

УДК 523.165

**Ю. Л. Колесник, Б. А. Шахов**

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
03680 Киев ГСП, ул. Академика Заболотного 27

### **Распределение галактических космических лучей в простейшей модели стоячей ударной волны у границ гелиосферы**

*Стоячая ударная волна на границе гелиосферы моделируется в рамках двухслойной турбулентной среды, для которой средняя радиальная составляющая скорости солнечного ветра внутри гелиосферы отлична от нуля и равна нулю для внешних магнитных неоднородностей. Галактические космические лучи (ГКЛ) сильнее рассеиваются в солнечном ветре, чем в межзвездной среде. Сформулирована краевая задача для плотности, описывающей распределение ГКЛ в данной двухслойной среде. Получено ее точное аналитическое решение. Определены фазовая плотность и потоки ГКЛ во всем диапазоне энергий частиц, а также степень анизотропии ГКЛ высоких энергий. Получено качественное согласие теоретических расчетов и наблюдаемых распределений ГКЛ. В частности, в области вблизи ударной волны наблюдается увеличение концентрации частиц высокой энергии и уменьшение концентрации частиц малой энергии.*

*РОЗПОДІЛ ГАЛАКТИЧНИХ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ У НАЙПРОСТІШІЙ МОДЕЛІ СТОЯЧОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ БІЛЯ ГРАНИЦЬ ГЕЛІОСФЕРИ, Колесник Ю. Л., Шахов Б. О. — Стояча ударна хвиля на границі геліосфери моделюється у рамках двошарового турбулентного середовища, для якого середня радіальна складова швидкості сонячного вітру всередині геліосфери відмінна від нуля, а для зовнішніх магнітних неоднорідностей дорівнює нулеві. Галактичні космічні промені (ГКП) сильніше розсіюються у сонячному вітрі, ніж у міжзоряному середовищі. Сформульовано граничну задачу для густини, яка описує розподіл ГКП у даному двошаровому середовищі. Отримано її точний аналітичний розв'язок. Визначено фазову густину й потоки ГКП у всьому діапазоні енергій часток, а також ступінь анізотропії ГКП високих енергій. Отримано якісне узгоджен-*

ня теоретичних розрахунків і експериментально спостережуваних розподілів ГКЛ. Зокрема, в області біля ударної хвилі спостерігається зростання концентрації часток високих енергій і спадання концентрації часток малої енергії.

*GALACTIC COSMIC RAY DISTRIBUTION IN THE SIMPLEST MODEL OF TERMINATION SHOCK NEAR THE BOUNDARY OF HELIOSPHERE, by Kolesnyk Yu. L., Shakhov B. A. — The termination shock at the boundary of the heliosphere is simulated as a two-layer turbulent medium with nonzero average radial component of solar wind velocity within the heliosphere and zero one outside it. Galactic cosmic rays (GCR) therewith are scattered more strongly in the solar wind than in the interstellar medium. The appropriate boundary problem for density to describe GCR propagation is stated and an exact analytical solution for it is derived. We determined the phase density and GCR streams for the whole interval of the particle's energy and the degree of high energy GCR anisotropy. Qualitative agreement between our theoretical calculations and the experimental GCR distributions is obtained. In particular, an increase of the high energy particle density and a decrease of the low energy particle density are revealed.*

В работе [5] с целью объяснения возможности появления ускоренных частиц в гелиосфере была предложена открытая модель модуляции ГКЛ. Удалось определить плотности ГКЛ при условии, что спектр на бесконечности задан в виде кусочно-непрерывной функции от энергии частиц. Появление этих частиц обусловлено механизмом обмена энергией между ГКЛ и солнечным ветром. При этом предсказывалось уменьшение плотности частиц малой энергии на границе гелиосферы по сравнению с результатами закрытой модели. В работе [3] рассматривалась задача закрытой модуляции при граничном спектре в виде степенной функции по полной энергии ГКЛ. В последнее время в связи с успешным прохождением космическими аппаратами «Voyager» области торможения солнечного ветра — стоячей ударной волны — появились экспериментальные данные [4, 6] о плотностях турбулентной плазмы и о распределении ГКЛ в разных энергетических диапазонах. Для объяснения полученных результатов предлагается простейшая модель стоячей ударной волны. Мы рассматриваем стационарную среду, которая состоит из сферической области с движущимися магнитными неоднородностями (солнечный ветер) и межзвездной среды, с неподвижными неоднородностями, рассеивательные способности которых значительно слабее, чем у движущихся. Для межзвездной среды мы используем величину  $N_{out}(\mathbf{r}, p)$  фазовой плотности ГКЛ, которая удовлетворяет уравнению диффузии, а для области гелиосферы — плотность  $N_{in}(\mathbf{r}, p)$  ГКЛ, которая удовлетворяет конвекционно-диффузионному уравнению [2]. Здесь  $\mathbf{r}$  —

