

УДК 523.163; 524.316.7.082-82

Л. А. Бердина, А. А. Минаков

Радиоастрономический институт НАН Украины
61002 Харьков, ул. Краснознаменная 4

Анализ эффекта фокусировки электромагнитного излучения микролинзами Галактики в широком диапазоне длин волн

Согласно современным представлениям примерно 96 % всей массы Вселенной находится в невидимой форме в виде скрытой массы (23 %) и темной энергии (73 %). Скрытая масса может проявлять себя через взаимодействие с электромагнитным излучением, и для ее поиска широко используется эффект микролинзирования, который создается полями тяготения компактных тел галактик. В качестве возможных кандидатов на роль микролинз в статье рассматривались субзвезды, белые карлики и звезды главной последовательности. При этом учитывалось, что некоторые из микролинз могут иметь плотные газовые атмосферы. На основе модельных представлений был проведен анализ фокусирующих особенностей микролинз и получены численные оценки коэффициента усиления в широком диапазоне длин волн (от оптического до радиодиапазона). Всестороннее исследование характеристик отдельной микролинзы необходимо для правильной интерпретации данных наблюдений.

АНАЛІЗ ЕФЕКТУ ФОКУСУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ МІКРОЛІНЗАМИ ГАЛАКТИКИ У ШИРОКОМУ ДІАПАЗОНІ ДОВЖИН ХВИЛЬ, Бердіна Л. А., Мінаков А. О. — Згідно із сучасними уявленнями приблизно 96 % маси Всесвіту перебуває у формі прихованої маси (23 %) та темної матерії (73 %). Прихована маса може проявляти себе через гравітаційну взаємодію з електромагнітним випромінюванням, і для її пошуку широко використовується ефект мікролінзування, що утворюється полями тяжіння компактних тіл галактик. Як можливі кандидати на роль мікролінз розглядаються субзірки, білі карлики та зорі головної послідовності. При цьому враховувалось, що деякі мікролінзи можуть мати щільні атмосфери. На основі модельних уявлень проведено аналіз фокусувальних властивостей мікролінз та отримано числові оцінки коефіцієнта підсилення у широкому діапазоні довжин хвиль (від оптичного до радіодіапазону). Всестороннє дослідження характеристик окремої мікролінзи необхідне для правильної інтерпретації результатів спостережень.

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC RADIATION FOCUSING BY MICROLENSSES IN THE GALAXY WITHIN A WIDE WAVELENGTH RANGE, by Berdina L. A., Minakov A. A. — According to the current concept, about 93 % of the Universe mass exist in the invisible form as the hidden mass (23 %) and dark energy (73 %). The hidden mass can reveal itself in interaction with electromagnetic radiation, and the effect of microlensing produced by compact bodies of galaxies is widely used in searching for the hidden mass. We consider substars, white dwarfs and main sequence stars as possible candidates for microlenses with taking into account that some microlenses may possess rather dense gaseous atmospheres. An analysis of focusing properties of microlenses was carried out on the basis of the model representations, and numerical estimates of magnification ratios were obtained in a wide spectral range — from optics to radio. A comprehensive investigation of characteristics of a particular microlens is needed for correct interpretation of observation data.

ВВЕДЕНИЕ

Использование эффекта гравитационного линзирования для поиска скрытой массы во Вселенной является одним из актуальных направлений в современной астрофизике [5]. С момента обнаружения в 1979 г. первой гравитационной линзы — двойного квазара Q0957+561A,B [16] линзовый эффект полей тяготения небесных тел с массами, лежащими в диапазоне от галактических до субзвездных, широко используется для независимого определения космологических параметров Вселенной и поиска скрытой массы в галактиках и их скоплениях [12]. В 1980-е годы в литературе широко обсуждался вопрос о возможной структуре темного вещества Галактики. Для его решения в 1986 г. Б. Пачинским был предложен эксперимент, основанный на наблюдениях эффекта микролинзирования (ЭМЛ), возникающего в полях тяготения компактных тел [14]. Впоследствии были приняты и осуществляются несколько программ, среди которых можно назвать MACHO, OGLE, EROS и др. [11, 12].

За двадцатилетний период непрерывного мониторинга уже зарегистрировано несколько сотен событий ЭМЛ не только на объектах Галактики, но и в удаленных от нас гравитационно линзированных системах (ГЛС). Среди наиболее интересных ГЛС с проявлениями микролинзирования можно отметить, например, Q2237+0305 («Крест Эйнштейна») [15]. Данные наблюдений событий ЭМЛ и их анализ позволяет не только выявлять и оценивать количество «темного» вещества в галактиках, но и исследовать с недоступным для земных наблюдений разрешением тонкую структуру излучающих областей квазаров. Оценки показывают, что ЭМЛ создают преимущественно тела с достаточно малыми массами $M = (0.1-0.001)M_{\odot}$ ($M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг — масса Солнца) [12], и наиболее подходящими кандидатами на роль компактных микролинз являются коричневые, красные или белые карлики, ЧД, а также звезды на ранних стадиях формирования [5].

Целью нашей работы являлось детальное исследование эффекта микролинзирования, возникающего вблизи компактных микролинз в широком диапазоне длин волн с учетом различных факторов. В качестве наиболее подходящих объектов рассматривались коричневые и белые карлики, а также звезды главной последовательности. При этом учитывалось, что некоторые микролинзы могут быть окружены плотными газовыми атмосферами.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О СУБЗВЕЗДАХ
И МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

В качестве возможных объектов-микролинз рассмотрим вначале коричневые карлики. Эти объекты представляют интерес, потому что, кроме полей тяготения, они окружены еще и плотными газовыми атмосферами, создающими своеобразный линзовый эффект для проходящего электромагнитного излучения далеких источников. По современным представлениям коричневые карлики, часто называемые субзвездами, представляют собой промежуточный класс между звездами и планетами [1, 7]. Они состоят главным образом из водорода и гелия. Массы субзвезд малы $M < M_{HB}$, где $M_{HB} \approx 0.08M_{\odot}$ — минимальное значение массы звезды, при которой может проходить термоядерная реакция, и поэтому в их недрах невозможно протекание устойчивых ядерных реакций, так как температуры недостаточны для синтеза гелия. Слабое свечение субзвезд происходит за счет выделения гравитационной энергии при медленном сжатии. Тем не менее, в их недрах все же происходят термоядерные реакции выгорания дейтерия, а также лития [1, 7]. Субзвезды окружены плотными атмосферами, состоящими в основном из водорода, гелия и плотной плазменной короны [6, 7]. В силу этого при анализе эффекта фокусировки рассматривались три основные составляющие: газовая (водород и гелий), электронная и гравитационное поле.

