Д. т. н. Б. П. КРЕДЕНЦЕР, д. т. н. С. В. ЛЕНКОВ,
к. т. н. Р. А. САЛИМОВ, Д. А. ПЕРЕГУДОВ, С. А. ШОМИН

Украина, г. Киев, Национальный авиационный университет, НТУУ «КПИ»
E-mail: shomin@mail.ru

Дата поступления в редакцию
13.02 2002 г.
Оппонент *к. ф.-м. н. И. А. РАДЗИЕВСКИЙ*
(НТЦ ССЭТ "Элси", г. Киев)

ОПТИМИЗАЦИЯ УРОВНЯ БЕЗОТКАЗНОСТИ В СЛОЖНЫХ УСТРОЙСТВАХ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ

Рассматривается задача оптимизации показателя безотказности в сложных устройствах микроэлектроники с одновременным учетом модернизации элементов и их резервирования.

Под сложными устройствами микроэлектроники обычно понимают большие и сверхбольшие интегральные схемы, микросборки, светодиодные матрицы, солнечные батареи и другие изделия с большим количеством составляющих элементов. Известно, что в ряде случаев отказ (сбой в работе) отдельного элемента приводит к отказу всего устройства микроэлектроники, а тот, в свою очередь, — к отказу целого радиоэлектронного комплекса. Это означает, что часть из последовательно соединенных (в смысле надежности) элементов (подсистем) может (должна) содержать структурный невосстанавливаемый резерв.

К настоящему времени определились два направления оптимизации надежности таких устройств [1]:

— оптимальное распределение требуемой надежности между элементами с учетом возможности их модернизации;

— оптимальное резервирование.

В первом случае считаются известными зависимости «надежность — стоимость» элементов и структура устройства, и здесь основная задача заключается в получении оптимальной надежности каждого элемента при условии обеспечения требуемой надежности всего устройства и минимальных затратах. При этом определяется уровень необходимой модернизации (акцентирования качества) элементов при фиксированной структуре устройства. Во втором случае надежность и стоимость элементов принимаются неизменными, и определяется оптимальное их число в резервированных подсистемах, обеспечивающее требуемую надежность устройства при минимальных затратах.

Заметим, что если затраты на устройство ограничены, то указанные выше задачи оптимизации решаются из условия обеспечения максимальной надежности устройства при заданных ограничениях на затраты.

Более общей представляется задача, в которой оптимизация надежности устройства проводится с одновременным учетом модернизации элементов и их резервирования [2, 3]. При этом возникают вопросы: до какого уровня целесообразно повышать надежность элементов и начиная с какого уровня следует их резервировать, чтобы получить максимальное значение показателя надежности резервированной подсистемы. Рассмотрению данных вопросов и посвящена настоящая статья.

Сформулируем задачу. Пусть имеется резервированная подсистема, состоящая из одного основного и m–1 резервных идентичных элементов, и пусть резервные элементы находятся в нагруженном состоянии. Будем считать, что нам известна (или задана) зависимость $P_э(t)=f(C_э)$, где $P_э(t)$ — вероятность безотказной работы элемента, а $C_э$ – стоимость средств, выделяемых на его модернизацию (совершенствование технологического процесса его изготовления, диагностики и т. п.). Условимся в дальнейшем считать время t фиксированным и писать $P_э$ вместо $P_э(t)$ для упрощения записи аналитических соотношений.

На стоимость подсистемы $C_{рп}$ накладывается ограничение:

$$C_{рп}\le C_0, \quad (1)$$

где C_0 — граничное значение стоимости резервированной подсистемы.

Требуется определить такой уровень безотказности элементов и такое их количество, которые обеспечивали бы максимальное значение вероятности безотказной работы резервированной подсистемы при данном ограничении на ее стоимость.

