К. т. н. Т. В. БУРСОВА, Б. Я. КОСТИК

Украина, Киевский институт связи

Дата поступления в редакцию
04.04 2000 г.
Оппонент *д. т. н. В. К. СТЕКЛОВ*

УМЕНЬШЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ОШИБКИ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ

Проведен сравнительный анализ двух методов и показана возможность их наиболее эффективного использования.

В современных радиотехнических устройствах и системах радиоуправления широко применяются автоматические системы фазовой автоподстройки (ФАП). Надежность и качество работы ФАП во многом определяются их динамической точностью и быстродействием. Это особенно актуально для систем, работающих в условиях скачкообразных изменений фазы, как, например, в следящих демодуляторах фазоманипулированных сигналов [1].

Для увеличения быстродействия систем ФАП используются дифференциальные связи (ДС) [2, 3], синтезированные из условия уменьшения переходной составляющей ошибки. Одним из этапов синтеза дифференциальной связи является определение корней характеристического полинома системы ФАП. Практический интерес представляет сравнительный анализ методов синтеза передаточной функции дифференциальной связи по задающему воздействию из условия подавления медленно затухающих компонент переходной составляющей ошибки при точном знании корней характеристического полинома системы ФАП и их среднегеометрической оценке.

Преимущество метода с использованием среднегеометрического корня (СГК) обусловлено тем, что для получения усредненной оценки быстроты переходного процесса достаточно знать только коэффициенты характеристического полинома и не требуется точного знания корней характеристического уравнения системы.

Так, для характеристического уравнения вида

$$a_0s^n+a_1s^{n-1}+a_2s^{n-2}+\ldots+a_n=0,$$

где $s=c+j\omega$ — комплексное число, СГК определяется выражением [4, с. 215]

$$\Omega_0=\sqrt[n]{|s_1\cdot s_2\cdot s_3\cdot\ldots\cdot s_n|}=\sqrt[n]{a_n/a_0},$$

$s_1, \ldots, s_n$ — корни характеристического уравнения системы.

При вещественных корнях характеристического уравнения наименьшее время переходного процесса соответствует кратным корням [4, с. 217]:

$$a_0s^n+a_1s^{n-1}+a_2s^{n-2}+\ldots+a_n=a_0(s+\eta)^n=0.$$

В этом случае n-кратный корень η совпадает с СГК:

$$\eta=\Omega_0=\sqrt[n]{a_n/a_0}. \quad (1)$$

Структурная схема системы ФАП с дифференциальной связью изображена на **рис. 1**, *а*. Здесь ЭС — элемент сравнения; С, $С_1$ — сумматоры; $W_ф$, $W_у$, $W_и$, $W_{фв}$ — операторы фильтра, усилителя, интегратора и фазовращателя, соответственно; α — задающее воздействие двух сравниваемых напряжений; $\Delta\varphi$ — фазовая ошибка; β — управляемая величина (разность фаз напряжений на входе и выходе фазовращателя). Дифференциальная связь реализуется с помощью сумматора $С_1$ и корректирующего устройства с оператором $W_{ку}$. На рис. 1, *б* изображена преобразованная структурная схема системы ФАП с ДС, где операторы $W_у$, $W_и$, $W_{фв}$ объединены в один общий эквивалентный $W_э$.

$$W_э(p)=W_у(p)W_и(p)W_{фв}(p);$$

$$p\equiv d/dt.$$

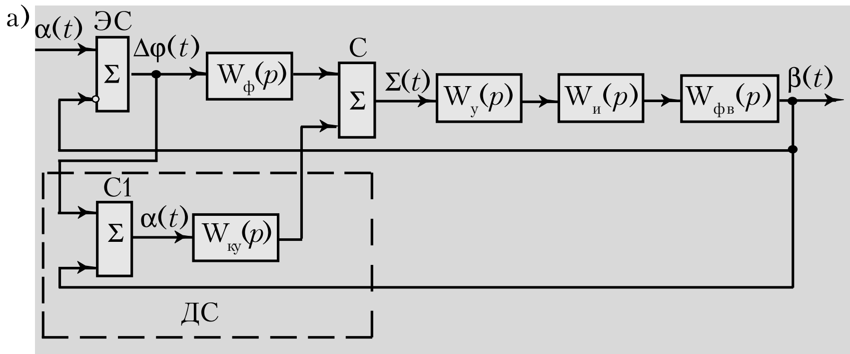
Согласно методу подавления слабозатухающих компонент переходной составляющей ошибки передаточная функция оператора дифференциальной связи $W_{ку}(p)$ в соответствии с условием сохранения порядка астатизма и условием физической реализуемости имеет вид [5]

$$W_{ку}(p)=\frac{\tau_m p^{k+\nu-1}+\tau_{m-1}p^{k+\nu-2}+\ldots+\tau_\nu p^\nu}{d_m p^{k+\nu-1}+d_{m-1}p^{k+\nu-2}+\ldots+d_0}=\frac{D_\alpha(p)}{F_\alpha(p)},\ \nu\geq 1, \quad (2)$$

