

К. т. н. В. С. СИТНИКОВ, П. В. СТУПЕНЬ, И. В. БАДЁРКО

Украина, Одесский нац. политехнический университет
E-mail: sitnv@promel.ospu.odessa.ua

Дата поступления в редакцию
12.09 2001 г. — 20.02 2002 г.

Оппонент
д. т. н. В. П. БОЮН (ИК НАНУ, г. Киев)

ПОЛУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ИЗ ОПИСАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Рассмотрен процесс преобразования лестничной и мостовой структур цифрового фильтра на основании их представления в пространстве состояний.

Для улучшения характеристик цифровых фильтров (ЦФ) широко используется методика преобразования и анализа их в пространстве состояний (ПС) [1—5]. Описание в ПС позволяет с единых позиций рассматривать динамику системы. Цифровая система при этом описывается системой уравнений [1]

$$\begin{cases} x(n+1) = A \cdot x(n) + b \cdot u(n); \\ y(n) = c \cdot x(n) + d \cdot u(n), \end{cases} \quad (1)$$

где размеры матриц A , b , c и d равны соответственно $N \times N$, $N \times 1$, $1 \times N$, 1×1 , $x(n) = [x_1(n) \dots x_N(n)]^T$ представляет собой вектор состояний (N — порядок фильтра), $u(n)$ и $y(n)$ — соответственно входная и выходная последовательности. При этом передаточная функция (ПФ) системы определяется соотношением

$$H(z) = c(zI - A)^{-1}b + d.$$

Задавшись произвольной не сингулярной $N \times N$ -матрицей T , можно осуществить преобразование подобия, заменяя элементы множества $\{A, b, c\}$ следующим образом:

$$A_1 = T^{-1}AT; \quad b_1 = T^{-1}b; \quad c_1 = cT^{-1}.$$

Такое преобразование не приводит к изменению $H(z)$, поэтому, выбирая различные матрицы T , можно получить большое количество различных вариантов заданной ПФ. При этом такие характеристики системы как коэффициенты масштабирования во внутренних узлах, условия возникновения переполнения, шум округления могут изменяться от реализации к реализации.

В работе [6] описана методика поиска наилучшей структуры ЦФ по критерию минимума уровня выходного шума округления из числа наиболее используемых структур. Для описания этого критерия использовалась методика в ПС [1—5], по которой необходимо определить параметры описания ЦФ в ПС в соответствии с системой уравнений (1), т. е. элементов матриц A , b , c и d на основе исходной структуры ЦФ.

Автоматический переход от исходной структуры ЦФ к структуре, описанной в ПС, и определение эле-

ментов новых матриц системы был рассмотрен в работе [7]. Применение этого алгоритма и программы позволило сократить время подготовки и решения задачи улучшения качественных показателей проектируемых схем ЦФ при любой их сложности и размерности. При переходе от улучшенной в ПС структуры ЦФ к улучшенной структуре ЦФ возникает ряд проблем.

На основании разработанного в [8] общего алгоритма внесения изменений необходимо:

— в исходную структуру ЦФ внести дополнительные связи, соответствующие новым ненулевым коэффициентам матриц описания в ПС;

— изменить значения коэффициентов передач (в том числе и единичных), чтобы преобразованная и исходная структуры ЦФ удовлетворяли одной и той же ПФ.

Изменение коэффициентов передач и ввод дополнительных связей основан на сопоставлении и анализе исходной структуры ЦФ и преобразованной структуры в ПС, причем для определения значений передач необходимо решить систему нелинейных алгебраических уравнений. На этапе решения системы уравнений возникают двузначности и неопределенности, не позволяющие найти ее решение. Введение же дополнительных элементов структуры и изменение параметров коэффициентов, согласно общему алгоритму внесения изменений, позволяет устранить двузначности в системе уравнений [8].

Осуществим преобразования на примере лестничной структуры (рис. 1).

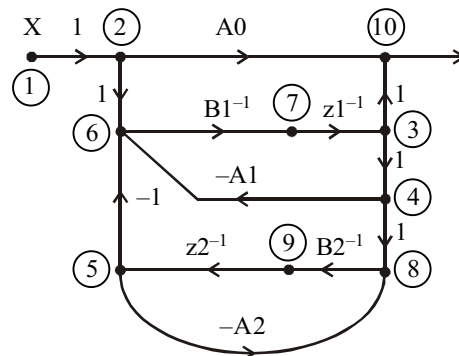


Рис. 1. Граф лестничной структуры ЦФ: X — входная последовательность ЦФ; z_1^{-1} , z_2^{-1} — первый и второй элементы задержки

Для данной структуры расчет коэффициентов передач осуществляется в соответствии со следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} a_0 = A_0; \\ a_1 = \frac{A_0 \cdot A_2 \cdot B_1 + B_2 + A_0 \cdot A_1 \cdot B_2}{B_2 \cdot B_1}; \\ a_2 = \frac{A_2 + A_0 + A_0 \cdot A_1 \cdot A_2}{B_2 \cdot B_1}; \\ b_1 = \frac{A_2 \cdot B_1 + A_1 \cdot B_2}{B_2 \cdot B_1}; \\ b_2 = \frac{1 + A_1 \cdot A_2}{B_2 \cdot B_1}, \end{cases}$$

где a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 — коэффициенты числителя и знаменателя ПФ второго порядка при степенях z^{-1} , соответствующих индексу коэффициента;
 z^{-1} — элемент задержки на один такт;
 A_0, A_1, A_2, B_1, B_2 — коэффициенты передач ветвей структуры ЦФ.