С учетом указанных выше условий зависимость вероятности безотказной работы резервированной подсистемы $P_{рп}$ от стоимости элемента $C_э$ определяется соотношением

$$P_{рп}(C_э)=1-\left[1-f(C_э)\right]^{C_{рп}/C_э}, \quad (2)$$

где $f(C_э)$ — функция «вероятность безотказной работы — стоимость» элемента.

Учитывая ограничение (1), подставим в формулу (2) C_0 вместо $C_{рп}$ и получим:

$$P_{рп}(C_э)=1-\left[1-f(C_э)\right]^{C_0/C_э}. \quad (3)$$

Следует отметить, что зависимость $f(C_э)$ не является непрерывной функцией. Однако при реальной модернизации ее изменения практически настолько малы, что ими можно пренебречь, а зависимость аппроксимировать монотонной функцией, например, полиномом Лагранжа. Показатель степени $C_0/C_э$ в формуле (3) с изменением стоимости элемента $C_э$ принимает как целые, так и дробные значения, в то время как число резервных элементов может принимать только целые значения. Поэтому рассматривая зависимость (3) как непрерывную, мы допускаем некоторую погрешность.

Определим вначале зависимость $P_{рп}(C_э)$ с учетом модернизации и резервирования для случая дробного значения показателя степени $C_0/C_э$, а затем оценим погрешность для случая целочисленного резервирования.

Для нахождения оптимального значения стоимости элемента $C_э$* в случае *нецелочисленного* резервирования продифференцируем выражение (3) по стоимости элемента $C_э$:

$$\frac{dP(C_э)}{dC_э} = -\left\{\frac{C_0}{C_э}\left[1 - f(C_э)\right]^{C_0/C_э - 1} \cdot \left[-f'(C_э)\right] + \right.$$

$$\left. + \left[1 - f(C_э)\right]^{C_0/C_э} \ln\left[1 - f(C_э)\right]\left(-\frac{C_0}{C_э^2}\right)\right\}.$$

Приравнивая полученную производную нулю, после несложных преобразований при условии $C_э = C_э^*$ получаем:

$$C^* f'(C_э)\big|_{C_э = C_э^*} + [1 - f(C_э^*)]\ln[1 - f(C_э^*)] = 0. \qquad (4)$$

Из формулы (4) можно сделать важный вывод: оптимальная стоимость элемента $C_э$* при нецелочисленном резервировании зависит только от вида функции $f(C_э)$ и не зависит от ограничения C_0, накладываемого на стоимость $C_{рп}$ резервированной подсистемы.

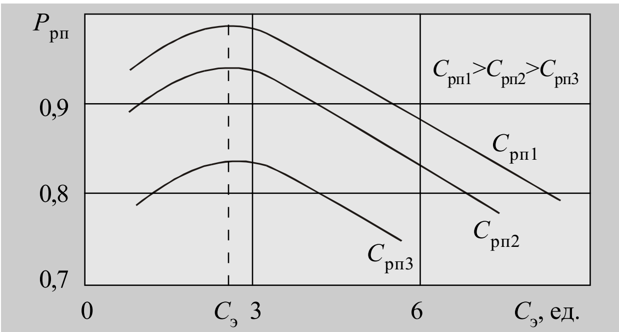

Рис. 1. Зависимость вероятности безотказной работы резервированной подсистемы $P_{рп}$ от стоимости элемента системы $C_э$ для разных значений стоимости подсистемы $C_{рп}$

На **рис. 1** приведены графики зависимости вероятности безотказной работы резервированной подсистемы $P_{рп}$ от стоимости элемента $C_э$ при трех различных значениях стоимости подсистемы ($C_{рп1} > C_{рп2} > C_{рп3}$). Из графиков видно, что оптимальная стоимость элемента $C_э$*, соответствующая максимальному значению вероятности $P_{рп}(C_э^*)$, остается постоянной и не зависит от стоимости резервированной подсистемы. Величина $C_э$* может быть определена из формулы (4).

