

PACS: 81.40.Lm, 81.40.Pq

В.З. Спусканюк, А.Н. Гангало, А.А. Давиденко

## ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ РАВНОКАНАЛЬНОГО УГЛОВОГО ПРЕССОВАНИЯ НА СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ ЗАГОТОВОВОК

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

*Методом конечных элементов (МКЭ) исследованы особенности распределения скорости деформации при равноканальном угловом прессовании (РКУП) заготовок с образованием застойной зоны. Получена оценка степени влияния таких факторов, как упрочнение, трение и геометрия матрицы на уровень и распределение скорости деформации в зоне пластической деформации (ЗПД). Установлены критические значения фактора трения, при которых скорости деформации повышаются до предельного уровня. При увеличении фактора трения максимальные значения скоростей деформации повышаются и достигают предельных значений в случае деформации идеально пластичного (ИП) материала при заполнении зазора между заготовкой и инструментом у внешнего угла канала, а при деформации упрочненного материала – накануне заполнения. Предложено выражение для оценки средней скорости деформации заготовки из ИП-материала при развитой ЗПД.*

**Ключевые слова:** равноканальное угловое прессование, зона пластической деформации, скорость деформации

Равноканальное угловое прессование является одним из наиболее перспективных методов интенсивной пластической деформации и может использоваться для производства массивных заготовок с субмикрокристаллической структурой [1]. При РКУП заготовка продавливается через матрицу, которая содержит два канала, имеющие одинаковую площадь поперечного сечения и пересекающиеся под углом  $\phi$  (рис. 1). Поскольку поперечное сечение заготовки после прессования остается неизменным, процесс может повторяться.

Для повышения эффективности преобразования структуры обрабатываемых заготовок необходимо обеспечить наиболее рациональные условия и режимы деформирования. В связи с этим до настоящего времени остается актуальным исследование механики процесса РКУП. В большинстве случаев в известных публикациях основное внимание уделено изучению влияния свойств материала и факторов процесса на достижимые деформации, напряженное состояние заготовки, температуру [2–7]. И только в некоторых работах исследовалось влияние параметров процесса на скорость деформации. Так, в [4] получена оценка

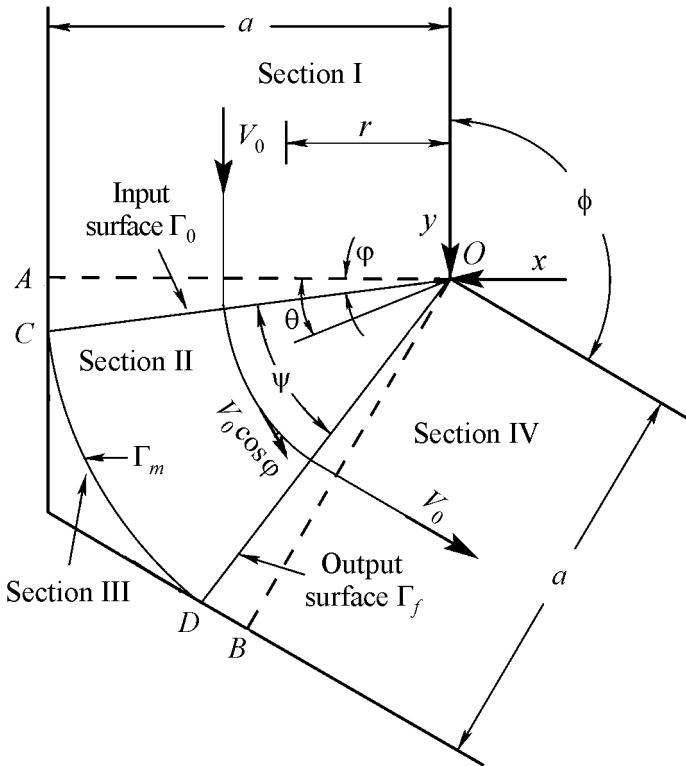


Рис. 1. Деформационная модель

скорости деформации для частного случая, когда зона деформации представляет собой узкую полосу. В [8,9] исследовался процесс РКУП в матрице с внешним углом закругления. До настоящего времени недостаточное внимание было уделено распределению скорости деформации при наиболее распространенном случае – РКУП с образованием застойной зоны.

Цель данной работы – определение влияния параметров процесса на скорость деформации заготовки при РКУП с образованием застойной зоны. Актуальность вопроса обусловлена тем, что скорость деформации влияет на технологическую пластичность заготовок и должна контролироваться при обработке многих материалов.

### Теоретическая оценка средней скорости деформации заготовки

Для расчета средней скорости деформации заготовки используем простую деформационную модель (рис. 1) [10], в которой матрица разделена на четыре участка:

I – материал в жестком состоянии движется со скоростью  $V_0$ ;

II – ЗПД (характеризуется углом  $\psi$ ), материал подвергается непрерывной пластической деформации и предполагается, что он движется по концентрическим линиям с постоянным радиусом с центром в точке  $O$ ;

III – застойная зона, материал неподвижен;

IV – материал движется без какой-либо дополнительной деформации.

Участок II отделен от участка I входной поверхностью деформационной зоны  $\Gamma_0$ , от участка III – поверхностью деформационной зоны  $\Gamma_m$ , а от участка IV – поверхностью выходной деформационной зоны  $\Gamma_f$ .

стка IV – выходной поверхностью деформационной зоны  $\Gamma_f$ . Напряжение трения материала заготовки по поверхности инструмента выражается в виде  $\tau_f = m\tau$ , где  $m$  – фактор трения,  $\tau$  – напряжение сдвига. Поскольку зона деформации имеет веерообразную форму, то среднюю скорость деформации  $\dot{\varepsilon}$  определим для представительного объема материала, протекающего на удалении от внутренней стенки канала на некотором расстоянии  $r$ :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{t}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – деформация, которой подвергается материал при прохождении зоны деформации;  $t$  – время, за которое материал проходит зону деформации:

$$t = \frac{S}{V}, \quad (2)$$

где  $S = \frac{L\psi}{\cos\phi}$  – путь, который проходит материал в ЗПД;  $V$  – скорость движения материала в ЗПД,  $V = V_0 \cos\phi$ , а  $\phi = 0.5(\pi - \phi - \psi)$  [10].

