

## МАКРОЕКОНОМІЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАЦІЙНОГО НАПРЯМКУ ШКОЛИ В.М. ГЛУШКОВА

### Вступ

У працях [1-4] вперше сформульований та продовжується напрямок побудови макроекономічної моделі для сучасної економіки України. Такий підхід відповідає певним концепціям, характерним для школи дослідження економіки, створеній В.М. Глушковим. У данній статті здійснено інтегрування відповідних рівнянь в єдину систему, узгодження її параметрів та варіантів розв'язку.

### Основна система рівнянь

Рівняння валового і кінцевого продукту [1]:

$$\begin{cases} x(t) = A(t)x(t) + y(t); & (1) \\ y(t) = C(t) + B(t)\dot{v}(t) + \dot{m}(t), & (2) \end{cases}$$

де  $x(t)$  – вектор валових випусків за одиницю часу;  $A(t)$  – технологічні коефіцієнти;  $y(t)$  – вектор кінцевого продукту;  $C(t)$  – вектор споживання;  $\dot{v}(t)$  – вектор зміни виробничих потужностей;  $B(t)$  – коефіцієнти фондомісткості;  $\dot{m}(t)$  – вектор зміни запасів.

Рівняння оновлення фондів, споживання і праці [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{рівняння зміни фондів} \\ v_1(t) + v_2(t) = V(0) + \int_0^t v_1(\tau)\lambda(\tau,t)\alpha(\tau,t)d\tau; \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{рівняння споживання} \\ C(t) = C(0) + \int_0^t v_2(\tau)\gamma(\tau,t)\beta(\tau)d\tau; \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{рівняння балансу праці} \\ r(t) = \int_0^t [v_1(\tau)\lambda(\tau,t) + v_2(\tau)\gamma(\tau,t)]d\tau, \end{array} \right. \quad (5)$$

де  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  – показники потужності (кількості робочих місць) за новими технологіями в групах виробництва А і Б: виробництво засобів виробництва і виробництво засобів споживання;

$\lambda(r,t)$ ,  $\gamma(r,t)$  – коефіцієнти завантаження в момент часу  $t$  потужностей, створених в момент часу  $r$ ;

$\alpha(r,t)$  – кількість робочих місць в технології  $t$ -го моменту часу, що створюються в одиницю часу у розрахунку на одне робоче місце, яке працює в технології  $r$ -го моменту часу у виробництві групи А;

$\beta(r)$  – обсяг виробництва засобів споживання в одиницю часу в розрахунку на одне робоче місце у групі Б;

$r(t)$  – кількість працюючих.

Рівняння зміни запасів і концентрації відходів:

$$\begin{cases} \dot{m}(t) = -w\mu(m, z)x - m_H \cdot H + m_\Phi \cdot U_m \cdot \Phi + u(m^0 - m) + h; \\ \dot{Z}(t) = (w-1)\mu(m, z)x + Z_H \cdot H - a_z \cdot Z - b_z U_z \Phi - ux - \omega, \end{cases} \quad (6)$$

де  $m^0$  – концентрація природних ресурсів (сировини);

$m$  – залишкові ресурси (невикористаної сировини);

$H = H(t)$  – чисельність населення;

$\Phi = \Phi(t)$  – капітал (основні фонди);

$U_m, U_z$  – частки капіталу, які спрямовуються на відновлення ресурсів та знищення забруднення

навколишнього середовища відповідно;

$Z$  – концентрація відходів (забруднень);

$u$  – інтенсивність технологічного процесу відновлення ресурсів та зменшення забруднень;

$h$  – швидкість надходження ресурсу-замінника;

$\omega$  – швидкість надходження нейтралізуючого контрагента;

$\mu(m, z)$  – деяка функція взаємодії виробництва, використання ресурсів та виникнення забруднень;

$w$  – технологічний коефіцієнт,  $w > 1$ ;

$m_H, m_\Phi, Z_H, a_z, b_z$  – числові коефіцієнти.

Компоненти  $w\mu(m, Z)x + u(m^0 - m) + h$  та  $(w-1)\mu(m, Z)x - ux - w$  правих часток (6), (7) відповідають моделі Моно-Ієрусалимського [3], а компоненти  $m_H \cdot H + m_\Phi U_m \Phi$  та  $Z_H \cdot H - a_z \cdot Z - b_z U_z \Phi$  – моделі Дж. Форрестера [2]. Таким чином, рівняння зміни запасів і концентрації відходів побудовані на основі симбіозу моделі Моно-Ієрусалимського, яка виникла спочатку як модель опису біологічних процесів, і моделі економічної динаміки Дж. Форрестера. Такий симбіоз є природним узагальненням обох моделей, а кожна з цих моделей може розглядатися окремим випадком загальної моделі.