Для исследования фокусирующих свойств атмосферы субзвезды необходимо, прежде всего, задать показатель преломления среды в ее ближайшей окрестности. При этом необходимо учитывать, что газовая среда вблизи субзвезды находится в гравитационном поле, и для показателя преломления $n(r)$ справедлива мультипликативная формула [2]:

$$n(r) = n_g(r)n_{med}(r). \quad (1)$$

Здесь $n_g(r)$ — эффективный «показатель преломления» для поля тяготения, а $n_{med}(r)$ — истинный показатель преломления среды (определяемый, например, путем локальных измерений скорости света). Для дальнейшего анализа выражение (1) может быть существенно упрощено. Во-первых, согласно современным представлениям [1, 6, 7] поле тяготения в окрестности субзвезды считается слабым и приближенно сферически-симметричным. В этом случае эффективный показатель преломления равен $n_g(r) \approx 1 + r_g/r$, $r \geq R$ [2], где $r_g = 2GM/c^2 \approx (0.01...0.1)r_{g\odot} \approx 0.03...0.3$ км — гравитационный радиус субзвезды ($r_{g\odot} \approx 3$ км — гравитационный радиус Солнца, G — постоянная тяготения, c — скорость света). Учитывая теперь, что оценки линейных размеров субзвезд дают значения $R \approx (0.1...0.3)R_{\odot}$ ($R_{\odot} \approx 7 \cdot 10^5$ км — радиус Солнца) [7, 6], получаем, что во внешнем пространстве добавка к единице в $n_g(r)$ чрезвычайно мала ($r_g/r \leq r_g/R \ll 1$). Во-вторых, из-за резкого убывания плотности частиц с удалением от поверхности субзвезды газовую оболочку и плазменную корону также можно приближенно считать сферически-симметричными с показателем преломления, мало отличающимся от единицы: $n_{med}(r) \approx n_{med}(r) \approx 1 + \beta(r)$, $\beta(r) \ll 1$. Таким образом, в линейном приближении по малым добавкам $r_g/R \ll 1$ и $\beta(r) \ll 1$ получаем выражение для полного показателя преломления среды:

$$n(r) \approx 1 + \beta(r) + r_g/r, \quad r \geq R. \quad (2)$$

Здесь под $\beta(r)$ подразумевается сумма нейтральной-газовой и плазменной

составляющих: $\beta(r) = \beta_n(r) + \beta_e(r)$. Для дальнейшего анализа необходимо конкретизировать составляющие $\beta(r)$. Прежде всего определим плазменную составляющую $\beta_e(r)$. Для упрощения расчетов рассматривались только высокочастотные волны в плазме, когда можно ограничиться лишь электронным компонентом, и составляющая $\beta_e(r)$ определяется как $\beta_e(r) \approx -\omega_p^2/(2\omega^2)$, $\omega \gg \omega_p$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e/m_e}$ — плазменная частота электронной составляющей, определяемая по известным заряду e и массе электрона m_e , а также пространственной плотности электронов N_e . Что касается нейтральной газовой составляющей показателя преломления $\beta_n(r)$, то ее можно оценить, воспользовавшись теорией диэлектрической поляризации газов [3]. Известно, что диэлектрическая проницаемость $\epsilon(r) = n^2(r)$ связана с поляризуемостью a_n и концентрацией атомов газа $N_n(r)$ соотношением $\epsilon_n(r) = 1 + 4\pi a_n N_n(r)$. Отсюда получаем $\beta_n(r) = 2\pi a_n N_n(r)$.

АНАЛИЗ ФОКУСИРОВКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРОТЯЖЕННОГО ИСТОЧНИКА

Рассмотрим теперь вопрос о прохождении излучения далекого источника через среду с заданным показателем преломления (2). Предварительный анализ показывает, что при наблюдениях дискретных источников (например квазаров) через атмосферы субзвезд углы рефракции должны быть малы. С учетом этого анализ можно провести в параксиальном приближении методов геометрической оптики (МГО) и тонкого фазового экрана (МФЭ). Правомерность применения этих методов легко обосновывается следующим. Во-первых, характерные размеры неоднородностей среды (атмосферы субзвезд) на много порядков превосходят длину волны электромагнитного излучения, что позволяет использовать понятие «бесконечно тонкого» луча. Во-вторых, искривление лучей, идущих от источника, происходит в пределах небольшой области в окрестности субзвезды. Вне этой области лучи практически не отличаются от своих прямолинейных асимптот.

Условиям наблюдений наиболее соответствует декартова система координат XOZ с осью z , соединяющей наблюдателя P с центром масс субзвезды O , в которую мы поместим начало отсчета (см. рис. 1). В рамках МФЭ приближенно можно считать, что в левом полупространстве ($z < 0$) лучи от каждого элемента поверхности источника S практически по прямым линиям доходят до фазового экрана, совпадающего с плоскостью линзы ($z = 0$). В плоскости экрана лучи претерпевают резкий излом на угол $\Theta(p)$, после чего снова практически по прямым линиям распространяются в правое полупространство ($z > 0$). По пути к наблюдателю лучи могут сливаться, пересе-

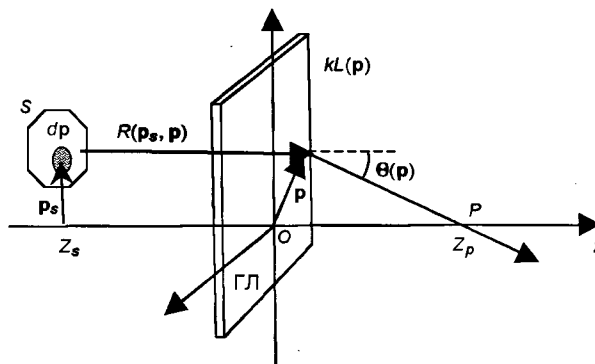


Рис. 1. Геометрия лучей, проходящих вблизи микролинзы

каться, образуя области повышенной концентрации энергии [2]. Таким образом, в представлении МФЭ действие среды-атмосферы эквивалентно действию тонкого фазового корректора, при прохождении через который волна приобретает дополнительный набег фазы $kL(p)$, где $k = 2\pi/\lambda$ — модуль волнового вектора (λ — длина электромагнитной волны), $L(p)$ — эйконал или оптическая толщина среды, а p — так называемый прицельный параметр луча, отсчитываемый в плоскости линзы ($z = 0$).

Как известно, основными уравнениями МГО являются уравнения эйконала и переноса амплитуды [10]. Уравнение эйконала $(\nabla L)^2 = n^2$ — это уравнение типа Гамильтона — Якоби. Ему соответствуют характеристики — лучи, на которых функционал $\int n ds$ экстремален (принцип Ферма). Решение (уравнение лучей) удобно задавать в виде зависимости $r = r(s)$, где s — геометрическая длина, отсчитываемая вдоль луча от источника излучения S . По известной зависимости $r(s)$ легко определяется и единичный вектор $l(s)$, касательный к лучу в каждой точке: $l(s) = dr(s)/ds$. Если найдены решения $r(s)$ и $l(s)$, то уравнения МГО могут быть проинтегрированы в явном виде. Например, на любом удалении s от источника эйконал L определяется путем интегрирования n вдоль выбранного луча $r(s)$:

$$L(s) = \int_0^s n[r(s')] ds'. \quad (3)$$

Кроме того, из уравнения эйконала следует, что единичный вектор $l(s)$ связан с эйконалом соотношением

$$l(s) = \nabla L(s) / |\nabla L(s)| = \nabla L(s) / n.$$

Эйконал. По своей структуре $L(s)$ (3) состоит из двух частей. Первая из них, L_0 , так называемая геометрическая часть, равна эйконалу для свободного пространства, а вторая, ΔL , определяет добавку к L_0 за счет отличия среды от вакуума. Обе составляющие находятся путем интегрирования $n(r)$ вдоль криволинейного луча, выходящего из источника:

$$L(s) = L_0(s) + \Delta L(s) = \int_0^s ds' + \int_0^s \left[\beta(r) + \frac{r_g}{r} \right] ds'. \quad (4)$$