Рассмотрим теперь случай *целочисленного* резервирования и оценим погрешность, возникающую при решении задачи оптимизации на основании соотношения (3). Отношение $C_0/C_э$ в этом случае принима-

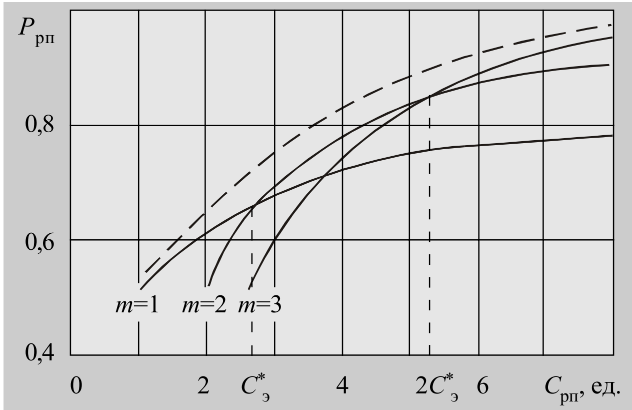

Рис. 2. Зависимость вероятности безотказной работы резервированной подсистемы $P_{рп}$ от стоимости подсистемы $C_{рп}$ для различного числа m резервных элементов в подсистеме

ет только целые значения. Поэтому значение стоимости элемента, определяемое из отношения $C_{рп}/m$, где m – число элементов в резервированной подсистеме, будет, как правило, отлично от значения $C_э$*. Это иллюстрируется графиками **рис. 2**, где приведены зависимости вероятности безотказной работы резервированной подсистемы $P_{рп}$ от стоимости $C_{рп}$ для различного числа элементов в подсистеме m. Из графиков видно, что кривые для m=1, m=2 и m=3 при значениях стоимости $C_{рп}$, кратных значениям $C_э$*, касаются пунктирной кривой, которая соответствует наибольшей вероятности $P_{рп}$ в случае нецелочисленного резервирования.

Определим значение стоимости одного элемента и число элементов, при которых обеспечивается максимальная вероятность безотказной работы подсистемы при целочисленном резервировании для C_0=const и конкретной функции $f(C_э)$.

Для этого исследуем поведение зависимости $P_{рп} = \varphi(C_{рп})$ в промежутках между точками $C_{рп} = mC_э^*$ и $C_{рп} = (m+1)C_э^*$.

Рассмотрим два равенства:

$$y^{(1)}(C_{рп}) = 1 - \left[1 - f(x^{(1)})\right]^m, \text{ где } x^{(1)} = C_{рп}/m; \qquad (5)$$

$$y^{(2)}(C_{рп}) = 1 - \left[1 - f(x^{(2)})\right]^{m+1}, \text{ где } x^{(2)} = C_{рп}/(m+1). \qquad (6)$$

Нетрудно видеть, что в точке $C_{рп} = mC_э^*$ $y^{(1)}(C_{рп}) > y^{(2)}(C_{рп})$, а в точке $C_{рп} = (m+1)C_э^*$ $y^{(1)}(C_{рп}) < y^{(2)}(C_{рп})$.

Обе величины — $y^{(1)}(C_{рп})$ и $y^{(2)}(C_{рп})$ — изменяются непрерывно и монотонно с изменением стоимости подсистемы $C_{рп}$, следовательно, на интервале $[mC_э^*, (m+1)C_э^*]$ существует точка, в которой $y^{(1)}(C_{рп}) = y^{(2)}(C_{рп})$. Значит, между точками $mC_э^*$ и $(m+1)C_э^*$ существуют такие значения стоимости подсистемы $C^{(m)}_{рп}$, при которых вероятность безотказной работы подсистемы из m элементов со стоимостью одного из них $C^{(m)}_{рп}/m$ равна вероятности безотказной работы подсистемы из $(m+1)$ элементов со стоимостью одного из них $C^{(m)}_{рп}/(m+1)$. Поэтому при стоимости подсистемы $C_{рп} \le C^{(m)}_{рп}$ целесообразно использовать m элементов, а при стоимости $C_{рп} > C^{(m)}_{рп}$ — группу из (m+1) элементов.