где k — число компенсируемых компонент переходной составляющей ошибки;
ν — порядок астатизма системы без связи по задающему воздействию.

Параметры знаменателя $F_\alpha(p)$ оператора $W_{ку}(p)$ выбираются так, чтобы вещественная часть каждого из корней его уравнения была по модулю больше абсолютной величины корня характеристического уравнения замкнутого контура системы ФАП. Параметры числителя $D_\alpha(p)$ оператора $W_{ку}(p)$ определяются из условия подавления медленно затухающих компонент переходной составляющей ошибки [5, с. 29].

На примере четырех систем ФАП с характеристическими уравнениями второго порядка (для которых СГК определяется одним и тем же значением, а



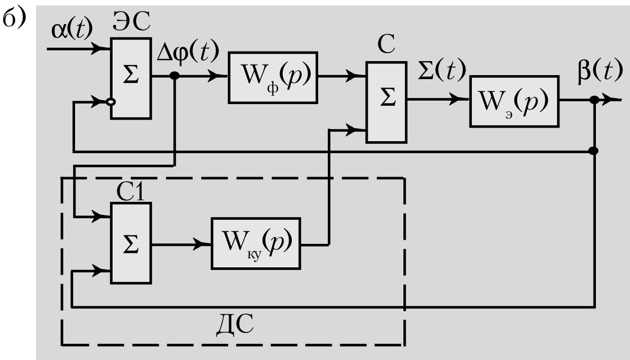


Рис. 1. Структурные схемы системы ФАП с дифференциальной связью по задающему воздействию:
а — исходная; *б* — преобразованная

величины корней характеристических уравнений отличаются между собой в 1,5, 2, 4 и 25 раз) проведен сравнительный анализ эффективности уменьшения переходной составляющей ошибки в условиях поставленной задачи. Также определен вид оператора ДС, рассчитаны значения переходных составляющих фазовой ошибки для системы ФАП без ДС и для системы ФАП с ДС при компенсации переходной составляющей ошибки по известному методу [5, с. 25] и при частичной и полной компенсации переходной составляющей ошибки, полученной по значению СГК.

Результаты вычислений сведены в **табл. 1**. Графическое представление переходной составляющей ошибки приведено на **рис. 2**.

Методику расчета переходной составляющей ошибки и определение передаточных функций операторов корректирующих устройств $W_{ку}(p)$ при компенсации одной и двух ее компонент рассмотрим на конкретном примере системы ФАП, для которой величины корней характеристического уравнения отличаются между собой в 1,5 раза.

1) Пусть оператор передаточной функции разомкнутой системы ФАП без учета ДС имеет вид

$$W_р(p)=\frac{k}{(Tp+1)p}=\frac{2{,}439}{(0{,}098p+1)p};\; W_э(p)=\frac{2{,}439}{(0{,}098p+1)p}.$$

Тогда оператор передаточной функции по ошибке получит вид

$$W_{\Delta\varphi}(p)=\frac{1}{1+W_р(p)}=\frac{p^2+10{,}25p}{p^2+10{,}25p+25}=\frac{p^2+10{,}25p}{(p+4)(p+6{,}25)}.$$

При задающем воздействии $\alpha(t)=1$ (изображение $\alpha(p)=1/p$) изображение переходной составляющей ошибки составит

$$\Delta\varphi(p)=\frac{p^2+10{,}25p}{(p^2+10{,}25p+25)}\frac{1}{p}.$$

Значение переходной составляющей ошибки определяется выражением

$$\Delta\varphi(t)=-1{,}78e^{-6{,}25t}+2{,}78e^{-4t}.$$

Эта зависимость представлена кривой *1* на рис. 2, *а*.

