

В. С. ЕРЕМЕНКО, С. И. ЕРЕМЕНКО

Украина, г. Киев, НИИ аналитического приборостроения
E-mail: analyt@ukranalyt.com

Дата поступления в редакцию
28.11 2002 г.

Оппоненты д. ф.-м. н. В. В. НОВИКОВ
(ОНПУ, г. Одесса)

ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ КОНТРОЛЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ НИЗКОСКОРОСТНОГО УДАРА

Предложено использовать в качестве диагностических признаков коэффициенты разложений импульсов соударения в ортогональных базисах.

Современная технология изготовления композиционных материалов открывает широкие возможности в создании различных функциональных изделий. В этих условиях первостепенное значение приобретает диагностический неразрушающий контроль качества композиционных материалов и изделий из них. (К таким изделиям, в частности, относятся различного рода фильтрующие элементы газоаналитических приборов, качество которых во многом определяет стабильность и точность аналитических систем.)

При диагностике методом низкоскоростного удара наиболее широкое применение получили изменения и анализ амплитудно-временных характеристик импульсов силы ударного взаимодействия. В работах [1, 2] приведены экспериментальные данные, показывающие зависимость амплитуды, длительности и скорости нарастания импульса силы от величины и глубины залегания дефектов. Амплитудно-временные параметры находились из условия аппроксимации импульса силы соударения симметричным импульсом вида

$$F(t) = F_m \sin^2 \left(\frac{\pi t}{\tau} \right), \quad (1)$$

где F_m — амплитуда импульса силы;
 τ — длительность импульса.

Однако на практике такая аппроксимация ведет к существенным погрешностям, вызванным изменением формы импульса силы, которое обусловлено наличием дефектов определенного вида и размера.

Для определения информативных параметров, которые учитывают не только амплитудно-временные характеристики импульсов, но и изменения их формы, используются спектральные разложения по тригонометрическим функциям Фурье. Сами по себе спектры сигналов не несут новой информации по сравнению с исходными сигналами, но дают возможность выделить новые информативные признаки, которые могут упростить задачу идентификации дефектов в изделии. Однако для импульсных сигналов данного типа разложение по базисным тригонометрическим

функциям оказалось малоэффективным — гармоники имеют низкую чувствительность к изменениям формы импульсов, а кроме того, наиболее чувствительные спектральные составляющие являются слабощными, что затрудняет их применение в качестве информативных признаков.

Еще менее эффективным оказалось разложение этих сигналов по функциям Уолша, Радемахера, Хара. Поэтому возникла задача подобрать такие базисные функции, разложение по которым обеспечивало бы минимальное количество спектральных составляющих, которые при этом обладали бы максимальной чувствительностью к дефектности изделия и максимальной энергией, т. е. обладали бы максимальной помехоустойчивостью и точностью аппроксимации исходного импульса. Этой задаче и посвящена настоящая работа.

В качестве базисных функций исследовались ортонормированные функции дискретного аргумента — Чебышева, Лагерра, Кравчука [3, 4].

В общем случае задачу разложения импульсов силы можно сформулировать следующим образом: пусть сигнал, соответствующий импульсу силы ударного взаимодействия, описывается функцией дискретного аргумента $f(x)$, принадлежащей пространству L_2 гильбертовых функций дискретного аргумента. Необходимо в заданном базисе ортогональных функций $\{\hat{\phi}_k(x), k \in [0, \infty)\}$ построить ортогональное разложение

$$f(x) = \sum_{k=0}^{k-1} a_k \phi_k(x), \quad (2)$$

где a_k — коэффициенты разложения, образующие его спектр.

Коэффициенты ортогонального ряда определяются как

$$a_k = \sum_k f(x) \cdot \phi_k(x), k \in [0, n]. \quad (3)$$

Для нахождения коэффициентов разложения сигнала по ортогональным базисным функциям можно использовать матрицы [5, с. 40, 118, 196], что позволяет значительно упростить вычисления. Конечная система ортогональных функций $\{\phi_n(x), x, n \in [0, N-1]\}$ изображается в виде квадратной матрицы

$$p = \begin{pmatrix} \varphi_0(0), \varphi_1(0), \dots, \varphi_{N-1}(0) \\ \varphi_0(1), \varphi_1(1), \dots, \varphi_{N-1}(1) \\ \dots \\ \varphi_0(N-1), \varphi_1(N-1), \dots, \varphi_{N-1}(N-1) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\varphi_k(n)$ — значение k -й по порядку ортогональной функции разложения в n -й точке.