Вычисление в (4) проведем в два этапа. Вначале определим $L_0^{(s-l)}$ и $\Delta L^{(s-l)}$ вдоль луча, соединяющего «точечный» элемент поверхности источника (S) с координатами $(z = -Z_s, p_s)$ и произвольную точку l экрана-линзы с координатами $(z = 0, p)$. Затем найдем составляющие эйконалов $L_0^{(l-p)}$ и $\Delta L^{(l-p)}$ вдоль луча, соединяющего произвольную точку экрана ($z = 0, p$) и наблюдателя P ($z = Z_p, 0$). В малоугловом приближении искомые величины можно определить путем интегрирования вдоль невозмущенных (прямолинейных) лучей:

$$\begin{aligned} L_0(p, p_s) &\approx \int_{-Z_s}^0 dz \sqrt{1 + \left[\frac{dp'}{dz} \right]^2} + \int_0^{Z_p} dz \sqrt{1 + \left[\frac{dp''}{dz} \right]^2} \approx \\ &\approx Z_p + Z_s + \frac{p^2}{2Z_p} + \frac{(p - p_s)^2}{2Z_s}, \\ \Delta L(p, p_s) &\approx \int_{-Z_s}^0 \left\{ \beta[z, p'(z)] + \frac{r_g}{\sqrt{z^2 + p'^2(z)}} \right\} dz + \\ &+ \int_0^{Z_p} \left\{ \beta[z, p''(z)] + \frac{r_g}{\sqrt{z^2 + p''^2(z)}} \right\} dz. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $p'(z) = p + (p - p_s)z/Z_s$ и $p''(z) = p(1 - z/Z_p)$ — уравнения спрямленных лучей, соединяющих соответственно точки источника, экрана и наблюдения. Таким образом, каждому ломаному лучу, соединяющему «точечный» элемент dp_s поверхности источника S с координатами $(-Z_s, p_s)$, произвольную точку экрана $(z = 0, p)$ и наблюдателя $P (z = Z_p, 0)$ можно поставить в соответствие суммарный эйконал $L(p, p_s) = L_0(p, p_s) + \Delta L(p, p_s)$. В найденном выражении (5) можно произвести некоторые упрощения. Во-первых, из-за быстрого убывания до нуля составляющей с $\beta(r)$, основной вклад в интегралы дают участки траектории, лежащие вблизи субзвезды. Так как наблюдатель и источник находятся на значительных удалениях от субзвезды, интегрирование слагаемого с $\beta(r)$ можно провести в бесконечных пределах вдоль прямолинейного луча, параллельного оси OZ . Во-вторых, составляющая, связанная с полем тяготения субзвезды, в приближении сферической симметрии распределения ее массы в параксиальном приближении вычисляется точно. В результате после проделанных упрощений получаем

$$L(p, p_s) \approx Z_p + Z_s + \frac{p^2}{2Z_p} + \frac{(p - p_s)^2}{2Z_s} - 2r_g \ln \frac{p}{\sqrt{Z_s Z_p}} + \int_{-\infty}^{\infty} \beta(z, p) dz. \quad (6)$$

Логарифмическая зависимость гравитационной составляющей эйконала имеет простое физическое объяснение. Она связана с медленностью убывания ньютоновского потенциала тяготения (с его дальнодействием). Заметим, что знание полного эйконала $L(p, p_s)$ необходимо при определении абсолютного времени распространения сигнала от источника к наблюдателю: $T(p, p_s) = c^{-1}L(p, p_s)$.

Угол отклонения луча. Направление луча в каждой точке траектории на удалении s от источника определяется единичным вектором $l(s)$. Представим истинный орт $l(s)$ в виде суммы невозмущенного «средой» вектора $l_0 = \text{const}$ и малой добавки $l_1(s)$: $l(s) = l_0 + l_1(s)$. С учетом того, что во всех точках траектории $l_1 \ll 1$, решение исходного уравнения $l(s) = \nabla L(s)/n$ также можно провести в линейном приближении МГО [10]:

$$l_1(s) \approx \nabla_{\perp} L(s) = \nabla_{\perp} \int_0^s n[\mathbf{R}_0(s')] ds'. \quad (7)$$

Здесь $\nabla_{\perp} = \nabla - l_0(l_0 \nabla)$ — составляющая полного градиента ∇ , ортогональная к невозмущенному (прямолинейному) лучу $\mathbf{R}_0(s)$. Выражение (7) определяет текущее значение отклонения $l_1(s)$ на любом участке трассы. Полное же отклонение луча, вызываемое средой, получим, устремив верхний предел к бесконечности: $l_1(\infty) \equiv \Theta$. При вычислении $l_1(s)$, как и при вычислении эйконала, всю трассу от источника до наблюдателя можно разбить на два участка: источник — линза и линза — наблюдатель. Учитывая далее, что $\nabla n(r)$ с ростом r спадает достаточно быстро ($\propto r^{-2}$), из рассуждений, аналогичных тем, которые использовались при вычислении эйконала (6), приходим к следующему определению угла отклонения луча за счет неоднородностей среды:

$$\Theta(p) \approx \int_{-\infty}^{\infty} \nabla_p \left[\beta(z, p) + \frac{r_g}{\sqrt{z^2 + p^2}} \right] dz = \left[2 \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial p} \beta(z, p) dz - \frac{2r_g}{p} \right] \frac{p}{p}. \quad (8)$$

Из сравнения формул (6) и (8) видно, что между углом отклонения луча $\Theta(p)$ на экране и составляющей эйконала $\Delta L(p)$ имеется следующая простая связь: $\Theta(p) = \nabla_p [\Delta L(p)]$. Во-вторых, для модели сферически-сим-

метричной атмосферы угол отклонения лучей всегда направлен к центру масс субзвезды, т. е. мы можем представить

$$\Theta(\mathbf{p}) = \Theta(p)\mathbf{p}/p,$$

где

$$\Theta(p) = 2 \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial p} \beta(z, p) dz - \frac{2r_g}{p}.$$

Фазовый экран. Используя полученные формулы, перейдем к построению решения в приближении МФЭ. Согласно рис. 1 элемент $d\mathbf{p}_s$ поверхности источника S , характеризующийся вектором \mathbf{p}_s в плоскости $z = -Z_s$, излучает поле $U_s(\mathbf{p}_s)d\mathbf{p}_s$. В плоскости линзы в малоугловом приближении «точечный» элемент поверхности создает распределение поля

$$Z_s^{-1} [U_s(\mathbf{p}_s)d\mathbf{p}_s] \exp[ikL_0^{(s-l)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_s)].$$

После прохождения через тонкий корректор волна приобретает дополнительный набег фазы $k\Delta L(\mathbf{p})$, результате чего на выходе имеем распределение $Z_s^{-1} [U_s(\mathbf{p}_s)d\mathbf{p}_s] \exp\{ik[L_0^{(s-l)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_s) + \Delta L(\mathbf{p})]\}$. Согласно принципу Гюйгенса — Френеля суммарное поле U_p в точке наблюдения P ($Z_p, \rho = 0$) определяется суперпозицией волн, идущих от всех участков фазового экрана и всех элементов поверхности источника:

$$U_p(Z_p) = \frac{k}{2\pi i Z_p Z_s} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}_s U_s(\mathbf{p}_s) \exp\{ik[L_0^{(s-l)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_s) + L_0^{(l-p)}(\mathbf{p}) + \Delta L(\mathbf{p})]\}. \quad (9)$$

