ю. Соколовой и З. М. Малкиным [17]. В табл. 1 приведены значения WADEV для координат X и Y небесного полюса и двумерный вариант (2D).

Некоторые исследователи успешно использовали ВА (ДА) для анализа рядов координат станций и связанных величин. З. М. Малкин и А. В. Воинов впервые применили ДА для оценки случайных вариаций координат станций Европейской GPS-сети EUREF, полученных разными методами обработки, что позволило сравнить качество этих методов [13]. Позднее этот подход был использован Робертсом и др. для оценки случайной ошибки рядов длин баз, которая затем была использована для построения критерия значимости наблюдаемых изменений в длинах баз, вызванных деформациями земной коры вследствие вулканической деятельности [15]. В работах Фейссель и др. [6, 9] можно найти примеры применения ВА для изучения вариаций координат станций VLBI, SLR, GPS и DORIS, включая также оценку спектрального типа шумовой составляющей в изменениях координат. В работе [7] ВА была использована для детального изучения движе-

Таблица 1. Значения WADEV (микросекунды дуги) для рядов координат небесного полюса, вычисленных с двумя каталогами координат радиисточников

Каталог	WADEV, мксд		
	X	Y	2D
ICRF-Ext.2	113	109	111
RSC(PUL)07C02	105	106	105

ния геоцентра, определяемого методами космической геодезии, и его сопоставления с геофизическими моделями.

Вариация Аллана применяется также для анализа рядов координат радиоисточников, полученных по суточным сериям наблюдений. Фейссель и др. впервые использовали ВА для изучения спектральных свойств вариаций положений радиоисточников [5]. В работе [4] ВА была использована как критерий стабильности координат для выбора опорных источников для новой реализации ICRF. При этом Фейссель применяла ВА к среднегодовым нормальным точкам [4], а З. М. Малкин [<ftp://ivsc.gsfc.nasa.gov/pub/memos/ivs-2009-001v01.pdf>] использовал непосредственно исходные значения координат радиоисточников, полученные по суточным сессиям и представленные центрами анализа Международной службы РСДБ для геодезии и геодинамики (IVS) [14] в рамках проекта ICRF2 [10]. Каждый участвовавший в этой работе центр анализа представил от одного до двенадцати решений, содержащих ряды координат от 32 до 850 избранных источников. Эти решения доступны в центрах данных IVS [[ivsc.gsfc.nasa.gov/ivsmisc/ICRF2/timeseries/](ftp://ivsc.gsfc.nasa.gov/ivsmisc/ICRF2/timeseries/)]. Для определенности будем отличать решение как совокупность рядов координат разных источников, полученных данным центром анализа в рамках одного цикла обработки РСДБ-наблюдений, и ряд координат одного источника, входящий в данное решение и представляющий собой координаты источника на разные эпохи.

Анализ рядов координат дает несколько статистических критериев выбора опорных источников. В частности, ими могут служить систематические изменения координат, как линейные (скорость видимого движения), так и нерегулярные, а также их разброс относительно среднего значения, линейного тренда или более сложной модели систематических изменений (шум). При этом оказывается, что скорость источников, шумовая составляющая и даже скачки в координатах существенно зависят от используемых моделей редукции, метода обработки и программного обеспечения [11], а также [<ftp://ivsc.gsfc.nasa.gov/pub/memos/ivs-2009-001v01.pdf>]. Приведем для примера два ряда координат источника 0528+134, вычисленные в USNO разными методами (рис. 3). Даже первое визуальное сопоставление этих рядов показывает, насколько они разные в отношении шумовой и систематической составляющих.

Детальный анализ этой проблемы выходит за рамки настоящей работы. Заметим лишь, что эти два ряда были вычислены с разными набором оцениваемых параметров. При вычислении ряда usn000d, в отличие от usn001a, для каждой суточной сессии наблюдений оценивались длительность суток, углы нутации, координаты станций. По-разному вычислялись и координаты источников. Далее мы ограничимся исследованием случайной составляющей для разных источников. Для этого были выбраны 15 решений разных центров анализа, содержащие наибольшее число источников и сессий, а также представляющих различные программные пакеты и методы обработки. Затем были сфор-