радиус-вектор точки наблюдения с началом на Солнце,  $p$  — модуль импульса частицы,  $t$  — время. На границе гелиосферы  $r = r_0$  предполагается непрерывность плотности и потока частиц. Так, диффузионный поток ГКЛ на гелиопаузе

$$\mathbf{j}_{out} = \frac{N_{out}}{\mathbf{r}}$$

будет равен потоку, обусловленному диффузионно-конвекционными процессами, происходящими в солнечном ветре

$$\mathbf{j}_{in} = \frac{N_{in}}{\mathbf{r}} + \frac{\mathbf{u}p}{3} \frac{N_{in}}{p},$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость солнечного ветра,  $\alpha_{out}$  и  $\alpha_{in}$  — коэффициенты диффузии межзвездной среды и гелиосферы соответственно. Плотность на бесконечности зададим в виде

$$N_{out}(r, p) = N_0(p) = \frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} \frac{p}{m_0c} \left(1 - \frac{p}{m_0c}\right)^{\frac{1}{2}},$$

что соответствует степенному спектру по полной энергии частиц, а при  $r \rightarrow \infty$  значение плотности  $N_{in}(0, p)$  должно быть конечным. Иными словами, мы рассматриваем модифицированный вариант открытой модели модуляции. В итоге получаем систему уравнений с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \alpha_{out} \frac{N_{out}}{r} \right) &= 0, \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \alpha_{in} \frac{N_{in}}{r} - u \frac{N_{in}}{r} - \frac{2up}{3r} \frac{N_{in}}{p} \right) &= 0, \\ \alpha_{out} \frac{N_{out}(r_0, p)}{r} &= \alpha_{in} \frac{N_{in}(r_0, p)}{r} + \frac{up}{3} \frac{N_{in}(r_0, p)}{p}, \\ N_{out}(r_0, p) &= N_{in}(r_0, p), \\ N_{out}(r \rightarrow \infty, p) &= N_0(p), \\ N_{in}(0, p) &= \text{const}. \end{aligned}$$

После введения безразмерных переменных

$$x = \frac{r}{r_0}, \quad \frac{p}{m_0c}, \quad \frac{ur_0}{m_0c}, \quad \frac{\alpha_{in}}{\alpha_{out}}$$

получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{N_{out}}{x} \right) &= 0, \\ \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{N_{in}}{x} - \frac{N_{in}}{x} - \frac{2}{3x} \frac{N_{in}}{p} \right) &= 0, \end{aligned}$$

$$\frac{N_{out}(1, x)}{x} = \frac{N_{in}(1, x)}{x} - \frac{N_{in}(1, x)}{3},$$

$$N_{out}(1, x) = N_{in}(1, x),$$

$$N_{out}(x, 1) = N_0(x),$$

$$N_{in}(0, x) = 0.$$

Для ее решения используем преобразования Меллина [1] по  $x$  :

$$\hat{N}(x, s) = \int_0^x N(x, \xi) \xi^{s-1} d\xi.$$

Тогда система уравнений принимает вид

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^2 \frac{\hat{N}_{out}}{dx} = 0,$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^2 \frac{d\hat{N}_{in}}{dx} - \frac{d\hat{N}_{in}}{dx} - \frac{2s}{3x} \hat{N}_{in} = 0,$$

$$\frac{d\hat{N}_{out}(1, s)}{dx} = \frac{d\hat{N}_{in}(1, s)}{dx} - \frac{s}{3} \hat{N}_{in}(1, s),$$

$$\hat{N}_{out}(1, s) = \hat{N}_{in}(1, s),$$

$$\hat{N}_{out}(x, s) = N_0(x, s),$$

$$\hat{N}_{in}(0, s) = 0.$$

После решения каждого из уравнений системы получим

$$\hat{N}_{out} = \frac{C_{out}}{x} = C_1,$$

$$\hat{N}_{in} = C_{in} F\left(\frac{2}{3}s; 2; x\right) = C_2 x^{-\frac{2}{3}s},$$

$$\frac{d\hat{N}_{out}(1, s)}{dx} = \frac{d\hat{N}_{in}(1, s)}{dx} - \frac{s}{3} \hat{N}_{in}(1, s),$$

$$\hat{N}_{out}(1, s) = \hat{N}_{in}(1, s),$$

$$\hat{N}_{out}(x, s) = \frac{\frac{1}{2} - \frac{s}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \frac{\frac{s}{2} - 1}{2},$$

$$\hat{N}_{in}(0, s) = 0.$$

Для нахождения  $C_1$  из первого уравнения системы используем пятое уравнение, а для нахождения  $C_2$  — последнее уравнение. Тогда