В [5] визначено рівняння динаміки основних фондів:

$$\frac{d\Phi}{dt} = I(t) - \theta \cdot \Phi, \quad (8)$$

де  $I(t)$  – потік інвестицій – частка кінцевого продукту, яка використовується для створення основних фондів за одиницю часу;

$\theta$  – коефіцієнт витрачання (амортизації) основних фондів.

Розв'язком рівняння (8) є функція

$$\Phi = \Phi(t) = \Phi(0)e^{-\theta t} + \int_0^t I(\tau)e^{-\theta(t-\tau)} d\tau. \quad (9)$$

Фондоозброєність робочого місця визначається за формулою

$$\phi = \frac{\Phi}{V}, \quad (10)$$

де  $V = V_1(t) + V_2(t)$  – кількість робочих місць.

Розглянемо варіант сталих функцій  $a = A(t)$ ,  $b = B(t)$ ,  $\mu = \mu(m, Z)$ .

З рівнянь (1), (2), (6)

$$(1-a)x(t) - C(t) - b\dot{V}(t) = \dot{m}(t) = \frac{1}{u} \left( -\ddot{m}(t) - w\mu\dot{x}(t) - m_H \cdot \dot{H}(t) + m_\phi U_m \dot{\Phi}(t) \right), \quad (11)$$

де використано вираз функції  $m = m(t)$  з правої частини (6) для знаходження її похідної  $\dot{m}(t)$ .

Вираз  $\dot{m}(t)$  знайдено диференціюванням лівої частини (11).

Тоді рівняння (11) приймає вид

$$u \left( (1-a)x(t) - C(t) - b\dot{V}(t) \right) = -(1-a)\dot{x}(t) + \dot{C}(t) + b\ddot{V}(t) - w\mu\dot{x}(t) - m_H \cdot \dot{H}(t) + m_\phi U_m \dot{\Phi}(t), \quad (12)$$

або

$$\dot{x}(t) + K_0 x(t) = Q(t), \quad (13)$$

де

$$Q(t) = K \left( \dot{C}(t) + uC(t) + b(\ddot{V}(t) + u \cdot \dot{V}(t)) - m_H \cdot \dot{H}(t) + m_\phi U_m \dot{\Phi}(t) \right); \quad (14)$$

$$K = \frac{1}{1-a+w\mu}; \quad K_0 = (1-a)uK. \quad (15)$$

Загальний розв'язок рівняння (13):

$$x(t) = \left( x(0) + \int_0^t Q(\tau) e^{K_0 \tau} d\tau \right) e^{-K_0 t}. \quad (16)$$

Нехай припущення відносно змінних системи (3)-(7) мають вид

$$\lambda(\tau, t) = \lambda e^{-\lambda_1(t-\tau)}; \quad (17)$$

$$\gamma(\tau, t) = \gamma e^{-\gamma_1(t-\tau)}; \quad (18)$$

$$\alpha(\tau, t) = \alpha e^{-\alpha_1(t-\tau)}, \quad t \geq \tau; \quad (19)$$

$$\beta(\tau) = \beta e^{\beta_1 \tau}; \quad (20)$$

$$V_2(\tau) = v_2 e^{v_{21} \tau}; \quad (21)$$

$$H(t) = H \cdot e^{H_1 t}; \quad (22)$$

$$\Phi(t) = \Phi \cdot e^{\Phi_1 t}, \quad (23)$$

де  $\lambda, \lambda_1, \gamma, \gamma_1, \alpha, \alpha_1, \beta, \beta_1, v_2, v_{21}, H, H_1, \Phi, \Phi_1$  – числові параметри.