Подставляя (2) в (1), получаем значение средней скорости деформации на расстоянии  $r$  от внутренней стенки канала:

$$\dot{\varepsilon}_a = \frac{\varepsilon V_0 \cos^2 \phi}{r\psi}. \quad (3)$$

Интенсивность деформации рассчитывается по формуле [2]:

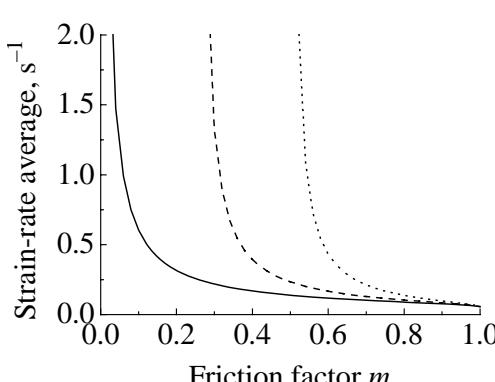
$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \operatorname{ctg}\left(\frac{\phi + \psi}{2}\right) + \psi \right]. \quad (4)$$

В работе [2] условие образования застойной зоны определено как

$$m > -\cos\phi. \quad (5)$$

При этом условии угол деформационной зоны

$$\psi = \pi - \phi - \arccos m. \quad (6)$$



**Рис. 2.** Зависимости средней скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_a$  от фактора трения  $m$  и угла матрицы  $\phi$ , deg: — — 90, - - - 105, --- 120;  $L = 0.5a$

Используя выражения (3)–(6), построим графики зависимости средней скорости деформации от фактора трения при  $V_0 = 1$  mm/s,  $r = 10$  mm и  $a = 2r$  (рис. 2). Полученные кривые не отображают детальной картины распределения скорости в очаге деформации. Для решения этой задачи используем МКЭ.

### Условия компьютерного моделирования процесса

С использованием программного обеспечения DEFORM-2D моделировали процесс РКУП при допущении плоского деформированного состояния. Варьировали три фактора: отсутствие либо наличие упрочнения материала, угол пересечения каналов  $\phi$  и фактор трения  $m$ .

Первый материал принят идеально пластичным с напряжением течения  $\sigma = 78 \text{ MPa}$ , второй – упрочняемый материал, кривая упрочнения которого описывается выражением  $\sigma = 32 + 218\epsilon^{0.25}$ . Упругие свойства обоих материалов следующие: модуль упругости  $E = 69 \text{ GPa}$ , коэффициент Пуассона  $\mu = 0.33$ . Заготовки имели длину 120 mm и ширину 20 mm. Углы пересечения каналов приняты равными  $\phi = 90, 105$  и  $120^\circ$ . Фактор трения изменялся от  $m = 0$  до  $m = 0.7$  с шагом 0.1. Оснастка принята жесткой с шириной канала такой же, как у заготовок. Пуансон имел такую же ширину, как у заготовки, и двигался со скоростью 1 mm/s. Процесс считали изотермическим.

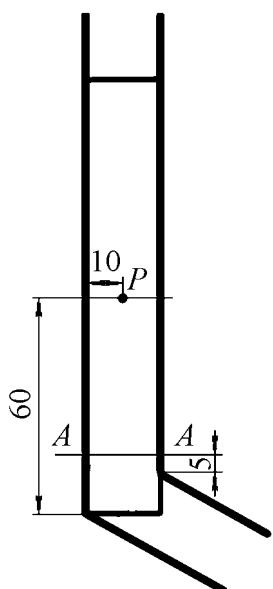
Для исследования истории скорости деформации в ЗПД использовали метод слежения за точкой. На рис. 3 приведено начальное положение точки. Результаты регистрировали после того, как точка пересекала линию  $AA$ , и до тех пор, пока величина скорости деформации не уменьшалась до  $\dot{\epsilon} = 0.005 \text{ s}^{-1}$ .

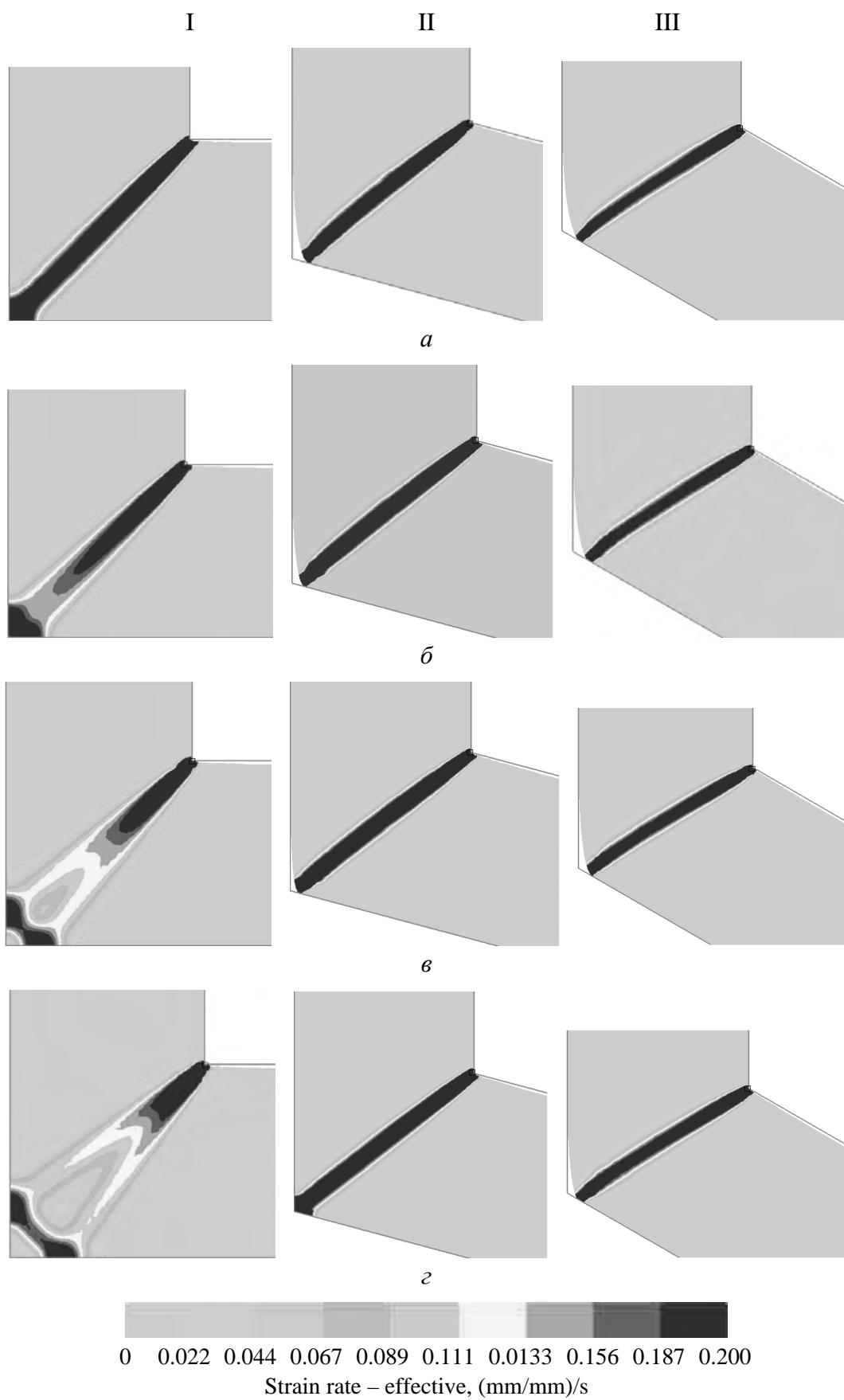
**Рис. 3.** Начальное положение точки для записи истории скорости деформации