система примет вид

$$\hat{N}_{out} = \frac{C_{out}}{x} \frac{\frac{s}{2} - 1}{2} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}},$$

$$\hat{N}_{in} = C_{in} F \frac{2}{3} s; 2; x, \tag{1}$$

$$\frac{d\hat{N}_{out}(1, s)}{dx} = \frac{d\hat{N}_{in}(1, s)}{dx} - \frac{s}{3} \hat{N}_{in}(1, s),$$

$$\hat{N}_{out}(1, s) = \hat{N}_{in}(1, s).$$

Подставляя первое и второе уравнение системы (1) в третье и четвертое, получим систему для нахождения констант  $C_{out}$  и  $C_{in}$ :

$$C_{in} F \frac{2}{3} s; 2; \quad C_{out} \frac{\frac{s}{2} - 1}{2} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}},$$

$$C_{out} = C_{in} \frac{s}{3} - F \frac{2}{3} s - 1; 3; \quad F \frac{2}{3} s; 2; .$$

Решив ее и подставив значения  $C_{in}$  и  $C_{out}$  в систему (1), получим

$$\hat{N}_{in} = \frac{1}{2} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2} - 1} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}} F \frac{2}{3} s; 2; x,$$

$$\hat{N}_{out} = \frac{1}{2} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}}$$

$$\frac{\frac{s}{3} - F \frac{2}{3} s; 2; \quad F \frac{2}{3} s - 1; 3;}{x - 1 - \frac{s}{3} - F \frac{2}{3} s; 2; \quad - \frac{s}{3} - F \frac{2}{3} s - 1; 3;}$$

Для перехода  $s$  выполняем обратное преобразование Меллина [1]

$$N(x, ) = \frac{1}{2} \int_i^i \hat{N}(x, s) s ds.$$

В результате этого преобразования для случая частиц низкой энергии ( $\beta < 1$ ) получим

$$N_{in}(x, \beta) = \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{m_0} \frac{C_{\frac{1}{2}}^m \frac{1}{2} m F\left(\frac{2}{3}(2m-1), 2; x\right)}{K\left(\frac{2}{3}(2m-1), \beta; x\right)} \quad (2)$$

$$+ \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{m_0} \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{2} F\left(\frac{1}{2}, 2; x\right)}{K\left(\frac{1}{2}, 2; x_0\right)} \beta^{3/2},$$

$$N_{out}(x, \beta) = \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{m_0} \frac{C_{\frac{1}{2}}^m \frac{1}{2} m \frac{(2m-1)}{3}}{K\left(\frac{2}{3}(2m-1), \beta; x\right)}$$

$$F\left(\frac{2}{3}(2m-1), 2; x\right) + F\left(\frac{2}{3}(2m-1) - 1, 3; x\right) \beta^{2m-1} +$$

$$+ \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{m_0} \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{2} \frac{j}{2}}{K\left(\frac{1}{2}, 2; x_0\right) x} \beta^{3/2}$$

$$[F\left(\frac{j}{2}, 2; x\right) + F\left(\frac{j}{2} - 1, 3; x\right)] + \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \beta^{1/2} (1 - \beta^2)^{-1/2},$$

где

$$K\left(\frac{1}{2}, 2; x\right) = F\left(\frac{2}{3}, 2; x\right) - \frac{1}{3} \frac{1}{3} F\left(\frac{2}{3}, 1, 3; x\right)$$

и  $\beta_l$  корни уравнения  $K\left(\frac{1}{2}, 2; x\right) = 0$  [5].