Значения норм каждой ортогональной функции определяются согласно выражению

$$p^T p = \begin{pmatrix} \|\varphi_0\|^2, 0, \dots, 0 \\ 0, \|\varphi_1\|^2, \dots, 0 \\ \dots \\ 0, 0, \dots, \|\varphi_{N-1}\|^2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где p^T — транспонированная матрица;

$\|\varphi_n\|$ — норма.

Данная формула позволяет проверить ортогональность выбранной системы базисных функций: если элементы, расположенные не на главной диагонали полученной матрицы, отличны от 0, то система базисных функций не будет являться ортогональной.

Рассчитывается ортонормированная матрица

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} \frac{\varphi_0(0)}{\|\varphi_0\|}, \frac{\varphi_1(0)}{\|\varphi_0\|}, \dots, \frac{\varphi_{N-1}(0)}{\|\varphi_0\|} \\ \frac{\varphi_0(1)}{\|\varphi_1\|}, \frac{\varphi_1(1)}{\|\varphi_1\|}, \dots, \frac{\varphi_{N-1}(1)}{\|\varphi_1\|} \\ \dots \\ \frac{\varphi_0(N-1)}{\|\varphi_{N-1}\|}, \frac{\varphi_1(N-1)}{\|\varphi_{N-1}\|}, \dots, \frac{\varphi_{N-1}(N-1)}{\|\varphi_{N-1}\|} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

произведение которой на матрицу-столбец значений исходной функции дискретного аргумента дает матрицу-столбец коэффициентов разложения данной функции по выбранной системе базисных ортогональных функций:

$$\hat{p} \cdot \begin{pmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ \dots \\ f(x_{N-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Рассмотрим построение систем ортогональных базисных функций Чебышева, Кравчука, Лагерра. Они определялись на основе соответствующих ортонормированных полиномов, для вычисления которых использовались рекуррентные соотношения.

Ортогональные функции Чебышева на конечном интервале $[0, N-1]$ совпадают с ортонормированными полиномами Чебышева дискретного аргумента:

$$\left\{ \varphi_n(x) = \frac{t_n(x)}{\|t_n\|} \cdot U(x, 0, N-1), \quad x = (-\infty, \infty), \quad n = 0, N-1 \right\}, \quad (8)$$

где $t_n(x) = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} \binom{n+k}{n} \frac{(N-1)^{[n]}}{(N-1)^{[k]}} x^{[k]}$ — полиномы Чебышева;

$$U(x, a, b) = U(x-a)U(x-b) = \begin{cases} 1, & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a, x > b \end{cases} \quad \text{— весовая функция Хевисайда:}$$

$$x^{[k]} = \prod_{m=1}^k (x-m+1).$$

Коэффициенты ортогонального разложения определялись из следующего уравнения:

$$a_n = \frac{2n+1}{N(N^2-1) \dots (N^2-n^2)} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) t_n(x), \quad n \in [0, N-1]. \quad (9)$$

Траектории, на которых лежат значения первых четырех функций Чебышева дискретного аргумента, приведены на рис. 1 (n — порядковый номер функции).

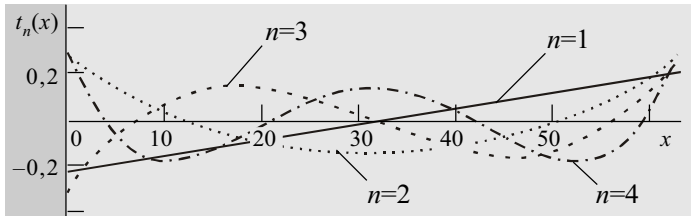


Рис. 1

Ортогональные функции Лагерра дискретного аргумента имеют вид

$$\varphi_n^l(x) = (-1)^n \sqrt{\mu(x)} l_n(x) U(x), \quad x \in (-\infty; \infty), \quad n \in [0; \infty), \quad (10)$$

где $U(x)$ — индикаторная функция;

$\hat{l}_n(x) = [e^{\lambda n} (1 - e^{-\lambda})]^{1/2} l_n(x)$ — ортонормированный полином Лагерра;

$\mu(x) = e^{-\lambda x}$, $\lambda > 0$, $x \in [0; \infty)$ — весовая функция для полиномов Лагерра.