2) Определим параметры корректирующего устройства для компенсации одной медленно затухающей составляющей переходной ошибки, соответствующей значению корня характеристического уравнения, равного −4. В соответствии с формулой (2) оператор передаточной функции корректирующего устройства имеет вид

$$W_{ку1}(p)=\frac{\tau p}{dp+1}.$$

Параметр d выбирается равным 0,025 из условия минимального влияния на быстродействие системы. Оператор передаточной функции системы по ошибке с учетом оператора $W_{ку1}(p)$ имеет вид

$$W_{\Delta\varphi}(p)=\frac{1-W_{ку1}(p)W_р(p)}{1+W_р(p)}.$$

Изображение переходной составляющей ошибки представится как

$$\Delta\varphi(p)=\frac{1-W_{ку1}W_э(p)}{1+W_p(p)}\frac{1}{p}=\frac{p^2+50{,}25p+410-1000\tau}{(p+4)(p+6{,}25)(p+40)}. \quad (3)$$

Представляем полином второго порядка числителя через корни этого полинома, значение одного из которых равно значению компенсируемого корня, соответствующего значению слабозатухающей компоненты. Числитель выражения (3) принимает вид

$$(p+4)(p+p_1)=p^2+(4+p_1)p+4p_1, \quad (4)$$

где p_1 — корень, значение которого определяется в процессе вычислений.

Такое представление полинома позволяет осуществить компенсацию корня, соответствующего значению слабозатухающей компоненты. Приравнивая числитель полинома (3) к правой части (4) и используя метод неопределенных коэффициентов, получим p_1=46,25, τ=0,225 с.

Передаточная функция оператора ДС при компенсации одной слабозатухающей компоненты имеет вид

$$W_{ку1}(p)=\frac{0{,}225p}{0{,}025p+1}.$$

Подставляя в формулу (3) полученное значение τ и выполняя обратное преобразование Лапласа, получим выражение для ошибки системы:

$$\Delta\varphi(t)=1{,}185\exp(-6{,}25t)-0{,}185\exp(-40t).$$

Эта ошибка представлена кривой *3* на рис. 2, *а*.

Таблица 1

Вид оператора передаточной функции замкнутой системы без ДС	t, с	$\Delta\varphi(t)$				Вид оператора ДС
		Без ДС	Компенсация слабозатухающей составляющей	Компенсация одной составляющей по СГК	Компенсация двух составляющих по СГК	
$W_з(p) = \frac{2,439}{0,098p^2+p+2,439} = \frac{25}{p^2+10,25p+25} = \frac{25}{(p+4)(p+6,25)}$	0,025	0,98	0,942	0,953	0,649	$W_{ку1}(p) = \frac{7,35p}{p+40}$; $W_{ку2}(p) = \frac{79p^2+710p}{(p+40)(p+50)}$
	0,05	0,975	0,841	0,865	0,351	
	0,1	0,911	0,643	0,681	0,133	
	0,2	0,738	0,339	0,413	0,083	
	0,3	0,546	0,182	0,225	0,033	
	0,5	0,298	0,052	0,097	0,018	
	0,75	0,128	0,015	0,025	0,008	
$W_з(p) = \frac{2,365}{0,095p^2+p+2,365} = \frac{25}{p^2+10,572p+25} = \frac{25}{(p+3,572)(p+7)}$	0,025	0,98	0,944	0,918	– 0,05	
	0,05	0,97	0,836	0,766	– 0,132	
	0,1	0,911	0,61	0,469	0,0197	
	0,2	0,83	0,308	0,025	0,0379	
	0,3	0,572	0,133	– 0,025	0,039	
	0,6	0,244	0,038	– 0,063	0,032	
	0,9	0,08	0,005	– 0,029	0,003	
$W_з(p) = \frac{2}{0,08p^2+p+2} = \frac{25}{p^2+12,5p+25} = \frac{25}{(p+2,5)(p+10)}$	0,025	0,98	0,941	0,946	– 0,089	
	0,05	0,974	0,818	0,871	– 0,137	
	0,1	0,914	0,559	0,7	0,046	
	0,2	0,76	0,221	0,477	0,15	
	0,3	0,611	0,082	0,236	0,154	
	0,5	0,38	0,0305	0,196	0,197	
	0,75	0,203	0,01	0,056	0,05	
$W_з(p) = \frac{0,961}{0,038p^2+p+0,961} = \frac{25}{p^2+26p+26} = \frac{25}{(p+1)(p+25)}$	0,025	1	0,943	0,961	0,696	
	0,05	0,978	0,818	0,894	0,46	
	0,1	0,94	0,559	0,796	0,45	
	0,2	0,833	0,221	0,509	0,551	
	0,3	0,77	0,083	0,451	0,52	
	0,5	0,606	0,0103	0,4	0,42	
	0,75	0,517	0,004	0,311	0,35	

3) Определим параметры корректирующего устройства для компенсации одной составляющей переходной ошибки, соответствующей однократному значению среднегеометрического корня характеристического уравнения.