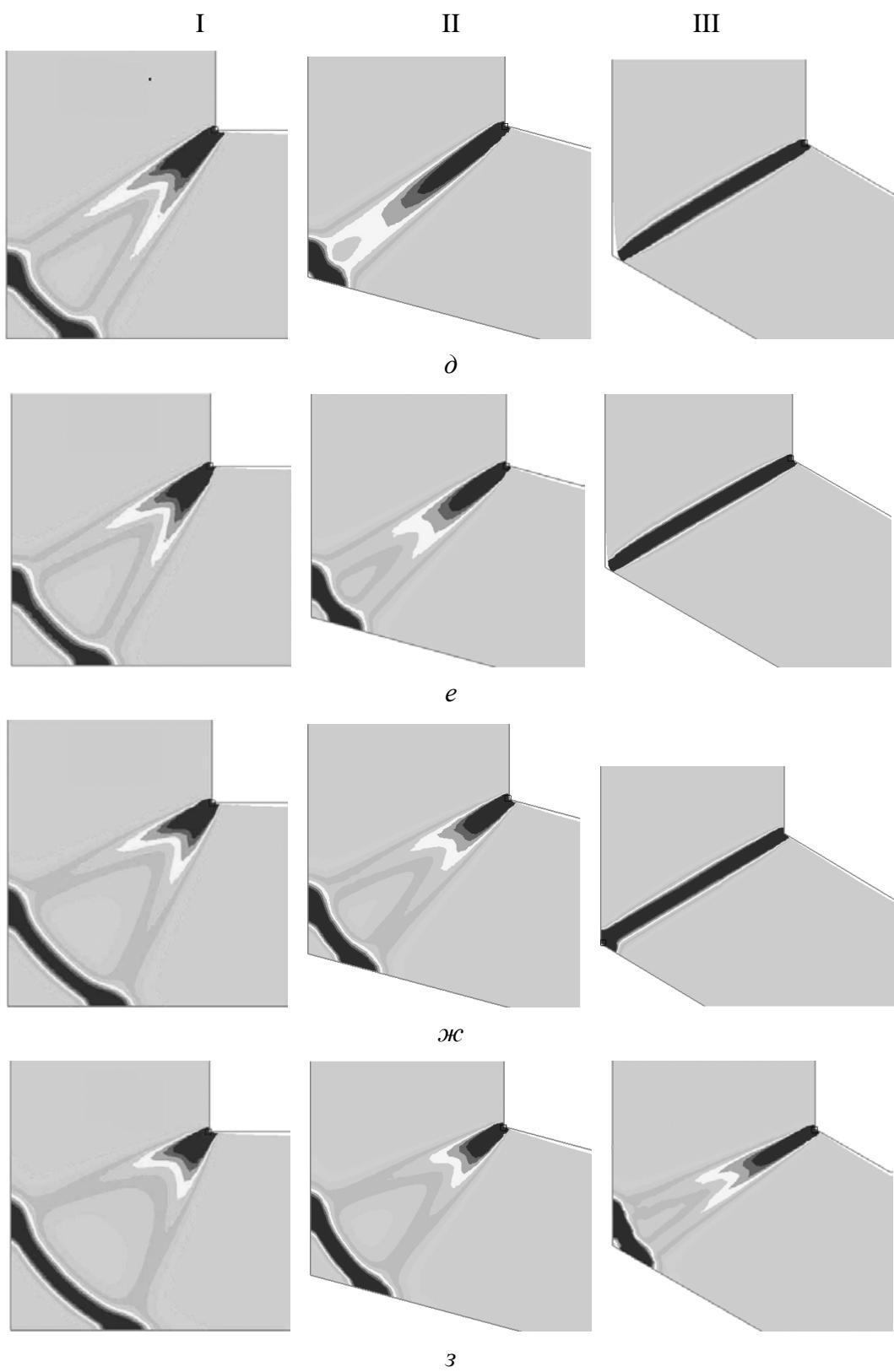
### Анализ результатов компьютерного моделирования процесса. Идеально пластичный материал

На рис. 4 показано изменение характера распределения скорости деформации в зависимости от фактора трения для матрицы с различными углами пересечения каналов. Это распределение характеризует зону пластической деформации. В случае  $\phi = 90^\circ$  при  $m = 0$  (рис. 4,I,a) ЗПД имеет форму узкой полосы, причем ее ширина составляет примерно 0.2 от ширины канала. При увеличении фактора трения площадь ЗПД постепенно растет. При этом все более отчетливыми становятся участок входной поверхности  $\Gamma_0$  в виде ленты, сама ЗПД, характеризуемая поверхностью  $\Gamma_m$ , и лента на выходной поверхности  $\Gamma_f$ .

Для матрицы с углами пересечения каналов  $\phi = 105^\circ$  (рис. 4,II,a) и  $\phi = 120^\circ$  (рис. 4,III,a) при  $m = 0$  образуется зазор между материалом и внешним углом  $\phi$ , ЗПД имеет форму ленты. По мере роста фактора трения зазор постепенно уменьшается и полностью исчезает при  $m = 0.3$  (рис. 4,II,g) и  $m = 0.6$  (рис. 4,III,ж). При дальнейшем увеличении фактора трения ЗПД начинает разделяться аналогично случаю при  $\phi = 90^\circ$ .