Полином Лагерра определяется следующим образом:

$$l_n(x) = \frac{a^n}{(a+1)^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k \cdot x^{[k]}}{a^k \cdot k!}, \quad x, n \in [0; \infty), \quad (11)$$

где $a = (e^{-\lambda} - 1)^{-1}$;

λ — параметр.

Значение параметра λ выбрано равным $\ln(1,472)$ на основании критерия минимальной среднеквадратической ошибки аппроксимации импульсов ударного воздействия функциями Лагерра.

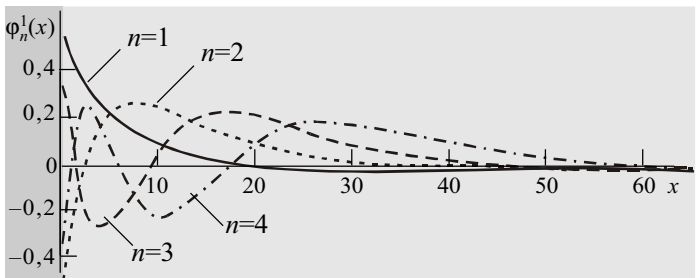


Рис. 2

Траектории, на которых лежат значения функций Лагерра дискретного аргумента, приведены на **рис. 2**.

Ортогональная система функций Кравчука получается из полиномов Кравчука следующим преобразованием:

$$\varphi_n^k(x) = \sqrt{\mu(x)} \frac{k_n(x)}{\|k_n\|} \cdot U(x, 0, N), \quad n \in [0, N], x \in (-\infty, \infty), \quad (12)$$

где $\mu(x)$ — весовая функция —

$$\mu(x) = \binom{N}{x} p^x q^{N-x}, \quad x \in [0, N], p > 0, q > 0, p+q=1; \quad (13)$$

$k_n(x)$ — полином Кравчука —

$$k_n(x) = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} p^{n-k} (N-k)^{[n-k]} x^{[k]}, \quad n \in [0, N]. \quad (14)$$

Траектории, на которых лежат значения первых четырех функций Кравчука дискретного аргумента для $p=q=0,5$, приведены на **рис. 3**.

Необходимо отметить, что при изменении значений коэффициентов p и q при условии выполнения равенства $p+q=1$ графики функций смещаются по оси абсцисс.

Для построения разложений импульсов силы ударного воздействия были использованы реализации, полученные на эталонных образцах, из-

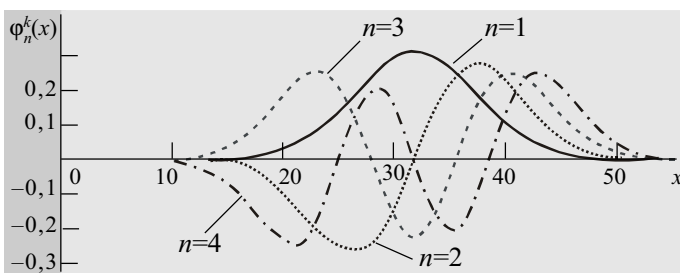


Рис. 3

готовленных из сотовых панелей “углепластик — алюминевый сотовый наполнитель — углепластик”, в которых моделировались подповерхностные дефекты в виде зон диаметром 10, 20 и 30 мм, в которых отсутствовало клеевое соединение между пластиком и сотовым наполнителем. Кроме того, в этих зонах верхняя граница наполнителя не доходила до нижней поверхности пластика, таким образом, формировалась зона, податливость которой определялась только механическими параметрами углепластика. Глубина залегания дефектов соответствует толщине углепластика — 3 мм. Удары наносились по центру дефектных областей. На бездефектных образцах удары наносились по центру самого образца.

По реализациям вычислялись оценки коэффициентов разложения по ортогональным функциям Чебышева, Кравчука, Лагерра. Для сравнения получен-