Тоді з (4)

$$C(t) = C(0) + \beta \gamma_2 \int_0^t e^{v_{21} \tau - \gamma_1(t-\tau) + \beta_1 \tau} d\tau = C(0) + \beta \gamma_2 \cdot \frac{e^{(v_{21} + \beta_1)t} - e^{-\gamma_1 t}}{v_{21} + \beta_1 + \gamma_1}. \quad (24)$$

Розв'язок інтегрального рівняння (3):

$$V_1(t) = \alpha \lambda \left( \frac{V(0)}{\varphi} + \frac{v_2}{v_{21} - \varphi} \right) e^{\varphi t} - v_2 \left( 1 + \frac{\alpha \lambda}{v_{21} - \varphi} \right) e^{v_{21} t} - V(0) \frac{\alpha_1 + \lambda_1}{\varphi}, \quad (25)$$

$$\text{де } \varphi = \alpha \lambda - \alpha_1 - \lambda_1; \quad V(t) = V_1(t) + V_2(t); \quad V_2(0) = v_2, \quad (26)$$

що перевіряється підстановкою.

Тоді з (5)

$$r(t) = \alpha\lambda^2 \left( \frac{V(0)}{\varphi} + \frac{v_2}{v_{21} - \varphi} \right) \frac{e^{\alpha t} - e^{-\lambda_1 t}}{\varphi + \lambda_1} - v_2 \lambda \left( 1 + \frac{\alpha\lambda}{v_{21} - \varphi} \right) \frac{e^{v_{21}t} - e^{-\lambda_1 t}}{v_{21} + \lambda_1} - V(0) \frac{\lambda(\alpha_1 + \lambda_1)}{\varphi\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + v_2 \gamma \frac{e^{v_{21}t} - e^{-\gamma_1 t}}{v_{21} + \gamma_1} = \quad (27)$$

$$= (\lambda V(0) + (\gamma - \lambda)v_2)t + \left( \lambda(\alpha\lambda - \lambda_1) \cdot V(0) + v_2(\gamma v_{21} + \lambda\lambda_1 - \alpha\lambda^2 - \lambda v_{21} - \gamma\lambda_1) \right) \frac{t^2}{2} + \dots$$

З (16) отримуємо після інтегрування

$$x(t) = x(0)e^{-\kappa_0 t} + \kappa_1 \left[ \kappa_1 (1 - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_2 (e^{\alpha t} - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_3 (e^{v_{21}t} - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_4 (e^{(v_{21} + \beta_1)t} - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_5 (e^{-\gamma_1 t} - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_6 (e^{h_1 t} - e^{-\kappa_0 t}) + \kappa_7 (e^{\phi_1 t} - e^{-\kappa_0 t}) \right], \quad (28)$$

$$\text{де } \kappa_0 = (1-a)u\kappa; \quad \kappa_1 = \frac{C(0)}{(1-a)\kappa}; \quad \kappa_2 = \frac{b(u + \varphi) \cdot \varphi}{\varphi + \kappa_0} \alpha\lambda \left( \frac{V(0)}{\varphi} + \frac{v_2}{v_{21} - \varphi} \right); \quad \kappa_3 = b(u + v_{21}) \frac{v_2 \alpha \lambda}{\varphi - v_{21}} \cdot \frac{v_{21}}{v_{21} + \kappa_0};$$

$$\kappa_4 = \frac{\beta\lambda v_2}{v_{21} + \beta_1 + \gamma_1} \cdot \frac{v_{21} + \beta_1 + u}{v_{21} + \beta_1 + \kappa_0}; \quad \kappa_5 = \frac{\beta\gamma v_2}{v_{21} + \beta_1 + \gamma_1} \cdot \frac{u - \gamma_1}{\gamma_1 - \kappa_0}; \quad \kappa_6 = -\frac{m_H \cdot H \cdot h_1}{H_1 + \kappa_0}; \quad \kappa_7 = \frac{m_\Phi \cdot U_m \cdot \Phi \cdot \phi_1}{\Phi_1 + \kappa_0}. \quad (29)$$

Коефіцієнт  $K = \frac{1}{1 - a + w\mu}$  містить інтенсивності  $w$ ,  $\mu$  процесів витрачання запасів та створення

забруднень у технологічних процесах, а параметр  $K_0 = \frac{u}{1 + \frac{w\mu}{1-a}}$  – інтенсивності процесів витрачання

запасів і створення забруднень та інтенсивність ( $u$ ) відновлення запасів і зменшення забруднень у технологічних процесах.

Коефіцієнт  $K_1$  містить, крім перелічених факторів, також початковий рівень споживання ( $C(0)$ ), а коефіцієнти  $K_2 - K_5$  – параметри кількості робочих місць та їх завантаження у динаміці, а також параметр фондомісткості робочих місць ( $b$ ),  $K_6$ ,  $K_7$  – коефіцієнти впливу чисельності населення та факторів витрачання капіталу.