При наблюдениях мы имеем дело со случайно излучающим источником, поэтому поле $U_p(Z_p)$ носит случайный характер. В эксперименте регистрируется, как правило, средняя интенсивность $\langle I_p \rangle$, которая по определению равна

$$\begin{aligned} \langle I_p(Z_p) \rangle &= \langle U_p(Z_p) \cdot U_p^*(Z_p) \rangle = \frac{k^2}{4\pi^2 Z_p^2 Z_s^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}' d\mathbf{p}'' \langle U_s(\mathbf{p}') U_s^*(\mathbf{p}'') \rangle \times \\ &\times \int_R \int_R d\mathbf{p}' d\mathbf{p}'' \exp\left\{ ik \left[\frac{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_s')^2}{2Z_s} - \frac{(\mathbf{p}'' - \mathbf{p}_s'')^2}{2Z_s} + \frac{p'^2}{2Z_p} - \frac{p''^2}{2Z_p} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \Delta L(\mathbf{p}') - \Delta L(\mathbf{p}'') \right] \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций, а звездочка — комплексное сопряжение. Для дальнейших вычислений необходимо конкретизировать модель излучения источника. Часто ее задают в виде некогерентно излучающих элементов поверхности: $\langle U_s(\mathbf{p}') U_s^*(\mathbf{p}'') \rangle = I_s(\mathbf{p}') \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')$, где $\delta(\rho)$ — дельта-функция, а $I_s(\mathbf{p}_s)$ — детерминированный (модельный) закон распределения интенсивности излучения по поверхности. Анализ (10) удобней проводить, введя в рассмотрение суммарные и разностные координаты $\mathbf{p} = (\mathbf{p}' + \mathbf{p}'')/2$, $\rho = \mathbf{p}' - \mathbf{p}''$, $\mathbf{p}_s = (\mathbf{p}_s' + \mathbf{p}_s'')/2$, $\rho_s = \mathbf{p}_s' - \mathbf{p}_s''$, в которых получаем

$$\begin{aligned} \langle I_p(Z_p) \rangle &= \frac{k^2}{4\pi^2 Z_p^2 Z_s^2} \int_{\Sigma_p} d\mathbf{p} \int_{\Sigma_p} d\mathbf{p} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}_s I_s(\mathbf{p}_s) \exp\left\{ ik \left[\frac{\mathbf{p}\rho}{Z_s} - \frac{\mathbf{p}\rho}{Z_s} + \frac{\mathbf{p}\rho}{Z_p} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \Delta L\left(\mathbf{p} + \frac{1}{2}\rho\right) - \Delta L\left(\mathbf{p} - \frac{1}{2}\rho\right) \right] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где через Σ_p и Σ_s обозначены области интегрирования в новых координатах. Для дальнейшего упрощения модель источника зададим в виде гауссова распределения:

$$I_s(\mathbf{p}_s) = \frac{I_0}{2\pi R_s^2} \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}_s - \mathbf{P}_s)^2}{2R_s^2} \right],$$

где \mathbf{P}_s — величина смещения центра яркости, I_0 — полная по всей поверхности интенсивность излучения, R_s — эффективный радиус источника. Для выбранной модели после вычисления интеграла по переменной \mathbf{p}_s получаем

$$\begin{aligned} \langle I_p(Z_p) \rangle = \frac{k^2 I_0}{4\pi^2 Z_p^2 Z_s^2} \int_{\Sigma_p} d\mathbf{p} \int_{\Sigma_s} d\boldsymbol{\rho} \exp \left\{ -\frac{k^2 R_s^2}{2Z_s^2} \rho^2 + ik \left[\left(\frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_p} \right) \mathbf{p}\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{P}_s}{Z_s} \boldsymbol{\rho} + \right. \right. \\ \left. \left. + \Delta L \left(\mathbf{p} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} \right) - \Delta L \left(\mathbf{p} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Согласно (12) основной вклад в интеграл по переменной $\boldsymbol{\rho}$ дает небольшая область значений $0 \leq \rho < \rho_{\text{эф}}$, где величина $\rho_{\text{эф}}$ приближенно определяется из равенства единице действительной составляющей показателя степени экспоненты: $k^2 R_s^2 \rho_{\text{эф}}^2 / (2Z_s^2) \approx 1$. Отсюда находим, что $\rho_{\text{эф}} \approx \sqrt{2} Z_s / (kR_s) \propto \lambda / \Psi_s$, где $\Psi_s = R_s / Z_s$ — угловой размер источника относительно произвольной точки экрана. Величина имеет простой физический смысл радиуса когерентности поля в соответствии с теоремой Ван-Циттерта — Цернике [3]. В оптике и радиодиапазоне величина $\rho_{\text{эф}}$ ничтожно мала как по сравнению с характерными масштабами изменения $\Delta L(\mathbf{p})$, так и с размером R самой микролинзы. Данное обстоятельство позволяет нам произвести еще ряд упрощений. Во-первых, область интегрирования по суммарной координате можно считать практически совпадающей со старой, а пределы интегрирования по разностной координате распространить от $-\infty$ до $+\infty$. Во-вторых, разность эйконалов $\Delta L(\mathbf{p} + \boldsymbol{\rho}/2) - \Delta L(\mathbf{p} - \boldsymbol{\rho}/2)$ в разнесенных точках можно приближенно представить как $\Delta L(\mathbf{p} + \boldsymbol{\rho}/2) - \Delta L(\mathbf{p} - \boldsymbol{\rho}/2) \approx \mathbf{V}_p[\Delta L(\mathbf{p})] \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\Theta}(\mathbf{p})\boldsymbol{\rho}$. После проделанных упрощений интеграл (12) может быть проинтегрирован по переменной $\boldsymbol{\rho}$. Конечный результат удобней представить не в линейных, а в угловых переменных, что более соответствует условиям наблюдения. Для этого вводят в рассмотрение текущий угол наблюдения $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{p}/Z_p$, угловой размер $\Psi_0 = R_s / (Z_p + Z_s)$ и угловую координату максимума излучения $\boldsymbol{\Psi}_s = \mathbf{P}_s / (Z_p + Z_s)$ источника, а также угловой размер диска субзвезды $\Psi_R = R / Z_p$. В новых переменных получаем

$$\langle I_p(Z_p) \rangle = \frac{I_0}{(Z_p + Z_s)^2} \frac{1}{2\pi \Psi_0^2} \int_{\Psi_R} d\boldsymbol{\psi} \exp \left\{ -\frac{1}{2\Psi_0^2} [\mathbf{Y}(\boldsymbol{\psi}) - \boldsymbol{\Psi}_s]^2 \right\}. \quad (13)$$

Здесь $\mathbf{Y}(\boldsymbol{\psi}) = \boldsymbol{\psi} + \tilde{\mathbf{Z}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{\psi}/Z_p)$, $\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{\psi}) = \boldsymbol{\Theta}(\mathbf{p} = Z_p\boldsymbol{\psi})$, $\tilde{\mathbf{Z}} = Z_p Z_s / (Z_p + Z_s)$ — так называемое приведенное расстояние. С помощью (13) введем теперь понятие коэффициента усиления q блеска изображения протяженного источника, определив его как отношение суммарной средней интенсивности в точке наблюдения $\langle I_p \rangle$ к той I_{p0} , которая наблюдалась бы при отсутствии фокусирующего действия атмосферы субзвезды (для свободного пространства). Учитывая, что $I_{p0} = I_s / (Z_p + Z_s)^2$, приходим к следующему определению:

$$q(\boldsymbol{\Psi}_s) = \frac{1}{2\pi \Psi_0^2} \int_{\Psi_R} d\boldsymbol{\psi} \exp \left\{ -\frac{1}{2\Psi_0^2} [\mathbf{Y}(\boldsymbol{\psi}) - \boldsymbol{\Psi}_s]^2 \right\}. \quad (14)$$

Видно, что $q(\Psi_s)$ выражается через интеграл лапласовского типа [8], и для его вычисления можно воспользоваться известными методами асимптотической оценки. Так, для источников с небольшими размерами ($\Psi_0 \ll 1$) основной вклад в значение интеграла дают области ψ , лежащие вблизи точек, где обращается в нуль показатель степени экспоненты. В результате получаем уравнение

$$\Psi_s = Y(\psi) = \psi + \frac{\tilde{Z}}{Z_p} \Theta_g(\psi), \quad (15)$$

которое получило название абберационного, или просто уравнения линзы.