Система уравнений для построения структуры в ПС имеет вид

$$\begin{cases} a_{11} = -A_1 \cdot B_1^{-1}; \\ a_{12} = -B_1^{-1}; \\ a_{22} = -A_2 \cdot B_2^{-1}; \\ a_{21} = B_2^{-1}; \\ b_{11} = B_1^{-1}; \\ b_{21} = 0; \\ c_{11} = 1; \\ c_{12} = 0; \\ d = A_0, \end{cases}$$

где a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} и d соответствуют элементам матриц описания в ПС A, b, c и d , а индексы при них определяют их местоположение.

Для передаточной функции

$$H(z) = \frac{0,0745 + 0,12341 z^{-1} + 0,0745 z^{-2}}{1 - 1,1409 z^{-1} + 0,41323 z^{-2}}$$

(частота дискретизации 10 кГц) значения матриц в ПС соответственно равны

$$A = \begin{vmatrix} 1,3507 & -0,2084 \\ 3,3422 & -0,2098 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 0,2084 \\ 0 \end{vmatrix}; c = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

После применения матрицы преобразования вида

$$T = \begin{vmatrix} -0,3768 & -0,1198 \\ -1,5091 & 0,4797 \end{vmatrix}$$

получим матрицы, которые имеют вид

$$\begin{aligned} A_m &= \begin{vmatrix} 0,5705 & 0,5133 \\ -0,1711 & 0,5705 \end{vmatrix}; \\ B_m &= \begin{vmatrix} -0,2765 \\ -0,8700 \end{vmatrix}; \\ C_m &= \begin{vmatrix} -0,3768 & -0,1198 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Проанализировав полученные матрицы, можно заметить, что структура изменится, т. к. появились новые ветви: C_1 — со входа структуры на вход элемента задержки z_2 (коэффициент b_{21} не равен нулю), C_2 — с выхода элемента задержки z_2 на выход ЦФ (c_{12} не равен нулю) и не единичный коэффициент K (коэффициент c_{11} не равен 1). Для того чтобы система уравнений имела решение, добавлен коэффициент V , при этом новая преобразованная лестничная структура показана на рис. 2.

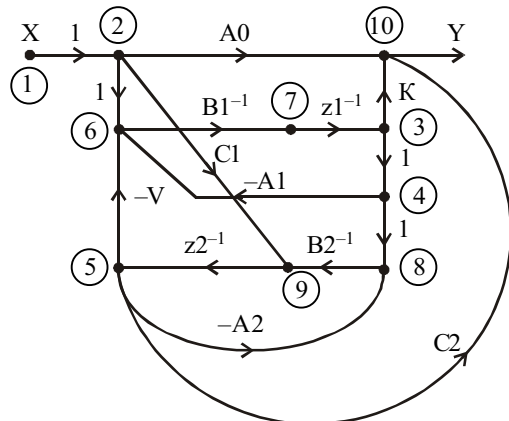


Рис. 2. Граф преобразованной лестничной структуры ЦФ: C_1, C_2, K, V — коэффициенты передач ветвей структуры; X, Y — соответственно входная и выходная последовательности ЦФ

Система нелинейных алгебраических уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} A_m(1,1) = -A_1 \cdot B_1^{-1}; \\ A_m(1,2) = -V/B_1; \\ A_m(2,2) = -A_2/B_2; \\ A_m(2,1) = 1/B_2; \\ B_m(1,1) = 1/B_1; \\ B_m(2,1) = C_1; \\ C_m(1,1) = K; \\ C_m(1,2) = C_2; \\ d = A_0, \end{cases}$$

где $A_m(i,j), B_m(i,j), C_m(i,j)$ — элементы преобразованных матриц в ПС.

Преобразование структуры ЦФ было рассмотрено также на примере более сложной структуры мостового типа. В результате преобразований были полу-

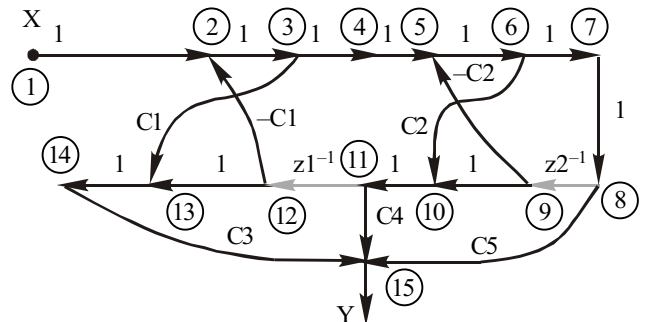


Рис. 3. Граф мостовой структуры ЦФ: C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 — коэффициенты передач ветвей мостовой структуры ЦФ