З рівнянь (6), (11) отримуємо

$$(1 - a)x(t) - C(t) - b\dot{V}(t) = -w\mu x(t) - m_n H + m_\Phi U_\Phi \Phi + u(m^0 - m) + h. \quad (30)$$

Звідси

$$m = m(t) = m^0 + \frac{1}{u} \left( C(t) + b\dot{V}(t) - \frac{x(t)}{\kappa} - m_n \cdot H + m_\Phi \cdot U_m \cdot \Phi + h \right). \quad (31)$$

Розглянемо числовий приклад на умовних даних, представлених у табл. 1.

Таблиця 1. Основні числові параметри моделі

Параметри Моделі	Числове Значення	Визначення
1	2	3
$a$	0,6	Частка проміжного продукту у валовому продукті
$\lambda$	0,9	Максимальний коефіцієнт завантаження робочого місця у групі А (виробництва засобів виробництва)

$\gamma$	0,9	Те ж у групі Б (виробництва засобів споживання)
$\lambda_1$	0,03	Зменшення коефіцієнта завантаження робочого місця у групі А внаслідок зміни технологій (за рік на 3%)
$\gamma_1$	0,03	Те ж у групі Б
$\alpha$	0,15	Максимальний показник оновлення робочих місць за новими технологіями у групі виробництва А (15% за рік)
$\alpha_1$	0,05	Зменшення цього показника внаслідок віддалення часу (за рік на 5%)
$\beta$	6 тис.грн..	Середня продуктивність робочого місця за рік у групі виробництва Б
$\beta_1$	0,03	Прогнозний темп зростання цієї продуктивності (3%)
$\vartheta_{21}$	0,05	Прогнозний темп зростання кількості робочих місць у виробництві групи Б (5%)
$b$	25 тис.грн.	Фондомісткість створення робочого місця
$H_1$	-0,011	Темп зміни кількості населення (зменшення за рік у середньому на 1,1%)
$m_\Phi$	4,96	Коефіцієнт ефективності вкладання капіталу на відновлення ресурсів
$\Phi_1$	0,02	Прогнозний темп зростання капіталу (2%)

$U_m$	0,1	Частка капіталу, призначена на відновлення ресурсів (10%)
$U_z$	0,02	Частка капіталу, призначена на зниження забруднення навколишнього середовища (2%)
$a_z$	0	Коефіцієнт впливу наявних забруднень на їх приріст або зменшення
$Z_H$	780 грн.	Оцінка витрат на прибирання, сортування та переробку сміття від однієї людини за рік
$b_z$	0,3	Коефіцієнт ефективності вкладення капіталу з метою зменшення забруднень (окупність за 3 роки)
$u$	0,1	Інтенсивність технологічного процесу відновлення ресурсів та знищення забруднень
$h$	0	Швидкість надходження ресурсу замітника
$\omega$	0	Швидкість надходження нейтралізуючого контрагента
$\mu$	0,6	Коефіцієнт впливу виробництва на витрачання ресурсів
$w$	1.5	Коефіцієнт збільшення витрачання ресурсів внаслідок забруднення навколишнього середовища

Результати рахунків параметрів:

$$\varphi = \alpha\lambda - \alpha_1 - \lambda_1 = 0,055;$$

$$\kappa = \frac{1}{1 - a + w\mu} = 0,769; \quad \kappa_0 = (1 - a)u\kappa = 0,0308.$$

Параметри (29) мають розмірність млн. грн.:

$$k_1 = 528,1; k_2 = -280,2; k_3 = 376,1; k_4 = 478,6; k_5 = -26777; k_6 = 26,96 \cdot m_H, k_7 = 15,76 \cdot m_\Phi.$$

З рівнянь (28), (31) отримуємо

$$4,2 = 04106 \cdot m_H + 0,6158 \cdot m_\Phi;$$

$$10,1 = 11,2 + \frac{1}{0,1} \left( 195,7 + 25 \cdot 1,955 - \frac{250}{0,7692} - 47,9 \cdot m_n + 0,1 \cdot 408 \cdot m_\Phi \right). \quad (32)$$

З останнього рівняння

$$0,694 = -0,479 \cdot m_n + 0,408 \cdot m_\Phi. \quad (33)$$

З рівнянь (32), (33) отримуємо  $m_H = 2,78; m_\Phi = 4,96$ .