Прежде чем проводить дальнейший анализ, заметим следующее. Исходное выражение (14) допускает рассмотрение и источников с очень малыми размерами («точечных»). Действительно, устремив в (14) $\Psi_0 \rightarrow 0$ и воспользовавшись предельным представлением дельта-функции, получим хорошо известное выражение [2]:

$$q(\Psi_s) = \int_{\Psi_R}^{\infty} \delta[Y(\psi) - \Psi_s] d\psi. \quad (16)$$

Из равенства нулю аргумента дельта-функции мы получаем абберационное уравнение (15), где под Ψ_s необходимо понимать истинное положение точечного источника. Заметим, что вместо (16) на практике удобнее пользоваться иным выражением. Его легко получить из простого рассмотрения геометрии лучей и закона сохранения энергии внутри лучевой трубки (см., например, [2]). При этом коэффициент усиления блеска «точечного» источника можно определить на основе абберационного уравнения (15) через якобиан преобразования от переменных $\psi = (\psi_x, \psi_y)$ к переменным $\Psi_s = (\Psi_{sx}, \Psi_{sy})$ [2]:

$$q(\psi) = \left| \frac{\partial(\Psi_{sx}, \Psi_{sy})}{\partial(\psi_x, \psi_y)} \right|^{-1}. \quad (17)$$

Представление $q(\psi)$ в виде (17) можно рассматривать как некоторое поле усиления блеска изображений источника в плоскости линзы (в апертуре). Для получения конкретной величины усиления блеска, например, j -го изображения, необходимо в (17) подставить его угловую координату $\psi = \Psi_j(\Psi_s)$: $q_j(\Psi_s) = q(\psi = \Psi_j(\Psi_s))$. Суммарный блеск всех изображений определяется в виде суммы усиления всех изображений: $q(\Psi_s) = \Sigma q_j(\Psi_s)$. Приближение точечного источника имеет свои преимущества и недостатки. К недостаткам, прежде всего, можно отнести то, что при определении усиления через якобиан преобразования при некоторых значениях углов ψ могут наблюдаться бесконечно большие усиления блеска, что связано с анализом фокусировки в рамках геометрической оптики ($\lambda \rightarrow 0$). Для устранения расходимости нужно учитывать дифракцию волн, либо рассматривать источники конечных угловых размеров [2]. В этом плане формула (14) более общая, она позволяет проводить анализ как для протяженных, так и для «точечных» источников. При этом для протяженных источников никаких бесконечно больших усилений мы не получим. Несмотря на это, рассмотрение фокусировки излучения точечного источника оказывается полезным, так как оно позволяет исследовать фокусирующие свойства самой линзы, без конкретизации модели источника. Так, из условия $q(\psi) \rightarrow \infty$ мы можем определить геометрическое место точек в плоскости апертуры линзы $\psi = \psi_{cr}$, которое называется критической кривой линзы.

Подставив найденное множество углов $\psi = \psi_{cr}$ в исходное уравнение линзы (15), мы получим соответствующее множество критических точек в плоскости положений источника, которое называется каустикой: $\Psi_s = \psi_{cs} = \mathbf{Y}(\psi_{cr}) = \psi_{cr} + \tilde{Z}\Theta(\psi_{cr})/Z_p$. Если наблюдаемый точечный источник проецируется вблизи каустики ($\Psi_s \rightarrow \psi_{cs}$), то некоторые из его видимых изображений приближаются к критической кривой ($\Psi_j \rightarrow \psi_{cr}$), с одновременным бесконечным возрастанием блеска ($q(\Psi_j) \rightarrow \infty$). Введенные понятия ψ_{cr} и ψ_{cs} помогают и при анализе фокусировки излучения протяженных источников, хотя в этом случае никаких бесконечных усиления не наблюдается.

Для модели сферически симметричной линзы (атмосферы субзвезды) угол отклонения луча обладает аксиальной симметрией. С учетом этого основные уравнения существенно упрощаются. Так правую часть абберационного уравнения (15) можно представить в виде $\mathbf{Y}(\psi) = Y(\psi)\psi/\psi$, где скалярная функция $Y(\psi)$ скалярного угла ψ равна $Y(\psi) = \psi + \tilde{Z}\Theta(\psi)/Z_p$. При этом поле усиления блеска точечного источника (17) определяется выражением [2, 9]:

$$q(\psi) = q(\psi) = \left| \frac{\psi}{Y(\psi)} \cdot \frac{1}{dY(\psi)/d\psi} \right|. \quad (18)$$

Видно, что у рассматриваемой линзы могут наблюдаться две области бесконечно большого усиления блеска. Первая из них связана с обращением в ноль первого множителя в знаменателе: $Y(\psi) = \psi + \tilde{Z}\Theta(\psi)/Z_p = 0$. Корень $\psi = \psi_{cr1} \geq \Psi_R$ данного уравнения возникает при определенных удалениях наблюдателя и источника от линзы и определяет радиус кольцевого изображения [2, 9]. Согласно (15) кольцевое изображение наблюдается только для центрального источника излучения ($\Psi_s = 0$). Это означает, что критическая область линзы представляет собой фокальную полуось линзы $\Psi_s = \psi_{cs1} = 0$. Еще одна фокальная область линзы возможна, если в формуле (18) при некотором угле $\psi = \psi_{cr2} \geq \Psi_R$ достигается экстремум функции $Y(\psi)$: $dY(\psi)/d\psi = 0$. Заметим, что экстремум возникает не для всех модельных представлений атмосфер планет или звезд. В нашем случае, как будет показано ниже, он достигается на определенных частотах ω , при наличии областей с положительной и отрицательной рефракцией лучей. Последнее условие выполняется благодаря наличию в атмосфере субзвезды электронной и нейтральной газовой составляющих. Подставляя найденный корень $\psi_{cr2} = (\psi_{cr2}, \varphi_{cr2})$ в уравнение линзы (15), приходим к выводу, что вторая критическая область линзы представляет собой каустическую поверхность, имеющую вид конуса вращения. Детальный анализ также показывает, что для рассматриваемого фокального образования вектора ψ_{cr2} и ψ_{cs2} направлены в противоположные стороны относительно друг друга ($\psi_{cs2}/\psi_{cr2} = -\psi_{cr2}/\psi_{cr2}$). При этом в скалярном виде в полярных координатах $\psi_{cr2} = (\psi_{cr2}, \varphi_{cr2})$, $\psi_{cs2} = (\psi_{cs2}, \varphi_{cs2})$ уравнение линзы имеет вид $\psi_{cs2} = -Y(\psi_{cr2})$, $\varphi_{cs2} = \varphi_{cr2} + \pi$. Простое объяснение данного свойства состоит в том, что каустическая поверхность в плоскости положений источника образуется инвертированными лучами в плоскости линзы.