Это значение стоимости подсистемы $C^{(m)}_{рп}$ можно определить из равенства

$$\left[1 - f(C^{(m)}_{рп}/m)\right]^{m} - \left[1 - f(C^{(m)}_{рп}/[m+1])\right]^{m+1} = 0. \qquad (7)$$

Зависимость максимальной вероятности безотказной работы резервированной подсистемы от ее стоимости ($P^{\max}_{рп} = \varphi C_{рп}$) при целочисленном резервировании остается неубывающей, но она уже не обладает свойством монотонности (рис. 2). Ее первая производная по стоимости $\dfrac{dP_{рп}}{dC_{рп}}$ при выполнении условия $C_{рп} = C^{(m)}_{рп}$ для m=1, 2, 3, … терпит разрыв.

Пример.

Пусть зависимость $P_э = f(C_э)$ задана в виде приведенной ниже **таблицы**.

$C_э$	100	200	300	400	500	600	700	800
$P_э$	0,322	0,594	0,712	0,764	0,791	0,8	0,905	0,809

При этом стоимость резервированной подсистемы $C_{рп}$ не должна превышать C_0=700 ед. Требуется определить такой уровень показателя безотказности одного элемента $P_э$ и такое число m элементов в подсистеме, которые обеспечивают максимальное значение вероятности безотказной работы подсистемы.

Из равенства (7) определяем значение $C^{(m)}_{рп}$ для m=1, 2, 3, … до значения $C^{(m)}_{рп} \geq C_0$: $C^{(1)}_{рп}$=285 ед., $C^{(2)}_{рп}$=495 ед., $C^{(3)}_{рп}$=710 ед. Как видно, это значение равно 710 ед. и соответствует подсистеме из трех элементов.

Далее определяем из соотношения $C_э = C_0/m$ стоимость одного элемента из таблицы и соответствующее ей значение вероятности $P_э$ безотказной работы элемента. В результате получаем $C_э$=233 ед. и $P_э$=0,646.

Теперь нетрудно оценить вероятность безотказной работы подсистемы, содержащей два резервных элемента:

$P_{рп}$(700 ед.)=1–(1–0,646)^3=0,956.

Таким образом, при заданных исходных данных максимальная вероятность безотказной работы достигается при двукратном резервировании, при этом $P_э$=0,646, и $P_{рп}(C_0)$=0,956. Заметим, что при другой кратности резервирования (например, при однократном резервировании более надежным элементом) вероятность безотказной работы подсистемы будет меньше и составит $P_{рп}$= =0,931.

В заключение отметим, что рассмотренная выше задача может являться одним из этапов решения более сложной задачи, заключающейся в определении:

1) необходимых средств для повышения выбранного показателя надежности системы до заданного уровня и оптимального распределения их между подсистемами;

2) оптимального для каждой подсистемы значения показателя надежности отдельных элементов и оптимальной кратности резервирования, которые обеспечивают максимальное значение показателя надежности при затрате определенных средств.

Следует отметить, что решение поставленной задачи распространяется не только на изделия микроэлектроники, а на любые сложные высоконадежные технические средства с преобладанием ресурсных структур.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Барзилович Е. Ю., Беляев Ю. К., Каштанов В. Н. и др. Вопросы математической теории надежности.– М.: Радио и связь, 1983.

2. Неледва В. А., Шишонок Н. А. Оптимизация надежности элементов сложных систем с учетом экономических факторов // В кн.: Основные вопросы надежности элементов. – М.: Сов. радио, 1971.— С. 298—327.

3. Креденцер Б. П. Оптимизация избыточности в сложных технических системах // В кн.: Основные вопросы теории и практики надежности. – Минск: Наука и техника, 1982.— С. 67—74.