Грошову оцінку приросту забруднень навколишнього середовища виконаємо за різницею аналогом рівняння (7) (при  $a_z = 0$ ):

$$Z(1) - Z(0) = ((w-1)\mu - u) \frac{x(0) + x(1)}{2} + \frac{H(0) + H(1)}{2} Z_H - U_z \frac{\Phi(0) + \Phi(1)}{2} b_z. \quad (34)$$

Коефіцієнт забруднення від населення  $Z_H$  оцінимо через витрати на прибирання, сортування та переробку сміття на одну людину в 60 грн/місяць, хоча аналогічний зарубіжний показник досягає 40 дол. [8].

Таким чином,  $Z_H = 60 \text{ грн} \cdot 12 \text{ місяців} = 780 \text{ грн}$ .

Коефіцієнт зменшення забруднень  $b_z$  від використання на цю мету капіталу (2%) візьмемо по максимальній ефективності використання капіталу в Україні, тобто з окупністю  $\approx 3$  роки. Тоді  $b_z = 0,3$ .

Таким чином, приріст забруднень навколишнього середовища за рік складе у грошовій оцінці  $\Delta Z = 0,2 \cdot 230,3 + 48,2 \cdot 0,78 - 0,02 \cdot 404 \cdot 0,3 = 81,2$  млрд. грн.

Основні результати розрахунків представлені в табл. 2.

Таблиця 2. Основні результати розрахунків за моделлю

Визначення показника	Позначення	Числове значення			Розмірність	Формула, N
		Джерело (літ)	2001 рік, $t = 0$	2002 рік, $t = 1$		
1	2	3	4	5	6	7
Валовий внутрішній продукт (ВВП)	$X(t)$	6	210,6	250	млрд. грн	28
Споживання у реальному секторі економіки	$C(t)$	6	162,5	195,7	млрд. грн	24
Загальна кількість населення	$H(t)$	7	48,45	47,92	млн.	
Кількість робочих місць, У тому числі:	$V(t)$		20	21,9	млн.	26
– у виробництві засобів	$V_1(t)$		14	15,6	млн.	25

виробництва						
– у виробництві засобів споживання	$V_2(t)$		6	6,3	млн.	21
Кількість працюючих	$r(t)$			18,64	млн.	27
Капітал (основні фонди)	$\Phi(t)$	2	400	408	млрд. грн.	23
Запаси (ресурси)*	$m(t)$ $m^0 = m(1985)$ $= 11,2$	–" –"	10,2	10,1	млрд. грн. млрд. грн.	31

\* Ресурси у розумінні природного капіталу України Світовий банк оцінює в 658,1 млрд. дол., а за оцінкою українських вчених – більше 5 трлн. дол.[9].

### Висновки

Як бачимо, основу макроекономічної моделі складає система семи звичайних інтегро-диференціальних рівнянь першого порядку, яка має розв'язок. Інтегрована система надає можливість забезпечити узгодження варіантів розв'язку. Подані результати моделювання наближені до використання в прогнозах макроекономічних показників України, хоча таке наближення потребує уточнення даних та доповнення економетричних співвідношень моделі відповідно до її можливих специфікацій (застосувань).

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Модели развивающихся систем. – М.: Наука, Ред. физ.-мат. наук, 1983. – 350 с.
2. Сергиенко И.В., Яненко В.М., Атоев К.Л. Общая концепция управления риском экологических, техногенных и социогенных катастроф // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 2. – С. 65 – 86.
3. Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. – К.: Вища школа, 1999. – 236 с.
4. Алексеев Д.А. Экономико-математическая модель трансформационного типа // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 6. – С. 30 – 35.
5. Петров А.А. Математическое моделирование экономического развития: Сер. Математика, кибернетика. – М.: Знание, Новое в жизни, науке, технике, 1984. – № 6. – 64 с.
6. Основні макроекономічні показники України на 2001-2002 рр // Мінекономіки, Управління макроекономічного прогнозування. – 2001. – 17 жовтня. – С. 1 – 4.
7. Урядовий кур'єр. – 2002. – 28 грудня. – С. 11.
8. Чистяков А. Битва за сміття // Урядовий кур'єр. – 2002. – 12 червня. – С. 6.
9. Гринів Л.С. Екологічно збалансована економіка: проблеми теорії. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 2001. – С. 110.