Для устранения особенности в поле усиления ($q(\psi) \rightarrow \infty$) необходимо рассматривать либо дифракцию волн, либо использовать модели источников с конечными угловыми размерами Ψ_0 . Так как целью данной работы не являлось исследование дифракционных свойств фокусировки, мы рассмотрим лишь усиление блеска протяженного источника. Заметим, что учет протяженности источника излучения Ψ_0 приводит не только к конечному

значению усиления на каустике или фокальной оси, но и к размытию этих критических областей линзы. Ниже будут получены оценки максимально возможного усиления в наиболее интересных случаях, когда центр яркости источника проецируется на области, близкие к критическим. Анализ проведем на основе исходного выражения (14), в котором, с учетом представления $Y(\psi) = Y(\psi)\psi/\psi$, выполним интегрирование по азимутальному углу. В результате получим

$$q(\Psi_s) = \frac{1}{\Psi_0^2} \exp\left(-\frac{\Psi_s^2}{2\Psi_0^2}\right) \int_{\psi_R}^{\infty} \exp\left(-\frac{Y^2(\psi)}{2\Psi_0^2}\right) I_0\left(\frac{\Psi_s}{\Psi_0^2} |Y(\psi)|\right) \psi d\psi, \quad (19)$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя, или функция Бесселя первого рода нулевого порядка от мнимого аргумента. Рассмотрим теперь следующие случаи.

Центральный источник ($\Psi_s = 0$). Изображение центрального источника с небольшими угловыми размерами будет группироваться вблизи кольцевого изображения $\psi = \psi_{cr1}$, определяемого из уравнения $Y(\psi_{cr1}) = 0$. С учетом этого, введя обозначение $\psi = \psi_{cr1} + \Delta\psi$, для значений $|\Delta\psi| \ll \psi_{cr1}$ приближенно получаем $Y(\psi_{cr1} + \Delta\psi) \approx \frac{dY(\psi_{cr1})}{d\psi} \Delta\psi$. Подставляя теперь данное представление в (19), после вычисления интеграла в бесконечных пределах получаем следующую оценку:

$$\begin{aligned} q(\Psi_s=0) &\approx \frac{\psi_{cr1}}{\Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2\Psi_0^2} \left[\frac{d}{d\psi} Y(\psi_{cr1})\right]^2 \Delta\psi^2\right\} d(\Delta\psi) = \\ &= \frac{\sqrt{2\pi} \psi_{cr1}}{\Psi_0} \left| \frac{d}{d\psi} Y(\psi_{cr1}) \right|^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Источник проецируется на каустик. Если центр яркости источника с малыми угловыми размерами проецируется прямо на каустик линзы ($\Psi_s = \psi_{cs2}$), то мы будем наблюдать «небольшое» его изображение, расположенное вблизи критического угла $\psi = \psi_{cr2}$. В окрестности корня $\psi = \psi_{cr2}$ аргумент функции Бесселя в (19) можно приближенно оценить как $|\Psi_s Y(\psi)/\Psi_0^2| \approx \psi_{cs2}^2/\Psi_0^2$. Для достаточно «малых» источников, когда $\psi_{cs2}^2/\Psi_0^2 \gg 1$, функцию Бесселя можно заменить ее асимптотическим представлением при больших значениях аргумента: $I_0(x) \approx e^x/\sqrt{2\pi x}$. В результате (19) принимает вид

$$q(\psi_{cs2}) = \frac{\psi_{cr2}}{\sqrt{2\pi} \psi_{cs2} \Psi_0} \exp\left(-\frac{\psi_{cs2}^2}{2\Psi_0^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2\Psi_0^2} [Y^2(\psi) + 2Y(\psi)\psi_{cs2}]\right\} d\psi. \quad (21)$$

Следующее упрощение состоит в замене точного значения $Y(\psi)$ на приближенное, справедливое в небольшой окрестности $\psi \approx \psi_{cr2}$. Введя снова обозначение $\psi = \psi_{cr2} + \Delta\psi$, для небольших отклонений $|\Delta\psi|/\psi_{cr2} \ll 1$ получаем приближенное представление

$$Y(\psi) \approx Y(\psi_{cr2}) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\psi^2} Y(\psi_{cr2}) \Delta\psi^2 = -\psi_{cs2} + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\psi^2} Y(\psi_{cr2}) \Delta\psi^2.$$

Подставив теперь данное выражение в (21), находим следующую асимптотическую оценку:

$$q(\psi_{cs2}) \approx \frac{\psi_{cr2}}{\sqrt{2\pi}\psi_{cs2}\Psi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\left[\frac{1}{2\sqrt{2}\Psi_0} \frac{d^2Y(\psi_{cr2})}{d\psi^2}\right]^2 \Delta\psi^4\right\} d(\Delta\psi) \approx$$

$$\approx 1.2 \frac{\psi_{cr2}}{\psi_{cs2}} \left[\Psi_0 \frac{d^2}{d\psi^2} Y(\psi_{cr2})\right]^{-1/2}. \quad (22)$$

ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Согласно современным представлениям при удалении от поверхности концентрация нейтральных частиц и электронов в атмосфере субзвезды быстро убывает приблизительно по степенному закону: $N_e(r) = N_{e0}(r/R)^{-h_e}$, $N_n(r) = N_{n0}(r/R)^{-h_n}$, где N_{e0} , N_{n0} — значения концентраций при $r = R$. С учетом данных распределений показатель преломления представляется в виде

$$n(r) = 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{2\omega^2} \left(\frac{R}{r}\right)^{h_e} + \beta_{n0} \left(\frac{R}{r}\right)^{h_n} + \frac{r_g}{R} \left(\frac{R}{r}\right), \quad (23)$$

где $\omega_{p0} = \sqrt{4\pi e^2 N_{e0}/m_e}$ и $\beta_{n0} = 2\pi\alpha_n N_{n0}$ — соответственно максимальные значения ω_p и β_n , достигаемые вблизи поверхности. Для нахождения угла отклонения луча согласно (8) необходимо прежде всего вычислить интеграл вида [4]

$$\Phi(h) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{R}{r}\right)^h dz = 2R^h \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 + z^2)^{-h/2} dz =$$

$$= -h \left(\frac{R}{p}\right)^h \int_0^{\infty} \frac{x^{-1/2} dx}{(1 + xR^2/p^2)^{h/2+1}} = -4\pi \frac{\Gamma\left(\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2^h \Gamma^2\left(\frac{h}{2}\right)} \cdot \left(\frac{R}{p}\right)^h. \quad (24)$$

Здесь Γ — гамма-функция. Для гравитационной составляющей, положив $h = 1$, получаем $\Phi(1) = -2(R/p)$. С другой стороны, для газовой и плазменной составляющих выражение (24) можно упростить, воспользовавшись тем, что показатели степени $h_{n,e}$ имеют большие значения (100—1500, причем $h_e \gg h_n$). Учитывая асимптотическое представление $\Gamma(x) \approx \sqrt{2\pi} x^{x-1/2} e^{-x}$, $x \gg 1$ [4], получаем зависимость $\Phi(h) = \sqrt{2\pi h} (R/p)^h$. Записав теперь результат в угловых переменных, получаем приближенное представление суммарного угла отклонения луча в атмосфере субзвезды:

$$\Theta(\psi) \approx \frac{\lambda^2}{\lambda_{эф}^2} \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right)^{h_e} - \sqrt{2\pi h_n} \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right)^{h_n} - \Theta_{g\max} \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right). \quad (25)$$

Здесь $\lambda_{эф} = 2\pi c/\omega_{эф}$ — некоторая характерная для плазмы длина волны ($\omega_{эф} = \sqrt{2\pi h_e} \omega_{p0}/2$), а $\Theta_{g\max} = 2r_g/R$ — максимальный угол гравитационного отклонения луча.