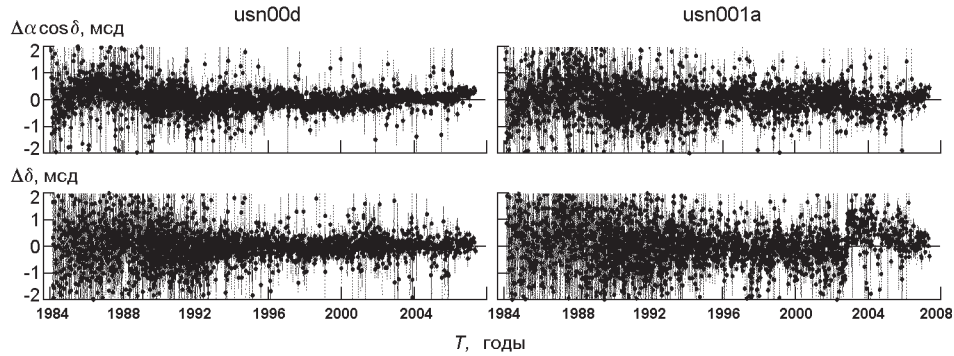


Рис. 3. Два ряда координат источника 0528+134 (отклонения от среднего значения), вычисленные в USNO: usn000d (слева) и usn001a (справа)

Таблица 2. Двумерные оценки СКО (первое число) и ДА (второе число) для наиболее часто наблюдаемых источников и медианные значения для всех источников. N — число общих для всех рядов эпох (сессий)

Ряд	СКО / ДА, мксд							Медиана
	0552+398 $N = 2168$	0923+392 $N = 1919$	1741-038 $N = 1868$	0851+202 $N = 1678$	0727-115 $N = 1675$	0528+134 $N = 1653$	1749+096 $N = 1516$	
bkg000c	207 / 209	316 / 251	385 / 420	324 / 330	413 / 472	362 / 370	312 / 353	457 / 515
dgf000f	235 / 233	344 / 289	547 / 546	381 / 372	558 / 585	453 / 436	433 / 433	512 / 557
dgf000g	180 / 186	302 / 248	437 / 450	296 / 306	476 / 524	368 / 368	323 / 350	442 / 499
gsf001a	161 / 161	258 / 208	294 / 316	275 / 262	365 / 410	334 / 337	234 / 261	394 / 449
gsf003a	163 / 166	254 / 203	311 / 334	273 / 273	350 / 397	321 / 321	238 / 261	400 / 456
iaa001b	200 / 210	317 / 245	413 / 426	380 / 336	442 / 495	397 / 409	303 / 348	464 / 529
iaa001c	284 / 288	340 / 289	486 / 473	386 / 384	502 / 552	425 / 444	393 / 407	522 / 585
mao000b	442 / 434	511 / 484	728 / 713	612 / 566	705 / 738	682 / 633	657 / 620	675 / 718
mao006a	486 / 463	563 / 519	931 / 803	775 / 636	937 / 889	868 / 706	857 / 709	740 / 767
opa000b	355 / 338	435 / 393	742 / 665	519 / 473	669 / 671	606 / 526	650 / 563	577 / 588
opa002a	174 / 178	278 / 218	307 / 330	284 / 270	344 / 394	328 / 330	242 / 281	382 / 430
sai000b	504 / 581	624 / 718	968 / 1113	699 / 766	1146 / 1372	852 / 978	789 / 915	906 / 1076
sha006a	185 / 188	249 / 217	354 / 387	278 / 278	468 / 505	389 / 366	296 / 337	446 / 501
usn000d	167 / 172	279 / 219	331 / 354	289 / 281	379 / 432	338 / 346	260 / 295	402 / 468
usn001a	445 / 429	522 / 472	722 / 711	620 / 550	670 / 693	690 / 630	660 / 620	680 / 732

мированы выборки из исходных рядов (выборочные ряды) для источников и сессий, общих для всех исходных решений. Для этих выборочных рядов были вычислены для каждого ряда и источника среднее значение, линейный тренд (скорость), СКО и ДА. Кроме того, для каждого решения были вычислены медианные значения указанных величин по всем источникам как общий индекс шума, присущий данному ряду.