В соответствии с формулой (1) СГК будет равен 5. Таким образом, компенсируемым корнем теперь будет корень со значением −5.

Числитель выражения (3) принимает вид

$(p+5)(p+p_1)=p^2+(5+p_1)p+5p_1.$

Используя метод неопределенных коэффициентов, определяем значения p_1=45,25; τ=0,18375 с.

Тогда

$$W_{ку1}(p)=\frac{0,18375p}{0,025p+1}=\frac{7,35p}{p+40}.$$

Выражение для ошибки системы в случае расчета параметров корректирующего устройства по значению СГК имеет вид

$\Delta\varphi(t)=0,642\exp(-6,25t)-0,151\exp(-40t)+0,509\exp(-4t).$

Ошибка представлена кривой *2* на рис. 2, *а*.

4) Определим параметры корректирующего устройства для компенсации двух составляющих переходной ошибки, соответствующих двукратному значению среднегеометрического корня характеристического уравнения.

В соответствии с формулой (2) оператор передаточной функции корректирующего устройства представляется как

$$W_{ку2}(p)=\frac{\tau_2p^2+\tau_1p}{d_2p^2+d_1p+1}.$$

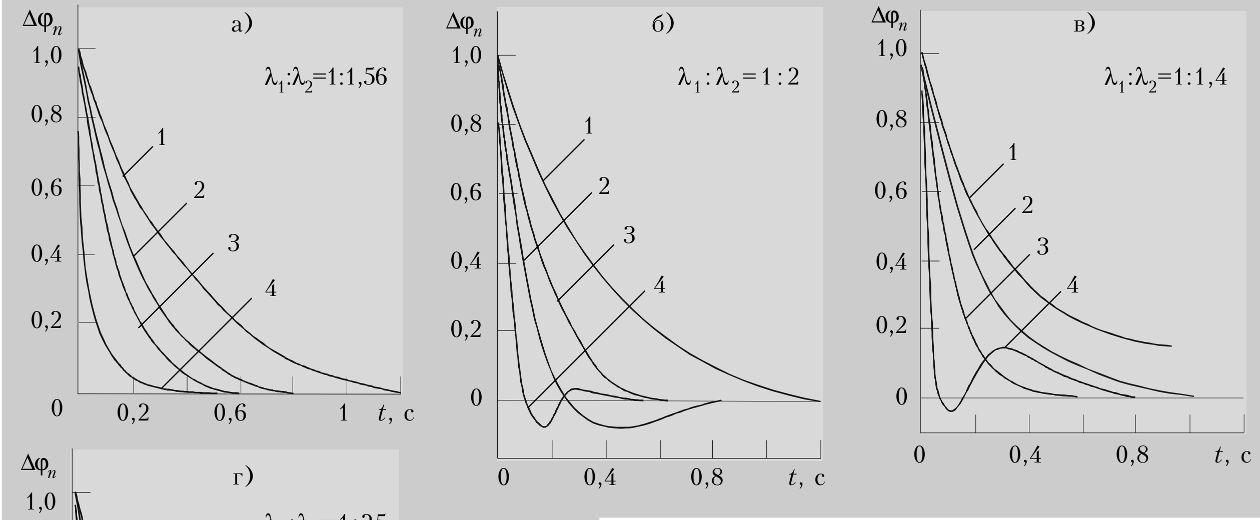
Параметры d_1 и d_2 выбираются из условия минимального влияния на быстродействие системы: d_1=0,045; d_2=0,0005.