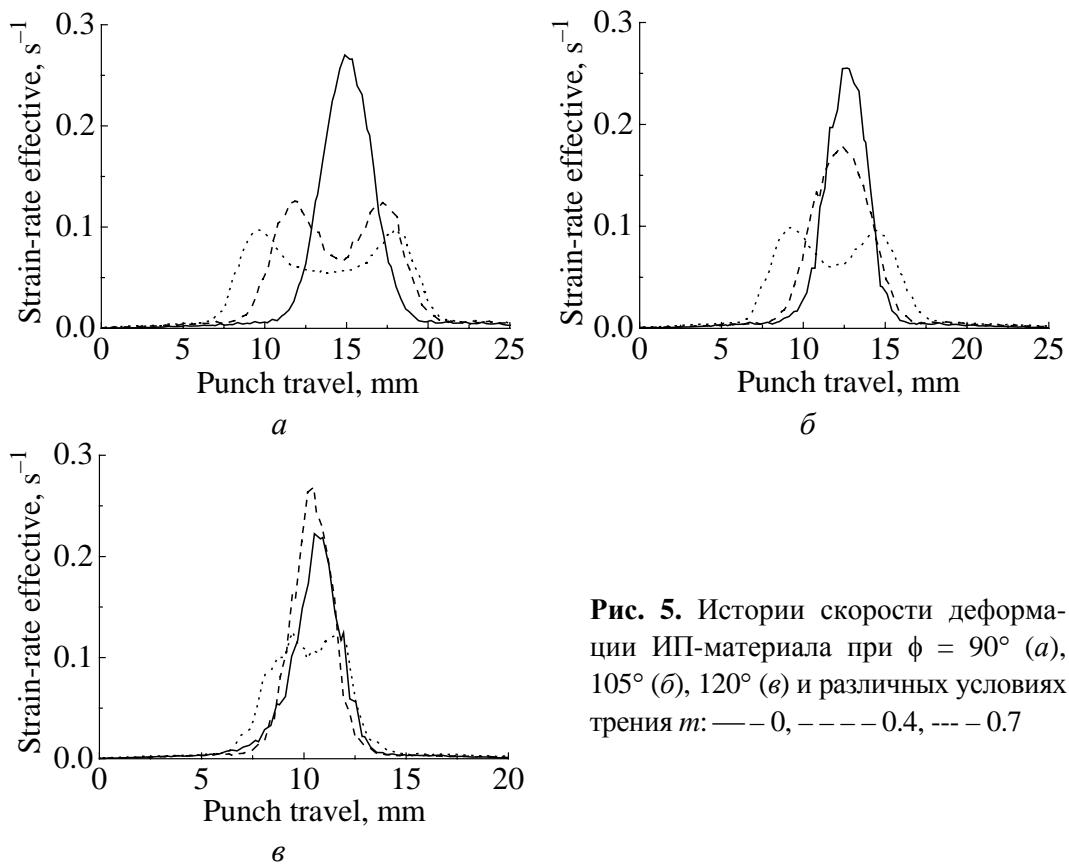






**Рис. 4.** Распределение  $\dot{\varepsilon}$  в зоне пластической деформации ИП-материала при  $\phi = 90^\circ$  (I),  $105^\circ$  (II),  $120^\circ$  (III) и различных условиях трения  $m$ :  $a - 0$ ,  $\delta - 0.1$ ,  $\epsilon - 0.2$ ,  $\varepsilon - 0.3$ ,  $\partial - 0.4$ ,  $e - 0.5$ ,  $\psi_c - 0.6$ ,  $z - 0.7$

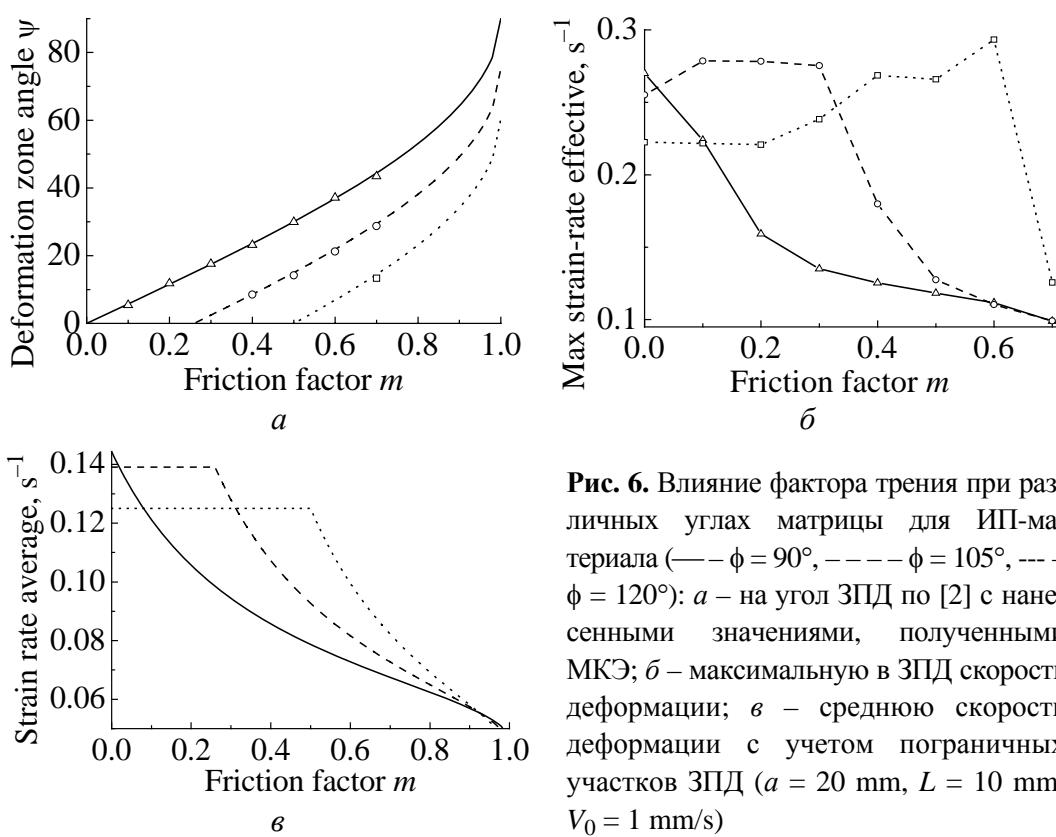
На рис. 5 приведены истории скорости деформации ИП-материала при различных значениях  $m$  для углов пересечения каналов  $\phi = 90^\circ$  ( $a$ ),  $105^\circ$  ( $b$ ) и  $120^\circ$  ( $c$ ). В случае  $\phi = 90^\circ$  (рис. 5, $a$ ) при  $m = 0$ , когда точка проходит через узкую ЗПД, в ее центре скорость деформации наивысшая  $\dot{\varepsilon} = 0.27 \text{ s}^{-1}$ . При  $m = 0.4$  вначале скорость деформации увеличивается до  $\dot{\varepsilon} = 0.12 \text{ s}^{-1}$ , что связано с прохождением входной поверхности ЗПД, затем уменьшается до  $\dot{\varepsilon} = 0.07 \text{ s}^{-1}$ , что связано с прохождением самой ЗПД, и снова повышается до  $\dot{\varepsilon} = 0.12 \text{ s}^{-1}$  при прохождении выходной поверхности. Увеличение фактора трения приводит к снижению скорости деформации при прохождении материала через ЗПД.