В табл. 2 приведены данные, относящиеся к шумовой составляющей рядов координат источников для семи источников, наблюдавшихся наиболее часто. В настоящей работе нас интересует сравнение двух оценок величины случайной (шумовой) составляющей: СКО и ДА. Можно видеть, что в большинстве случаев они довольно близки между собой, однако наблюдаются и явные отличия. Сопоставление

Таблица 3. Оценки СКО и ДА для источника 0528+134

Ряд	cos σ , мксд		σ , мксд	
	СКО	ДА	СКО	ДА
usn000d	205	185	253	277
usn001a	356	352	568	506

значений СКО и ДА с графиками изменений координат источников показывает, что разность СКО – ДА тем больше, чем значительнее систематические изменения координат. Например, сопоставим данные рядов координат источника 0528+134 usn000d и usn001a. Для более детального сравнения с рис. 3 приведем значения СКО и ДА для каждой координаты отдельно (табл. 3).

Как можно видеть из рис. 3, систематические изменения прямого восхождения для двух сравниваемых рядов близки между собой, и значения СКО и ДА тоже примерно одинаковы. Но все же можно заметить, что разность СКО – ДА для ряда usn000d больше, что объясняется меньшим общим уровнем шума по сравнению с usn001a. Вследствие этого близкие по величине для двух рядов систематические изменения прямого восхождения больше сказываются на соотношении оценок СКО и ДА для этого ряда. С другой стороны, в ряде usn001a наблюдаются более значительные систематические изменения склонения источника, что соответствует существенно меньшему значению ДА по сравнению с СКО для этого случая (см. табл. 3). В результате можно сказать, что практика подтверждает сделанное выше заключение о малой чувствительности ВА к систематическим изменениям в изучаемом сигнале и, как следствие, большую устойчивость этой оценки величины случайной составляющей по сравнению с СКО. Этот же пример показывает, что для получения оценки СКО, не искаженной систематическими изменениями координат источника, требуется довольно тонкая и неоднозначная работа по аппроксимации и исключению этой систематической составляющей, в то время как при использовании ДА этот результат достигается автоматически.

Свойство малой зависимости ДА от систематических изменений делает ее предпочтительной и для оценки случайных вариаций координат станций. В работе З. М. Малкина и А. В. Воинова [13] на основе сравнения шумовой составляющей в рядах координат станций европейской GPS-сети EUREF было показано преимущество предложенного авторами метода обработки без фиксации координат опорных станций. Этот же метод можно применить и к современным наблюдениям для сравнения рядов координат станций как одну из возможных оценок качества наблюдательных данных. Для примера возьмем российские и украинские станции, входящие в сеть EPN (European Permanent GPS Network). Для анализа мы воспользуемся еженедельными значениями координат станций, доступными в Центральном бюро EPN [ftp.epncb.oma.be]. Чтобы сделать сравнение более строгим,

Таблица 4. Значения ДА для российских и украинских станций EPN для восточной (E), северной (N) и зенитной (U) составляющих смещения станции

Станция	Расположение	ДА, мм		
		E	N	U
CNIV	Чернигов	2.8	1.6	2.6
EVPA	Евпатория	0.7	0.6	1.9
GLSV	Голосив	1.1	0.8	2.7
KNAR	Харьков	1.6	0.9	3.2
MDVJ	Менделеево	1.1	0.9	4.8
MIKL	Николаев	0.7	0.5	1.9
POLV	Полтава	0.9	0.5	2.9
PULK	Пулково	0.7	0.6	2.7
SULP	Львов	0.6	0.5	1.9
SVTL	Светлое	0.7	0.7	2.4
UZHL	Ужгород	0.9	0.6	1.8
ZECK	Зеленчукская	0.9	0.8	2.2

были отобраны четыре российские и восемь украинских GPS-станций, работавших в период с мая 2008 г. (дата включения пулковской станции PULK в EPN) по июнь 2009 г. (GPS-недели 1480—1536). Собственно говоря, в обработку вошли все станции, работающие в настоящее время, кроме станции ALCI, недавно вошедшей в EPN. Станция KNAR имела перерыв в данных около 5 месяцев, но оставлена в этом сравнении. В табл. 4 приведены значения ДА для этих станций для трех составляющих смещения в топоцентрической системе координат. Эти данные позволяют оценить случайную составляющую вариации координат, которая может быть индикатором качества приемника, антенны, стабильности ее установки и, возможно, других факторов. Еще раз подчеркнем, что ДА служит оценкой только случайной составляющей смещения станции, и ее величина, как правило, мало коррелирует с величиной систематических составляющих смещения, основными из которых обычно являются тренды и сезонные вариации, а иногда и скачки в координатах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ВА является эффективной и перспективной статистикой для исследования временных рядов наблюдательных данных. Будучи использованной в дополнение к другим традиционным методам исследований, она позволяет получать независимые данные о шумовом компоненте изучаемых сигналов, практически не зависящие от наличия в них долгопериодических составляющих и скачков, в отличие от обычно применяемой оценки СКО. ВА также позволяет изучать спектральные свойства шумовой составляющей более эффективно с вычислительной точки зрения, чем прямое вычисление спектра сигнала.