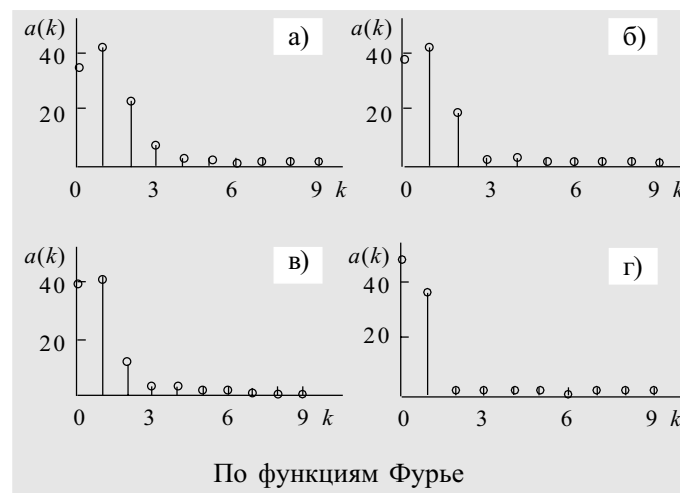
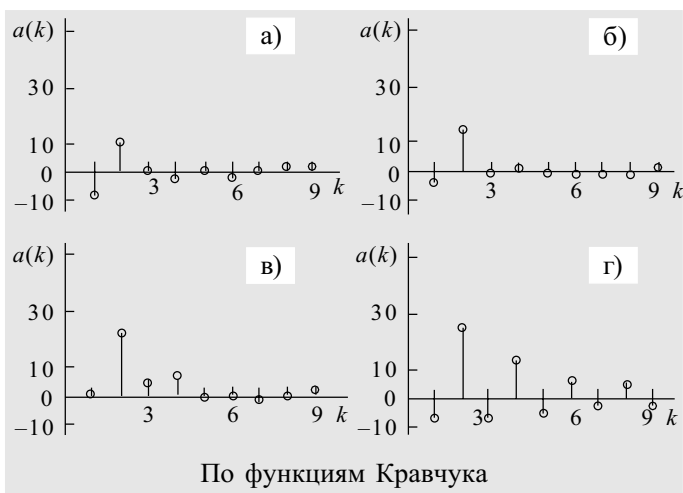
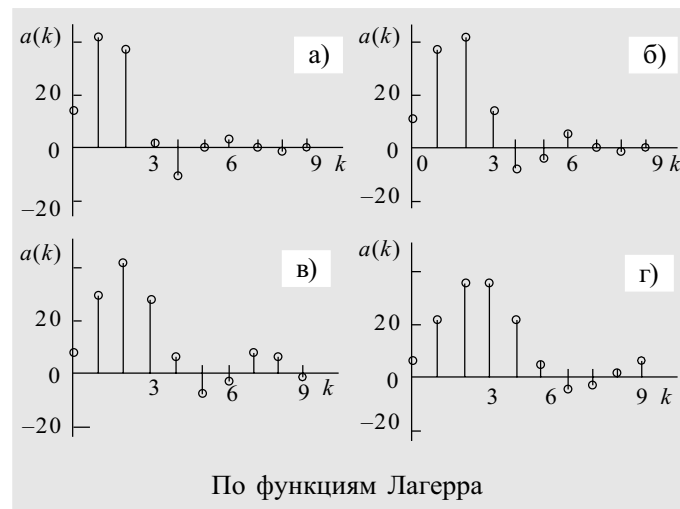
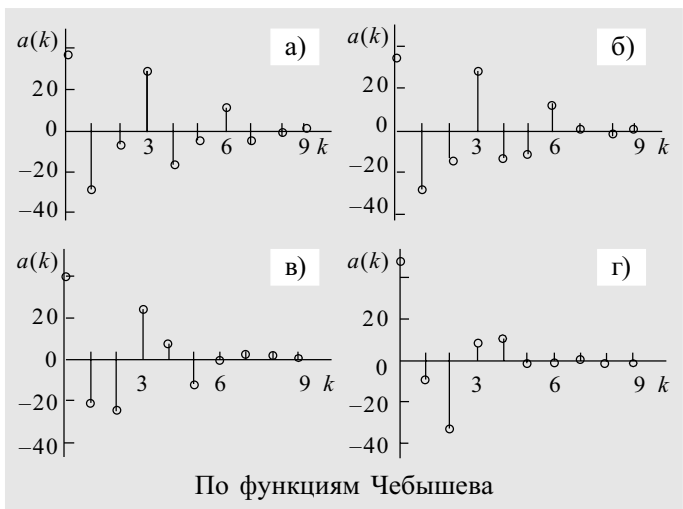


Рис. 4. Спектры разложения импульсов силы

ных результатов также определялись оценки спектрального разложения по тригонометрическим функциям Фурье.