**Рис. 5.** Истории скорости деформации ИП-материала при  $\phi = 90^\circ$  ( $a$ ),  $105^\circ$  ( $b$ ),  $120^\circ$  ( $c$ ) и различных условиях трения  $m$ : — — 0, - - - 0.4, --- 0.7

Для случая, когда  $\phi = 105^\circ$  (рис. 5, $b$ ) при  $m = 0$   $\dot{\varepsilon} = 0.25 \text{ s}^{-1}$ , при  $m = 0.7$   $\dot{\varepsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ . В целом характер кривых такой же, как на рис. 5, $a$  ( $\phi = 90^\circ$ ). Для случая  $\phi = 120^\circ$  (рис. 5, $c$ ) при  $m = 0$   $\dot{\varepsilon} = 0.22 \text{ s}^{-1}$ , при  $m = 0.4$  эта величина возрастает до  $\dot{\varepsilon} = 0.27 \text{ s}^{-1}$ , что связано с влиянием противодавления вследствие наличия сил трения. Для случая  $m = 0.7$  при прохождении входной и выходной поверхностей ЗПД максимальные значения скорости деформации составляют  $\dot{\varepsilon} = 0.13 \text{ s}^{-1}$ .

С целью проверки результатов компьютерного моделирования измеряли полученные углы ЗПД и их значения откладывали на графике (рис. 6, $a$ ), построенном по формуле (6) с учетом (5). Видно, что результаты, полученные с помощью МКЭ, хорошо согласуются с аналитическим решением [2].



**Рис. 6.** Влияние фактора трения при различных углах матрицы для ИП-материала (—  $\phi = 90^\circ$ , - - -  $\phi = 105^\circ$ , ---  $\phi = 120^\circ$ ): *а* – на угол ЗПД по [2] с нанесенными значениями, полученными МКЭ; *б* – максимальную в ЗПД скорость деформации; *в* – среднюю скорость деформации с учетом пограничных участков ЗПД ( $a = 20$  mm,  $L = 10$  mm,  $V_0 = 1$  mm/s)

На рис. 6,*б* приведена зависимость максимальной в ЗПД скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  от фактора трения и угла пересечения каналов, полученная из данных историй скорости деформации. При  $\phi = 90^\circ$  наибольшие значения  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  наблюдаются в условиях отсутствия трения, с ростом фактора трения они уменьшаются. Для углов  $\phi = 105$  и  $120^\circ$  величина  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  сначала повышается с ростом фактора трения, достигая предельных значений при наступлении условий, соответствующих заполнению зазора между заготовкой и инструментом, а потом резко снижается.

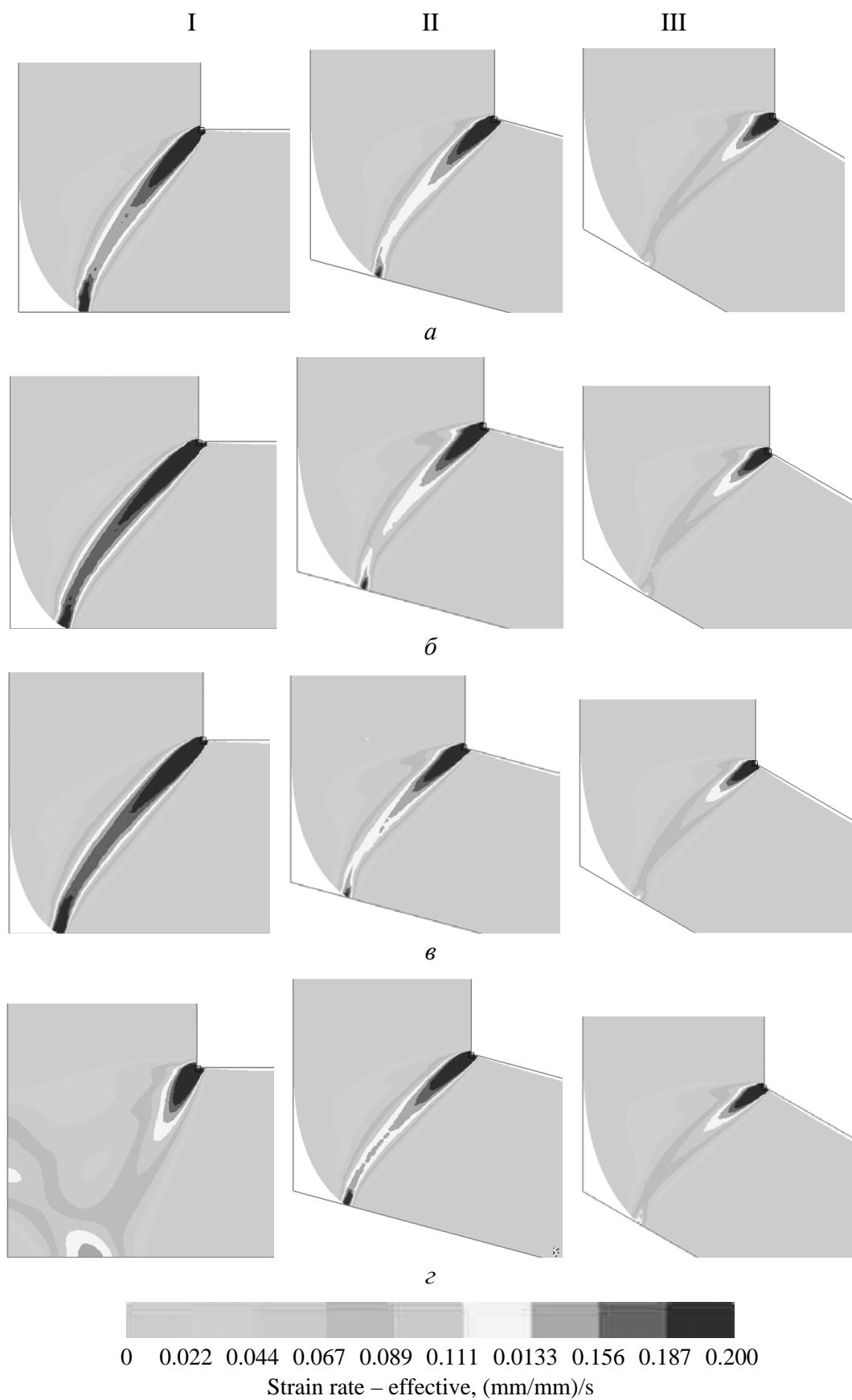
На основании результатов компьютерного моделирования (см. рис. 4) путь, который проходит материал в ЗПД, оценивается с учетом наличия пограничных участков. Поэтому его величина больше, чем найденная по формуле (2). Как отмечено выше, ЗПД при  $m = 0$  имеет толщину порядка 0.2 ширины канала. С учетом этого условия средняя скорость деформации