Значения дисперсии выходного шума округления структур ЦФ

Исходная структура	Структура, полученная в ПС	Структура, преобразованная в ПС	Преобразованная структура	Изменение дисперсии шума
Лестничная структура				
1000,011	14,664	4,126	458,040	Уменьшение в 2,207 раза
Мостовая структура				
446,950	4,493	4,126	771,969	Увеличение в 1,727 раза
			929,192	То же в 2,079 раза
			327720,0	То же в 733 раза

чены три варианта структур и соответствующих им систем уравнений. Лучшая структура мостового типа по критерию минимума уровня выходного шума округления представлена на рис. 3. Рассмотрим изменения уровня выходного шума округления при этих преобразованиях.

Спектральная плотность мощности выходного шума округления определялась по формуле [9, с. 351]

$$S(\omega) = \frac{Q^2}{12} \sum k_j |T_{in}|^2, \quad (2)$$

где Q — величина шага квантования;

k_j — число источников шума;

T_{in} — ПФ от i -го источника шума к выходу.

Однако удобно пользоваться нормированной спектральной плотностью шума, полученной из (2):

$$\bar{S}(\omega) = \frac{S(\omega)}{\left(\frac{Q^2}{12}\right)} = \sum k_j |T_{in}|^2.$$

Величина выходного шума оценивалась по величине его дисперсии

$$\sigma_0^2 = \|\bar{S}(\omega)\|.$$

Значение дисперсии выходного шума округления структур при проведенных преобразованиях показаны в таблице.

Увеличение выходного шума у мостовых структур связано с тем, что появились дополнительные места ввода источников шума. При сопоставлении значений дисперсии выходного шума лестничной и мостовой структур ЦФ в ПС видно, что величина дисперсии у мостовой структуры ЦФ меньше, чем у преобразованной лестничной структуры ЦФ. Это означает, что применение преобразования структуры на основе метода пространства состояний позволяет улучшить только некоторые структурные реализации, соответствующие заданной передаточной функции. При этом преобразованная структура не является самой лучшей среди структур, удовлетворяющих заданной передаточной функции. Параметры выходного шума для одной и той же структуры, но для разных передаточных функций, могут быть как ухудшены, так и улучшены, причем оценить параметры можно после преобразований с помощью моделирования исходной и преобразованной структур ЦФ.

В результате проведенных исследований, а также с учетом [6, 7], можно сделать следующие выводы.

При выборе структур цифрового фильтра следует по заданной передаточной функции выбрать лучшую

структуру из числа известных на основании требуемых критериев качества.

Использование методов улучшения характеристик структур в ПС приводит к тому, что во многих случаях приходится отказываться от исходной структуры ЦФ, т. к. преобразованная в ПС структура является единственно лучшей. К этой единственной структуре будут сводиться все структуры при применении методов [1—5]. На практике это не всегда удобно, т. к. необходимо улучшать характеристики уже существующей структуры ЦФ. Следует также отметить, что преобразованной структуре ЦФ в ПС соответствует большое количество структур. Проблема возникает в выборе наилучшей структуры при заданных критериях качества и ограничениях на коэффициенты и структуру.

Другим путем решения задачи улучшения характеристик структуры ЦФ при заданных ограничениях и допущениях является путь поиска новых методов описания и преобразования, позволяющих однозначно получать лучшие структуры.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Mullis C. T., Roberts R.A. Synthesis of minimum roundoff noise fixed-point digital filters // IEEE Trans. on Circuits and Syst.— 1976.— Vol. CAS-23, Sept.— P. 551—561.
2. Jackson L. B., Lingren A. G., Kim Y. Optimal synthesis of second-order state-space structures for digital filters // Ibid.— 1979.— Vol. CAS-26, Mar.— P. 149—153.
3. Barnes C. W. Computationally efficient second-order digital filter section with low roundoff noise gain // Ibid.— 1984.— Vol. CAS-31, Oct.— P. 841—847.
4. Bomar B.W. On the design of second-order state-space digital filters sections // Ibid.— 1989.— Vol. CAS-36, April.— P. 542—552.
5. Rao B.V.D. Floating point arithmetic and digital filters // IEEE Trans. Signal Processing.— 1992.— Vol. 40, Jan.— P. 85—95.
6. Малахов В. П., Ситников В. С., Ступень П. В., Ульяшин С. В. Выбор структуры цифрового фильтра по уровню выходного шума округления // Технология и конструирование в электронной аппаратуре.— 2001.— № 2.— С. 17—22.
7. Ситников В. С., Ступень П. В., Куцак И. Л. Автоматизация структурных преобразований схемы цифрового фильтра // Там же.— 2002.— № 1.— С. 28—31.
8. Ситников В. С., Ступень П. В., Надоленко В. В. Применение метода пространства состояний к преобразованию структур цифровых фильтров // Тр. Одес. политехнич. ун-та.— 2000.— Вып. 2.— С. 138—141.
9. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.