Для изучения неравноточных и многомерных рядов данных, характерных для многих практических приложений в астрономии, геодезии и геодинимике, могут быть использованы предложенные автором модификации классической ВА [12]. На примере реальных данных показано, что взвешенная оценка ВА более устойчива к выбросам, чем классическая.

1. *Allan D.W.* Statistics of atomic frequency standards // Proc. IEEE.—1966.—**54**, N 2.—P. 221—230.
2. *Bregni S., Primerano L.* Using the modified allan variance for accurate estimation of the Hurst parameter of long-range dependent traffic. — 2005, arXiv:cs/0510006
3. *Feissel M.* Stability of polar motion time series // Proc. Intern. Symp. on Space Techniques for Geodynamics, Sopron, Hungary, July 9—13, 1984 // Eds J. Somogyi, C. Reigber. — Sopron, 1984.—Vol. 1.—P. 255—261.
4. *Feissel M., Gontier A.-M., Eubanks T. M.* Spatial variability of compact extragalactic radiosources // Astron. and Astrophys.—2000.—**359**.— P. 1201—1204.
5. *Feissel-Vernier M.* Selecting stable extragalactic compact radio sources from the permanent astrogeodetic VLBI program // Astron. and Astrophys.—2003.—**403**.— P. 105—110.
6. *Feissel-Vernier M., de Viron O., Le Bail K.* Stability of VLBI, SLR, DORIS, and GPS positioning // Earth Planets Space.—2007.—**59**, N 6.—P. 475—497.
7. *Feissel-Vernier M., Le Bail K., Berio P., et al.* Geocentre motion measured with DORIS and SLR, and predicted by geophysical models // J. Geodesy.—2006.—**80**, N 8—11.—P. 637—648.
8. *Gambis D.* Allan variance in earth rotation time series analysis // Adv. Space Res.—2002.—**30**, N 2.—P. 207—212.
9. *Le Bail K., Feissel-Vernier M.* Time series statistics of the DORIS and GPS collocated observations // Geophys. Res. Abs.—2003.—**5**.—A-04078.—(EGS-AGU-EUG Joint Assembly, 6—11 Apr 2003, Nice, France).
10. *Ma C.* Steps towards the next radio realization of the ICRS // Proc. Journees Systemes de Reference Spatio-temporels 2004, Paris, 20—22 Sep 2004 / Ed. by N. Capitaine. — Paris, 2005.—P. 3—7.
11. *Malkin Z.* On construction of ICRF-2 // Measuring the Future: Proc. Fifth IVS General Meeting / Eds A. Finkelstein, D. Behrend. — 2008.—P. 256—260.
12. *Malkin Z.* On the accuracy assessment of celestial reference frame realizations // J. Geodesy.—2008.—**82**, N 6.—P. 325—329.
13. *Malkin Z. M., Voinov A. V.* Preliminary results of processing EUREF network observations using a non-fiducial strategy // Phys. Chem. Earth. A.—2001.—**26**, N 6—8.— P. 579—583.
14. *Nikolaidis R.* Observation of geodetic and seismic deformation with the Global Positioning System: Ph.D. Thesis. — San Diego: University of California, 2002.
15. *Roberts C.A., Morgan P., Rizos C.* Allan variance applied to time series baseline results for GPS-based deformation monitoring applications // 2nd Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Applications, Berlin, Germany, 21—24 May, 2002 // Eds H. Kahmen, W. Niemeier, G. Retscher. — Berlin, 2002. — P. 299—311.
16. *Schluter W., Behrend D.* The international VLBI service for geodesy and astrometry (IVS): current capabilities and future prospects // J. Geodesy.—2007.—**81**, N 6—8.—P. 379—387.
17. *Sokolova Ju., Malkin Z.* On comparison and combination of catalogues of radio source positions // Astron. and Astrophys.—2007.—**474**, N 2.—P. 665—670.
18. *Williams S.D.P.* The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series // J. Geodesy.—2003.—**76**, N 9—10.— P. 483—494.

Поступила в редакцию 22.06.09