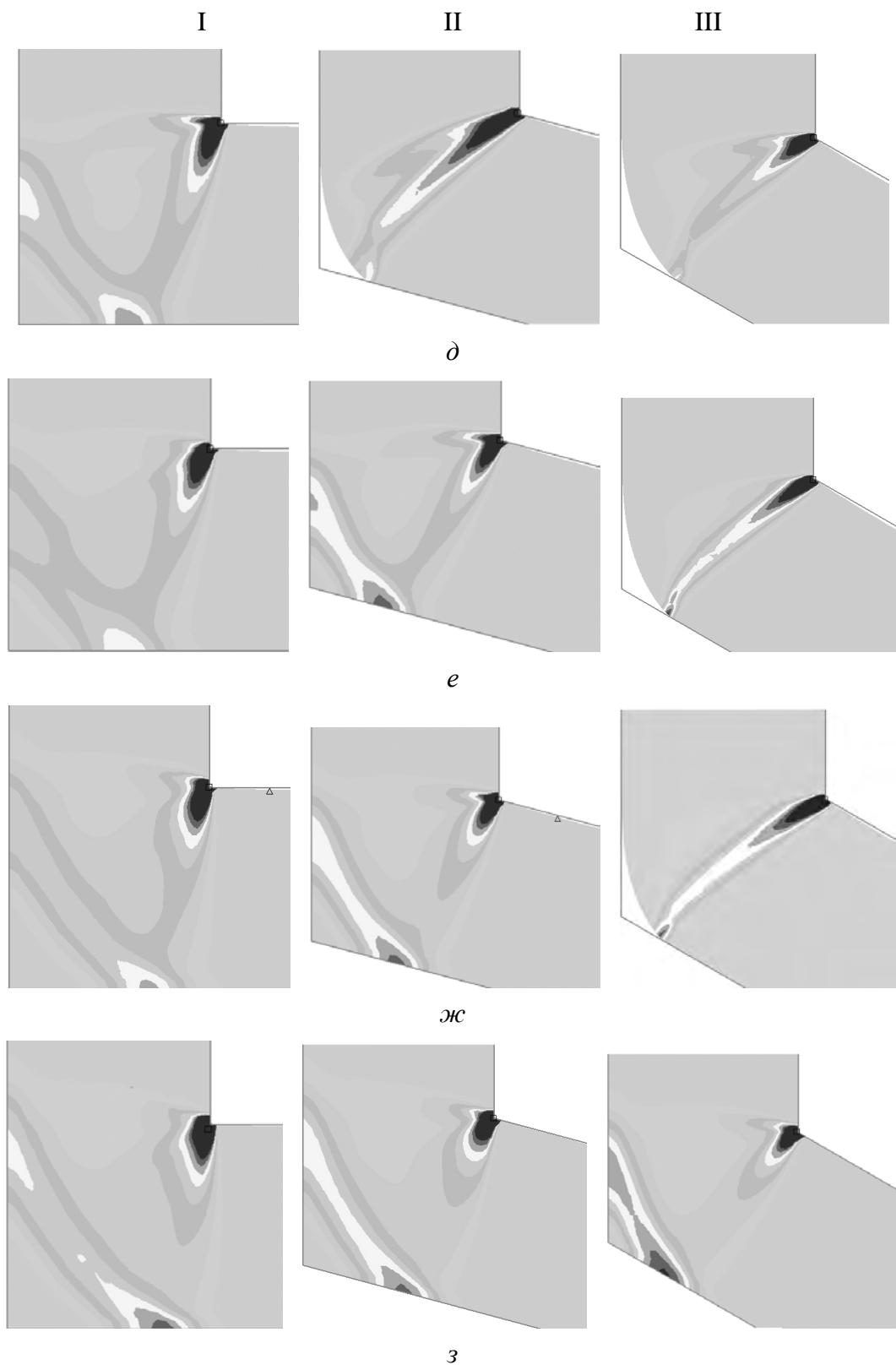
$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon V_0 \cos^2 \phi}{r\psi + 0.2a}, \quad (7)$$

где  $a$  – ширина канала. Полученная зависимость (7) средней скорости деформации от фактора трения и угла матрицы (рис. 6,*в*) дает результаты, которые в большей мере совпадают с оценками при использовании МКЭ.

### Упрочняемый материал

На рис. 7 показано изменение характера распределения скорости деформации упрочняемого материала от фактора трения для матрицы с различными