Для частиц высокой энергии ( $\beta > 1$ ) имеем

$$N_{in}(x, \beta) = \frac{n_0(\beta - 1)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{m_0} \frac{C_{\frac{1}{2}}^n \frac{1}{2} n F\left(\frac{2}{3}(2-2n), 2; x\right)}{K\left(\frac{2}{3}(2-2n), \beta; x\right)} \beta^{(2-2n)+}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{n_0 \left( \frac{1}{2} \right)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{4} \frac{0}{4} \frac{3}{4} \frac{0}{4} \frac{1}{2} F\left( \frac{0}{2}, 2; x \right)}{K\left( \frac{0}{2}, \frac{0}{2}; \right)} x^{3/2}, \\
 & N_{out}(x, \frac{1}{2}) \\
 & = \frac{n_0 \left( \frac{1}{2} \right)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{C^n \frac{1}{2} \frac{1}{2} n \frac{\left( \frac{2}{2} \frac{2n}{3} \right)}{K\left( \frac{2}{2} \frac{2n}{2}, \frac{0}{2}; \right) x}}{F\left( \frac{2}{3} \left( \frac{2}{2} \frac{2n}{2} \right), 2; \right) F\left( \frac{2}{3} \left( \frac{2}{2} \frac{2n}{2} \right) \frac{1}{3}; \right) \left( \frac{2}{2} \frac{2n}{2} \right) +} \\
 & + \frac{n_0 \left( \frac{1}{2} \right)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{4} \frac{0}{4} \frac{3}{4} \frac{0}{4} \frac{1}{2}}{K\left( \frac{0}{2}, \frac{0}{2}; \right) x} x^{3/2} \\
 & [F\left( \frac{0}{2}, 2; \right) F\left( \frac{0}{2} \frac{1}{3}; \right)] + \frac{n_0 \left( \frac{1}{2} \right)}{(m_0 c)^3} \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

На основе систем (2) и (3) можно построить зависимость концентрации ГКЛ, нормированной на концентрацию ГКЛ на бесконечности  $N_{out}(x, \frac{1}{2}) = n_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{-1} (1 - \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$ , от гелиоцентрического расстояния  $x$  для частиц высокой и низкой энергии. Эта зависимость для трех разных значений  $\frac{1}{2}$  показана на рис. 1. Видно, что на границе гелиосферы появляется больше частиц высокой энергии, чем в межзвездной среде, и меньше частиц малой энергии, как и предполагалось в работе [5]. Качественно это соответствует результатам, полученным экспериментально при измерении интенсивности космических лучей на космическом аппарате «Voyager-2» [4, 6].

Для частиц всех энергий внутри гелиосферы интенсивность ГКЛ распределена в соответствии с паркеровской экспонентой, а снаружи эта плотность постоянна (рис. 2), причем этот результат не зависит от отношения  $n_{in} / n_{out}$ . Степень анизотропии для частиц высоких энергий выглядит следующим образом (рис. 3). Из рисунка видно, что анизотропия внутри гелиосферы с увеличением расстояния от Солнца растет от нуля до максимального значения, а вне ее спадает от максимума до нуля, что естественно: чем дальше от гелиосферы, тем меньше ощущается ее наличие. Для очень малых энергий показатель анизотропии не имеет смысла потому, что сильно зависит от малейших изменений межпланетного магнитного поля и скорее является мерой