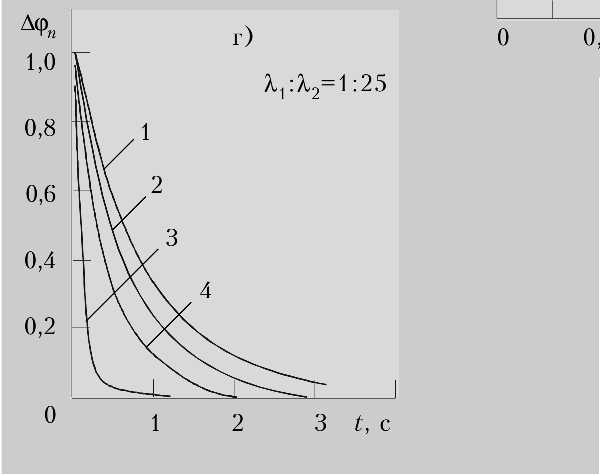
Оператор передаточной функции системы по ошибке с учетом оператора $W_{ку2}(p)$ имеет вид

$$W_{\Delta\varphi}(p)=\frac{1-W_{ку2}(p)W_э(p)}{1+W_р(p)}\frac{1}{p}= \qquad (5)$$

$$=\frac{p(p^3+100,2p^2+2900p+20000-50000\tau_2p-50000\tau_1)}{(p^2+10,25p+25)(p^2+90p+2000)}.$$

Рис. 2. Переходные процессы в системе ФАП с различным соотношением корней характеристического уравнения $\lambda_1:\lambda_2$
1 — в системе ФАП без ДС; *2* — с компенсацией одной составляющей $\Delta\varphi_n$ по СГК; *3* — с компенсацией слабозатухающих компонент при точных значениях корней; *4* — с компенсацией двух компонент по СГК





$$\Delta\varphi(p)=\frac{(p^3+100p^2+925p+225)p}{(p^2+10{,}25p^2+25)(p^2+90p+2000)p}\quad \text{или}$$

$$\Delta\varphi(t)=-0{,}0394e^{-6{,}25t}+0{,}0231e^{-4t}-4{,}025e^{-50t}+5{,}041e^{-40t}.$$

График изменения ошибки в этом случае представлен кривой *4* на рис. 2, *а*.

Аналогичные расчеты проведены для систем с соотношением корней 1:2, 1:4, 1:25.

Сравнительная оценка методов уменьшения переходной составляющей ошибки при номинальном значении ошибки $\Delta\varphi(t)=0{,}5$ и СГК равном 5 для всех рассмотренных систем ФАП приведена в **табл. 2**.

Таблица 2

Значение переходной составляющей ошибки для рассмотренных систем ФАП при $\Delta\varphi(t)=0{,}5$ и СГК=5

Вид $W_3(p)$	Значения корней	Соотношение между значениями корней	Переходная составляющая ошибки		
			Компенсация составляющих:		
			слабозатухающей	по СГК: одной	по СГК: двух
$\frac{25}{p^2+10{,}25p+25}$	–4; –6,25	1:1,56	0,18	0,21	0,03
$\frac{25}{p^2+10{,}57p+25}$	–3,57; –7	1:1,96	0,13	–0,03	0,05
$\frac{25}{p^2+12{,}5p+25}$	–2,5; –10	1:4	0,03	0,3	0,15
$\frac{25}{p^2+26p+25}$	–1; –25	1:25	0	0,45	0,38

Согласно методике [5] получены значения $\tau_1=0{,}355$; $\tau_2=0{,}0395$.

Передаточная функция корректирующего устройства:

$$W_{\text{ку2}}(p)=\frac{0{,}0395p^2+0{,}355p}{0{,}0005p^2+0{,}045p+1}=\frac{79p^2+710p}{p^2+90p+2000}.$$

Подставив полученные значения τ_1 и τ_2 в выражение (5), получаем изображение ошибки:

Таким образом, метод уменьшения переходной составляющей ошибки в системе ФАП с ДС, основанный на использовании значения СГК, позволяет упростить алгоритм синтеза оператора ДС. При оценке СГК не требуется знание значений начальных приближений к искомым корням характеристического уравнения и используется простая вычислительная схема его расчета по коэффициентам характеристического полинома [4]. Наиболее эффективно использование метода с применением значения СГК при соотношении между корнями менее чем 1:10.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Фомин А. Ф., Хорошавин А. И., Шелухин О. И. Аналоговые и цифровые синхронно-фазовые измерители и демодуляторы. — М. : Радио и связь, 1987.
2. Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К. Автоматические системы с дифференциальными связями. — К. : Техника, 1984.
3. Скляренко С. Н., Стеклов А. В., Уваров Р. В., Чмиль В. М. Системы фазовой синхронизации. — К. : Техника, 1994.
4. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. — М. : Наука, 1972.
5. Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К. Квазиоптимальные следящие системы. — К. : Вища школа, 1988.