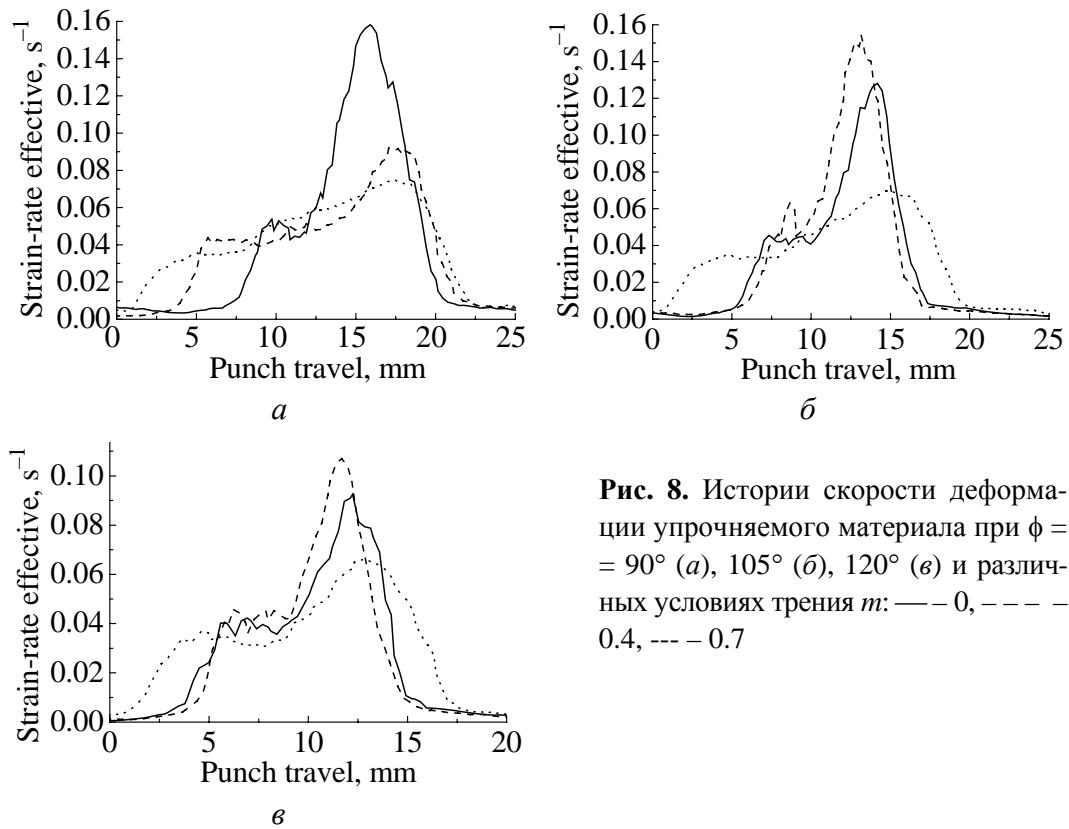




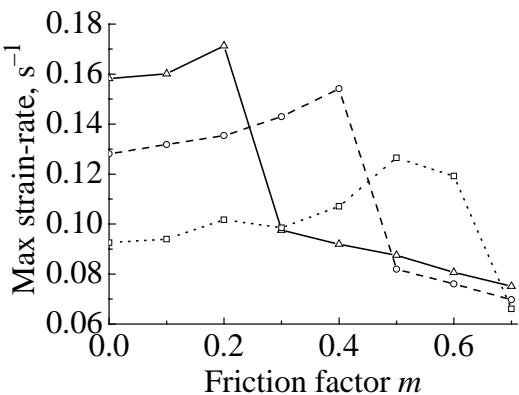
**Рис. 7.** Распределение  $\dot{\varepsilon}$  в ЗПД упрочняемого материала при  $\phi = 90^\circ$  (I),  $105^\circ$  (II),  $120^\circ$  (III) и различных условиях трения  $m$ :  $a - 0$ ,  $\delta - 0.1$ ,  $\varepsilon - 0.2$ ,  $\varkappa - 0.3$ ,  $\partial - 0.4$ ,  $e - 0.5$ ,  $\varkappa_c - 0.6$ ,  $z - 0.7$

углами пересечения каналов  $\phi$ . При РКУП ЗПД упрочняемого материала иная, чем у ИП-материала. В условиях отсутствия трения для всех углов  $\phi$  видно образование зазора между внешним углом и заготовкой, который с увеличением фактора трения уменьшается и полностью исчезает при  $m = 0.3$  для  $\phi = 90^\circ$  (рис. 7,I, $\varepsilon$ ), при  $m = 0.5$  для  $\phi = 105^\circ$  (рис. 7,II, $e$ ), при  $m = 0.7$  для  $\phi = 120^\circ$  (рис. 7,III, $z$ ). ЗПД упрочняемого материала изначально шире, чем в случае ИП-материала. При увеличении фактора трения форма ЗПД вначале слабо меняется, а при  $m > 0.2$  (для  $\phi = 90^\circ$ ),  $m > 0.5$  ( $\phi = 105^\circ$ ) и  $m > 0.7$  ( $\phi = 120^\circ$ ) ее размеры стремительно растут.

На рис. 8 приведены истории скорости деформации упрочняемого материала при различных значениях  $m$  для углов пересечения каналов  $\phi = 90^\circ$  (а),  $105^\circ$  (б) и  $120^\circ$  (в). История скорости деформации упрочняемого материала имеет другой вид, чем у ИП-материала. Для  $\phi = 90^\circ$  (рис. 8,а) при  $m = 0$  вначале наблюдается увеличение скорости деформации до  $\dot{\varepsilon} = 0.05 \text{ s}^{-1}$ , потом ее падение и вновь повышение до максимального значения  $\dot{\varepsilon} = 0.16 \text{ s}^{-1}$ . Даже при отсутствии трения сказывается наличие различных участков ЗПД, причем сдвиг, который происходит на выходной границе, значительно больше, чем на входной. При  $m = 0.4$  вначале скорость деформации увеличивается до  $\dot{\varepsilon} = 0.045 \text{ s}^{-1}$  и практически остается на таком же уровне, т.е. влияние входной поверхности  $\Gamma_0$  проявляется слабо. При прохождении выходной поверхности  $\Gamma_f$  скорость деформации растет до  $\dot{\varepsilon} = 0.09 \text{ s}^{-1}$ . Дальнейшее увеличение фактора трения приводит к уменьшению интенсивности деформации.



**Рис. 8.** Истории скорости деформации упрочняемого материала при  $\phi = 90^\circ$  (а),  $105^\circ$  (б),  $120^\circ$  (в) и различных условиях трения  $m$ : — 0, - - - 0.4, --- 0.7



**Рис. 9.** Влияние фактора трения при различных углах матрицы для упрочняемого материала (— $\Delta$ —  $\phi = 90^\circ$ , ---○---  $105^\circ$ , --□--  $120^\circ$ ) на максимальную в ЗПД скорость деформации

Для  $\phi = 105^\circ$  при  $m = 0$  максимальное значение скорости деформации упрочняемого материала составляет  $\dot{\varepsilon} = 0.13 s^{-1}$  (рис. 8, $\delta$ ), при  $m = 0.4 \dot{\varepsilon} = 0.155 s^{-1}$ , и, как видно из графика, ЗПД немного уже, чем в случае  $m = 0$ . Это связано с тем, что при  $m = 0.4$  внешний угол еще не заполняется, а силы трения в выходном канале обеспечивают противодавление, что приводит к несколько меньшим размерам ЗПД, чем при  $m = 0$ , и к повышению скорости деформации. При  $m = 0.7$  история скорости деформации аналогична случаю  $\phi = 90^\circ$ . Для  $\phi = 120^\circ$  максимальное значение скорости деформации  $\dot{\varepsilon} = 0.115 s^{-1}$  достигается при  $m = 0.4$  (рис. 8, $\epsilon$ ).

На рис. 9 приведены зависимости максимальных скоростей деформации упрочняемого материала от фактора трения. Для случая  $\phi = 90^\circ$  наивысшие значения максимальной скорости деформации достигаются при  $m = 0.2$ , для  $\phi = 105^\circ$  — при  $m = 0.4$ , для  $\phi = 120^\circ$  — при  $m = 0.5$ . Уровень максимальных скоростей деформаций упрочняемого материала значительно ниже, чем в случае обработки ИП-материала. Максимальный уровень  $\dot{\varepsilon}$  соответствует условиям РКУП накануне заполнения зазора между заготовкой и инструментом.

### Выводы

1. При РКУП ИП-материала увеличение фактора трения и уменьшение угла пересечения каналов до  $\phi = 90^\circ$  приводят к увеличению ЗПД. В развитой ЗПД можно выделить следующие участки: входную поверхность, основную часть и выходную поверхность, причем на входной и выходной поверхностях интенсивность скорости деформации одинакова. Ширина входной и выходной поверхностей ЗПД составляет 0.2 ширины канала.