На основании неравенства Бесселя [6, с. 118]

$$\sum_k a_k^2 \leq \sum_{x \in X} f^2(x) \quad (15)$$

произведен расчет количества спектральных составляющих для разложений по каждой ортогональной функции дискретного аргумента, обеспечивающего 99%-ную точность аппроксимации импульса ударного воздействия. Для разложения по функциям Чебышева необходимо учитывать 7 коэффициентов, по функциям Лагерра – 5, Кравчука – 3, тригонометрическим функциям Фурье – 4.

На рис. 4 приведены спектры разложений ударных импульсов в бездефектной зоне (а) и в зонах с моделями дефектов диаметром 10 мм (б), 20 мм (в), 30 мм (г) по ортогональным функциям дискретного аргумента.

Для сравнения изменений величины спектральных составляющих разложений импульсов ударных воздействий в области с минимальным недопустимым дефектом с импульсами в бездефектной (эталонной) области введем понятие относительной чувствительности информативного параметра:

$$S_{ai} = \frac{|a_{bi} - a_{gi}|}{|a_{bi}|}, \quad i \in [0, k], \quad (16)$$

где a_{bi} — значение i -го параметра в бездефектной зоне;
 a_{gi} — значение i -го параметра в дефектной зоне;
 k — общее количество параметров.

Рассчитанные значения чувствительности коэффициентов разложения к минимальному недопустимому дефекту диаметром 10 мм приведены в таблице.

Тип базисной функции	Номер коэффициента разложения					
	0	1	2	3	4	5
Чебышева	0,06	0,09	1,05	0,03	0,46	1,93
Лагерра	0,18	0,13	0,10	6,30	0,11	28,05
Кравчука	0	0,42	0,33	1,87	1,20	5,67
Фурье	0,06	0,01	0,16	0,66	0,20	0,44

Из приведенных данных видно, что наибольшей чувствительностью к наличию дефекта в изделии обладают третий и пятый коэффициенты разложения по функциям Лагерра, второй и пятый коэффициенты разложения по функциям Кравчука и второй и пятый – по функциям Чебышева. Коэффициенты разложения по тригонометрическим функциям Фурье имеют самую низкую чувствительность к дефектности изделия.

При диагностике изделия решающее правило строится таким образом, чтобы разбить пространство диагностических признаков на непересекающиеся подмножества, в каждое из которых входят значения информативных параметров только одного из рассматриваемых классов, соответствующих годному или дефектному изделию. Следовательно, наиболее эффективными, с точки зрения разделения этих подмножеств, будут те признаки, которые обеспечивают максимальное расстояние между ними. Поэтому полученные спектральные разложения оценивались и по данному критерию. В качестве меры расстояния между подмножествами информативных параметров была использована метрика [7, с. 90]

$$\rho(a_1, a_2) = \sqrt{\sum_{k=0}^{n-1} (a_{1k} - a_{2k})^2}, \quad (17)$$

где a_1 — множество признаков, соответствующих бездефектному изделию;

a_2 — множество признаков, соответствующих изделию с минимальным недопустимым дефектом;

n — количество рассматриваемых признаков.

Рассчитанные значения метрик между множествами коэффициентов разложения для бездефектного изделия и имеющего минимальный недопустимый дефект показали, что наиболее эффективным является базис функций Лагерра, имеющий максимальное значение метрики равное 13,7, значения метрик для базисов функций Чебышева и Кравчука соответственно равны 13,6 и 6,1. Разделение с использованием гармоник спектра Фурье имеет значение метрики равное 5.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о целесообразности применения ортогональных разложений по базисным функциям дискретного аргумента Чебышева, Кравчука, Лагерра для построения множества информативных признаков при диагностике композиционных материалов (в т. ч. для изделий аналитической техники) методом низкоскоростного удара.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Cawley P. The mechanics of the coin-tap method of non-destructive testing // Journal of Sound and Vibration.— 1988.— Vol. 122.— P. 299—316.
2. Ланге Ю. В., Устинов Е. Г. Акустические импульсы ударного возбуждения, их аналитическое представление и спектры // Дефектоскопия.— 1982.— № 10.— С. 81—87.
3. Марченко В. Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложения в геофизике.— К.: Наукова думка, 1992.
4. Джексон Д. Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы.— М.: Иностранная литература, 1948.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц.— М.: Наука, 1969.
6. Трахтман А. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов.— М.: Сов. радио, 1972.
7. Трахтман А. М., Трахтман В. А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах.— М.: Сов. радио, 1975.