Предварительный анализ полученного выражения позволяет сделать следующие выводы. 1. Если поле тяготения и газовая составляющая отклоняют лучи в сторону субзвезды, то электронная составляющая, наоборот, их рассеивает. 2. На высоких частотах (в оптике) плазменной составляющей атмосферы можно практически пренебречь и рассматривать только нейтральный газ и поле тяготения. 3. В радиодиапазоне необходимо учитывать влияние электронной составляющей, наличие которой будет в основном проявляться только в непосредственной близости от поверхности

субзвезды. 4. Для достаточно больших углов наблюдения (ψ) практически можно пренебречь влиянием газовой и плазменной составляющих и учитывать только гравитационное отклонение лучей.

Для определения ожидаемых величин коэффициента усиления были выбраны такие значения массы и размера субзвезды: $M \approx 0.01 M_{\odot}$ и $R \approx 0.3R_{\odot}$ [7]. При этом получаем оценки гравитационного радиуса и максимального угла гравитационного отклонения луча составляют $r_g \approx \approx 30$ м, $\Theta_{g\max} \approx 3 \cdot 10^{-7} \approx 0.06''$. Значения концентрации частиц $N_{n,e0}$ и показателей степени $h_{n,e}$ выбирались на основе модельных представлений, взятых из работы [6]. Так, для электронной составляющей можно положить $N_{e0} \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$ и $h_e \approx 1200$. В результате получаем оценочную величину $\lambda_{эф} \approx 18$ м. Анализ распределения гелиевой (He) и водородной (H) составляющих атмосферы субзвезды показывает, что основной вклад в угол отклонения луча $\Theta(\psi)$ вносит гелиевая составляющая, так как для нее должна наблюдаться большая концентрация частиц ($N_{\text{He}0} \approx 10^{20} \text{ см}^{-3} \gg N_{\text{H}0} \approx \approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$). В силу этого среди нейтральных газовых компонентов учитывался только гелиевый компонент, для которого выбирались значения параметров $h_n \approx 200$ и $\sqrt{2\pi h_n \beta_{n0}} \approx 0.02$. Таким образом, для численных оценок использовалось следующее приближенное выражение для угла отклонения луча:

$$\Theta(\psi) \approx 0.003\lambda^2 \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right)^{1200} - 0.02 \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right)^{200} - 3 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\Psi_R}{\psi}\right), \quad (26)$$

где длина волны λ измеряется в метрах. На рис. 2 представлен график зависимости полного угла отклонения $\Theta(\psi)$ от величины относительного угла наблюдения ψ/Ψ_R для значений длины волны λ , изменяющихся в пределах от радио- до оптического диапазона. Видно, что граница областей с положительной и отрицательной рефракцией во всем диапазоне длин волн практически лежит в непосредственной близости от поверхности субзвезды. При этом, как и предполагалось из предварительного анализа, основное влияние на угол отклонения при больших прицельных параметрах (ψ/Ψ_R) оказывает гравитационное поле из-за быстрого спадания электронной и газовой составляющих.

Для оценок диапазона возможных значений углов Ψ_R , Ψ_0 , ψ_{cr1} , ψ_{cr2} нам необходимо сделать некоторые предположения о микролинзах и источниках излучения.

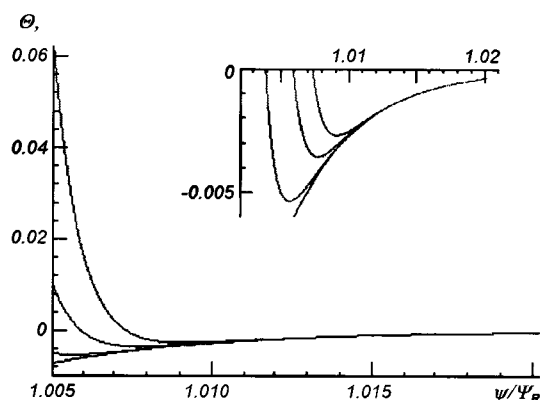


Рис. 2. Зависимость угла отклонения от относительного угла наблюдения при различных значениях длины волны: 1 — $\lambda = 100$ м, 2 — $\lambda = 50$ м, 3 — $\lambda = 18$ м, 4 — $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ м

Микролинзы. В качестве кандидатов на роль микролинз в Галактике выберем такие компактные объекты, как субзвезды, белые карлики и звезды главной последовательности, параметры которых представлены в таблице. В рассматриваемой схеме можно считать, что Z_p изменяется в пределах $Z_{\min} < Z_p < Z_{\max}$, где $Z_{\min} \approx 10^{13}$ км — расстояние до ближайших звезд, а Z_{\max} — максимальное расстояние Z_p , выбираемое в зависимости от схемы эксперимента. Введя в рассмотрение относительное удаление микролинзы $x = Z_p/Z_{\max}$ ($Z_{\min}/Z_{\max} < x < 1$), область возможных значений угловых радиусов микролинз можно оценить как $\Psi_r = R/Z_p = (R/Z_{\max}) \cdot x^{-1}$. Для упрощения будем считать, что микролинзы приближенно сферически симметричны и имеют средние объемные плотности массы $\rho_M \approx 3M/(4\pi R^3)$.

Значения параметров микролинз: M/M_{\odot} и R/R_{\odot} — соответственно масса и радиус в солнечных единицах; σ_M — характерная поверхностная плотность массы

Объекты	M/M_{\odot}	R/R_{\odot}	$\sigma_M, \text{г/см}^2$
Субзвезды	0.001...0.1	0.1...0.3	$10^9 \dots 10^{12}$
Белые карлики	0.2...1.4	0.2...0.07	$10^{11} \dots 10^{13}$
Звезды главной последовательности	0.1...3	0.15...2.4	$10^{10} \dots 10^{11}$

Источники. Среди возможных дискретных источников излучения рассмотрим далекие квазары (QSO) и звезды Магеллановых облаков (МО) или ядра Галактики (Балдж). Если анализируется ЭМЛ по кривым блеска далеких квазаров, как это делалось в работе [11], то величину $Z_p = Z_{\max}$ можно оценить как характерный размер гало Галактики: $Z_{\max} \approx 100$ кпк $\approx 10^{18}$ км. При этом характерный угловой размер Ψ_0 находится по формуле $\Psi_0 = R_s/D(z)$, где $D(z)$ — угловое расстояние до квазара с красным смещением z . Диапазон красных смещений квазаров, для которых проводился многолетний мониторинг [11], лежит в пределах $0.5 < z < 4$. Для данных z , согласно [13], значение $D(z)$ можно оценить как $D(z) \approx (4 \dots 7.5)c/H_0$, где H_0 — величина постоянной Хаббла. Выбрав $H_0 \approx 75 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$ и характерный размер излучающей области квазара в оптическом диапазоне $R_s \sim 10^{10}$ км, получаем оценку $\Psi_0 \sim 10^{-12} \dots 10^{-13}$ (QSO). Заметим, что в радиодиапазоне характерный размер квазаров R_s , и следовательно, их угловой размер Ψ_0 , могут быть на несколько порядков больше. С другой стороны, в проектах MACHO и OGLE в качестве источников излучения выступают звезды Магеллановых облаков или ядра Галактики. В этом случае угловой размер источника определяется по формуле $\Psi_0 = R_s/(Z_p + Z_s)$. При этом для Балджа имеем $Z_{\max} \approx 10$ кпк $\approx 10^{17}$ км, а для МО — $Z_{\max} \approx 55$ кпк $\approx 10^{18}$ км. Считая, что $R_s \approx R_{\odot} \sim 10^5$ км и $Z_p + Z_s \approx Z_{\max} \sim 10^{17} \dots 10^{18}$ км, получаем оценку, аналогичную предыдущей: $\Psi_0 \approx 10^{-12} \dots 10^{-13}$ (Stars).