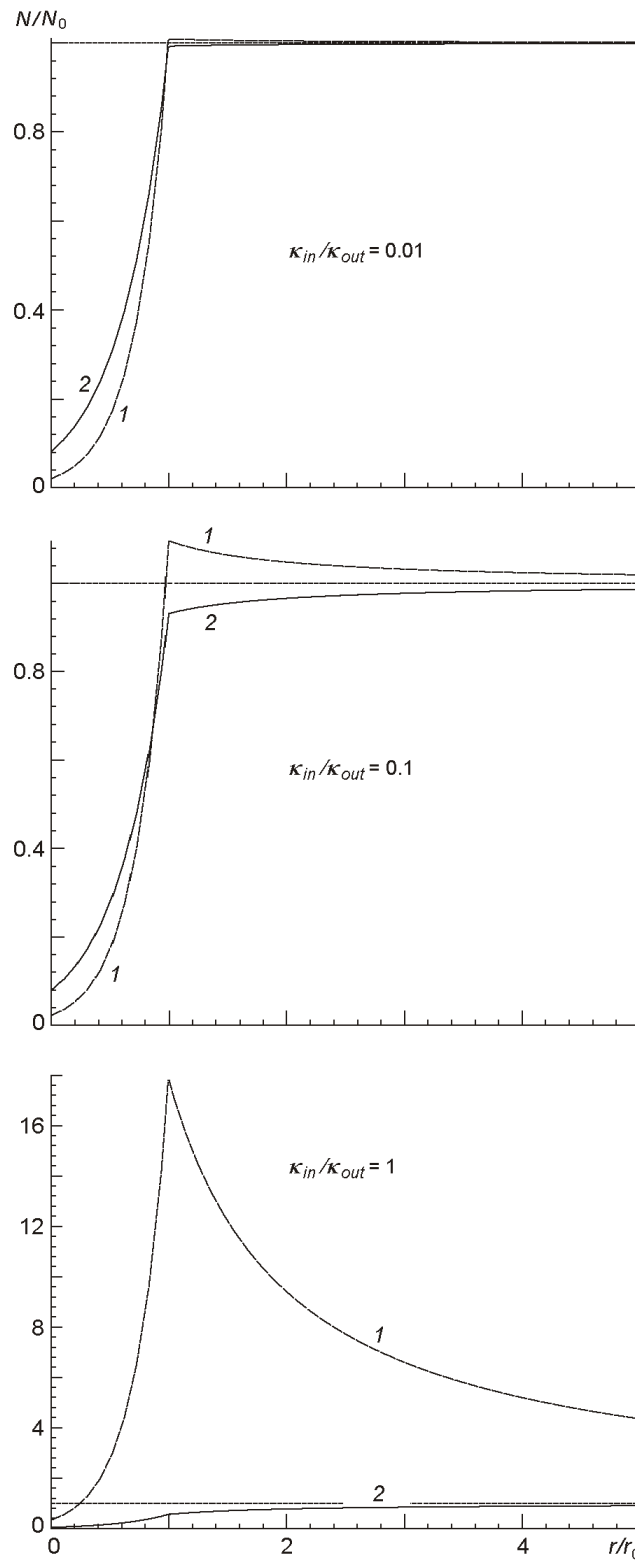


Рис. 1. Зависимость нормированной концентрации ГКЛ  $N(x, \epsilon)/N_0(\epsilon)$  от гелиоцентрического расстояния  $r/r_0$  для частиц высоких (1) и низких (2) энергий для случаев  $\kappa_{in}/\kappa_{out} = 0.001, 0.1, 1$



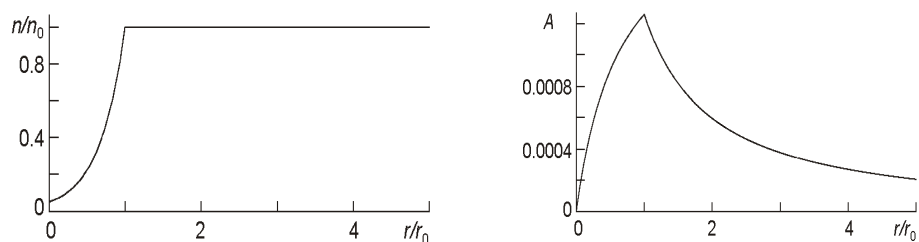


Рис. 2. Зависимость концентрации ГКЛ, нормированной на концентрацию на бесконечности, от гелиоцентрического расстояния  $r/r_0$  для частиц всех энергий

Рис. 3. Зависимость степени анизотропии ГКЛ от гелиоцентрического расстояния  $r/r_0$  для частиц очень высокой энергии, когда их скорость порядка скорости света

его стохастичности. Следует отметить, что в данной работе частицы высоких и низких энергий выделяются двумя способами. Первый связан с методом решения т. е.  $>1$  — высокие и  $<1$  — низкие энергии. Второй связан с физикой процессов, происходящих в гелиосфере, и граница между большими и малыми энергиями определяется той энергией, при которой поток частиц, а стало быть и степень анизотропии в данной точке гелиосферы равны нулю. Видно, что в отличие от результатов работы [3], на границе гелиосферы появляется избыток частиц высоких энергий. Это обусловлено механизмом рассеяния ускоренных частиц на неоднородностях межзвездной среды, в результате чего они могут снова попадать в гелиосферу.

1. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. — М.: Наука.—1974.—538 с.
2. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. Теория движения космических частиц в межпланетных магнитных полях // Тр. пятой Всесоюз. шк. по космофизике. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1968.—С. 167—182.
3. Шахов Б. А., Колесник Ю. Л. Распространение галактических космических лучей в гелиосфере в зависимости от рассеивательных свойств турбулентного межпланетного магнитного поля // Кинематика и физика небес. тел. 2008.—24. № 6.—С. 426—440.
4. Decker R. B., Krimigis S. M., Roelof E. C., et al. Mediation of the solar wind termination shock by non-thermal ions // Nature.—2008.—454.—P. 67—70.
5. Dorman L. I., Katz M. E., Fedorov Yu. I., Shakhov B. A. Variations of cosmic ray energy in interplanetary space // Astrophys. and Space Sci.—1983.—94.—P. 43—95.
6. McDonald F. B., Stone E. C., Cummings A. C., et al. Enhancements of energetic particles near the heliospheric termination shock // Nature.—2003.—426.—P. 48—51.

Поступила в редакцию 02.02.09