При нахождении величины критического угла ψ_{crit} заметим следующее. Как было показано выше, из-за достаточно быстрого убывания концентрации частиц в атмосфере субзвезды основное влияние на фокусировку излучения далекого источника в оптическом диапазоне оказывает лишь ее

поле тяготения. С учетом этого ψ_{cr1} можно оценить так же, как и для кольцевого изображения Эйнштейна — Хвольсона: $\psi_{cr1} \approx \sqrt{2r_g \tilde{Z}}/Z_p$. При наблюдениях ЭМЛ на квазарах, учитывая, что $Z_s \approx D(z) \gg Z_{max}$, получаем $\tilde{Z} \approx Z_p$ и $\psi_{cr1} \approx \sqrt{2r_g/Z_p} = \sqrt{2r_g/Z_{max}} \cdot x^{-1/2}$ (QSO). Для источников — звезд Балджа или МО имеем $\psi_{cr1} \approx \sqrt{2r_g/Z_{max}} \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right)^{1/2}$ (Stars). Из общих соображений и вышеприведенного анализа следует, что ЭМЛ может наблюдаться только при выполнении условий, когда $\psi_{cr1}/\Psi_R > 1$ и $\psi_{cr1}/\Psi_0 > 1$. Первое неравенство легко преобразовать к более соответствующим условиям наблюдений виду:

$$\begin{aligned} \frac{\psi_{cr1}^2}{\Psi_R^2} &= \frac{2r_g \tilde{Z}}{R^2} = \frac{2r_g Z_{max}}{R^2} \frac{\tilde{Z}}{Z_{max}} = \frac{4}{3} \left(\frac{4\pi G Z_{max}}{c^2} \right) \frac{\tilde{Z}}{Z_{max}} \sigma_M = \\ &= \frac{4}{3} \frac{\sigma_M}{\sigma_{cr}} \frac{\tilde{Z}}{Z_{max}} > 1, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\sigma_M = \rho_M R$ — характерная поверхностная плотность массы микролинзы, $\sigma_{cr} = c^2/(4\pi G Z_{max})$ — так называемая критическая плотность массы, вычисленная для расстояния $\tilde{Z} = Z_{max}$. Характерные величины σ_M для различных типов микролинз представлены в таблице, а для рассматриваемых случаев возможных наблюдений ЭМЛ находим, что критическая плотность массы лежит в пределах $\sigma_{cr} \approx (0.3...3.6) \cdot 10^4$ г/см². Учитывая теперь, что при наблюдениях ЭМЛ на квазарах $\tilde{Z}/Z_{max} \approx Z_p/Z_{max} = x$, а на звездах МО или Балджа $\tilde{Z}/Z_{max} \approx x(1-x)$, перепишем (27) в виде

$$\frac{\psi_{cr1}^2}{\Psi_R^2} \approx \frac{\sigma_M}{\sigma_{cr}} \begin{cases} x, & \text{(QSO)}, \\ x(1-x), & \text{(Stars)}, \end{cases} > 1. \quad (28)$$

Воспользовавшись найденными значениями σ_M и σ_{cr} , получаем величину безразмерного коэффициента $\sigma_M/\sigma_{cr} \approx 10^5...10^8$. Отсюда следует, что первое условие наблюдения ЭМЛ (28) выполняется практически во всем диапазоне рассматриваемых масс микролинз и расстояний до них. Несложные вычисления показывают также, что в оптическом диапазоне и второе условие наблюдения ЭМЛ также практически всегда выполняется, т. е. $\psi_{cr1} \gg \Psi_0$. Исключение могут составлять лишь достаточно протяженные радиоисточники.

После проделанных оценок величин углов несложно определить и величину возможного усиления блеска источников под действием ЭМЛ. Вычисления показывают, что в оптическом диапазоне коэффициент усиления лежит в пределах $q_{max} \approx 10...1000$. В радиодиапазоне эта величина значительно меньше, однако при попытках регистрации ЭМЛ в радиодиапазоне необходимо учитывать то, что плазменная корона формирует каустическую поверхность, вблизи которой величина усиления незначительно возрастает.

ВЫВОДЫ

Проведенный анализ и полученные оценки показывают, что в оптическом диапазоне эффект микролинзирования на компактных объектах Галактики может регистрироваться практически во всем диапазоне масс и удалений

микролинз. Наличие плотных атмосфер у некоторых микролинз приводит к своеобразным особенностям фокусировки. В первую очередь следует отметить, что в радиодиапазоне плазменный компонент атмосферы формирует каустическую поверхность, вблизи которой также может регистрироваться некоторое усиление блеска источника. Однако в общем случае из-за быстрого убывания плотности частиц в атмосферах субзвезд влиянием газовой и плазменной составляющих практически можно пренебречь. Основное влияние на фокусировку излучения оказывает лишь поле тяготения.

Работа выполнена при финансовой поддержке целевой программы НАН Украины «Пошук темної матерії за результатами спостережень гравітаційно лінзованих квазарів (шифр «Космомікрофізика»)».

1. *Балега Ю. Ю.* Коричневые карлики: субзвезды без ядерных реакций // *Успехи физ. наук.*—2002.—172, № 8.—С. 945—949.
2. *Блюх П. В., Минаков А. А.* Гравитационные линзы. — Киев: Наук. думка, 1989.—238 с.
3. *Вольф Э., Борн М.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.—855 с.
4. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.—1108 с.
5. *Захаров А. Ф., Сажин М. В.* Гравитационное микролинзирование // *Успехи физ. наук.*—1998.—168, № 10.—С. 1041—1081.
6. *Захой В. А., Котелевский С. И., Педаш Ю. Ф.* Особенности молекулярного состава атмосфер субзвезд // *Кинематика и физика небес.*—2001.—17, № 1.—С. 3—16.
7. *Захой В. А., Писаренко А. И., Яценко А. А.* Внутреннее строение субзвезд. Модели и проблемы теории вещества // *Кинематика и физика небес.* тел.—1999.—15, № 3.—С. 206—214.
8. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функции комплексного переменного. — М.: Наука, 1973.—716 с.
9. *Минаков А. А.* Космические линзы // *Радиофизика и электроника.*—2004.—Спец. вып.—С. 128—139.
10. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978.—Т. 2. Случайные поля.—464 с.
11. *Hawkins M. R. S.* Dark matter from quasar microlensing // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1996.—278.—P. 787—807.
12. *Impact of gravitational lensing on cosmology* // *Proc. 225th Symp. of the International Astronomical Union. Switzerland, July 19—23, 2004* / Eds Y. Mellier, G. Meylan. — Cambridge: Univ. Press, 2005.—470 p.
13. *Kayser R., Helbig P., Schramm T.* A general and practical method for calculating cosmological distances // *Astron. and Astrophys.*—1997.—318.—P. 680—686.
14. *Paczynski B.* Gravitational microlensing by the galactic halo // *Astrophys. J.*—1986.—304.—P. 1—5.
15. *Vakulik V. G., Schild R. E., Dudinov V. N., et al.* Color effects associated with the 1999 microlensing brightness peaks in gravitationally lensed quasar Q2237+0305 // *Astron. and Astrophys.*—2004.—420.—P. 447—457.
16. *Walsh D., Carswell R., Weymann R.* 0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens // *Nature.*—1979.—279, N 5712.—P. 381.

Поступила в редакцию 30.09.08