2. При РКУП упрочняемого материала увеличение фактора трения и уменьшение угла пересечения каналов до  $\phi = 90^\circ$  приводят к увеличению ЗПД, как и в случае ИП-материала. Размер ЗПД упрочняемого материала больше, чем у идеально пластичного. Интенсивность скорости деформации на входной поверхности ЗПД значительно меньше, чем на выходной.

3. При увеличении фактора трения максимальные значения скоростей деформации повышаются и достигают предельных значений в случае деформации ИП-материала при заполнении зазора между заготовкой и инструмен-

том у внешнего угла канала, а при деформации упрочняемого материала – накануне заполнения. Превышение этого критического значения фактора трения вызывает резкое уменьшение максимальной скорости деформации. Максимальные значения скорости деформации ИП-материала выше, чем упрочняемого материала (для исследованного случая примерно в 1.6–2.4 раза).

4. Показана хорошая сходимость величин углов ЗПД при компьютерном моделировании с результатами аналитического решения [2]. Предложено выражение для оценки средней скорости деформации заготовки из ИП-материала при развитой ЗПД.

Авторы выражают благодарность компании ООО «Артех» за предоставленную возможность проведения расчетов.

1. *B.M. Сегал, В.И. Резников, В.И. Копылов, Д.А. Павлик, В.Ф. Малышев*, Процессы пластического структурообразования, Навука и тэхника, Минск (1994).
2. *V.M. Segal*, Mater. Sci. Eng. **A271**, 322 (1999).
3. *V.M. Segal*, Mater. Sci. Eng. **A345**, 36 (2003).
4. *V.M. Segal*, Mater. Sci. Eng. **A386**, 269 (2004).
5. *V. Patil Basavaraj, U. Chakkingal, T.S. Prasanna Kumar*, J. Mater. Proc. Tech. **209**, 89 (2009).
6. *J.K. Kim, W.J. Kim*, J. Mater. Proc. Tech. **176**, 260 (2006).
7. *Q.X. Pei, B.H. Hu, C. Lu, Y.Y. Wang*, Scr. Mater. **49**, 303 (2003).
8. *H.S. Kim, M.H. Seo, S.I. Hong*, J. Mater. Proc. Tech. **130–131**, 497 (2002).
9. *S. Li, M.A.M. Bourke, I.J. Beyerlein et al.*, Mater. Sci. Eng. **A382**, 217 (2004).
10. *J. Alkorta, J.G. Sevillano*, J. Mater. Proc. Tech. **141**, 313 (2003).

*B.З. Спусканюк, О.М. Гангало, О.А. Давиденко*

## ВПЛИВ УМОВ РІВНОКАНАЛЬНОГО КУТОВОГО ПРЕСУВАННЯ НА ШВИДКІСТЬ ДЕФОРМАЦІЇ ЗАГОТОВОВОК

Методом кінцевих елементів (МКЕ) досліджено особливості розподілу швидкості деформації під час рівноканального кутового пресування (РККП) заготовок із утворенням застійної зони. Отримано оцінку ступеня впливу таких факторів, як зміщення, тертя й геометрія матриці на рівень і розподіл швидкості деформації в зоні пластичної деформації (ЗПД). Установлено критичні значення фактора тертя, при яких швидкості деформації підвищуються до граничного рівня. При збільшенні фактора тертя максимальні значення швидкостей деформації підвищуються й досягають граничних значень у випадку деформації ідеально пластичного (ІП) матеріалу при заповненні зазору між заготовкою й інструментом у зовнішнього кута каналу, а при деформації зміцнюємого матеріалу – напередодні заповнення. Запропоновано вираз для оцінки середньої швидкості деформації заготовки з ІП-матеріалу при розвиненій ЗПД.

**Ключові слова:** рівноканальне кутове пресування, зона пластичної деформації, швидкість деформації

V.Z. Spuskanyuk, A.N. Gangalo, A.A. Davydenko

## INFLUENCE OF THE EQUAL-CHANNEL ANGULAR PRESSING CONDITIONS ON BILLET STRAIN RATE

The features of strain rate distribution during equal-channel angular pressing (ECAP) were investigated by finite element method with respect to dead zone formation. The level of strain-hardening, friction and die geometry influence on strain rate distribution in plastic deformation zone (PDZ) is estimated. The friction factor extrema which improve the strain rate to its maximum limit were found. The strain rate maximum values increase with the friction factor increasing. They reach their limits in the case of perfectly plastic material deformation when the billet-die gap is filled near the channel exterior angle. During the strain-hardened material deformation, strain rate maximum values are reached just before channel filling. An expression for average strain rate estimation in the case of perfectly plastic material with a propagated PDZ was proposed.

**Keywords:** equal-channel angular pressing, plastic deformation zone, strain rate

**Fig. 1.** The deformation model

**Fig. 2.** Average strain rate  $\dot{\epsilon}$  dependence on friction factor  $m$  and die angle  $\phi$ , deg: — — 90, — — — 105, --- 120;  $L = 0.5a$

**Fig. 3.** The point origin for strain rate history record

**Fig. 4.** The distribution of  $\dot{\epsilon}$  in plastic deformation zone for perfectly plastic material with  $\phi = 90^\circ$  (I),  $105^\circ$  (II),  $120^\circ$  (III) and different fixed friction conditions  $m$ :  $a = 0$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $\epsilon = 0.2$ ,  $\varphi = 0.3$ ,  $\sigma = 0.4$ ,  $e = 0.5$ ,  $\chi_c = 0.6$ ,  $\zeta = 0.7$

**Fig. 5.** Strain rate history of perfectly plastic material with  $\phi = 90^\circ$  ( $a$ ),  $105^\circ$  ( $\delta$ ),  $120^\circ$  ( $\epsilon$ ) and different fixed friction conditions  $m$ : — — 0, — — — 0.4, --- 0.7

**Fig. 6.** Friction factor influence with different die angles for perfectly plastic material (— —  $\phi = 90^\circ$ , — — —  $\phi = 105^\circ$ , ---  $\phi = 120^\circ$ ) on:  $a$  — plastic deformation zone angle [2] with FEM results illustrated;  $\delta$  — the maximum strain rate in plastic deformation zone;  $\epsilon$  — average strain rate with respect to boundary areas of deformation zone ( $a = 20$  mm,  $L = 10$  mm,  $V_0 = 1$  mm/s)

**Fig. 7.** The distribution of  $\dot{\epsilon}$  in plastic deformation zone for strain hardened material with  $\phi = 90^\circ$  (I),  $105^\circ$  (II),  $120^\circ$  (III) and different fixed friction conditions  $m$ :  $a = 0$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $\epsilon = 0.2$ ,  $\varphi = 0.3$ ,  $\sigma = 0.4$ ,  $e = 0.5$ ,  $\chi_c = 0.6$ ,  $\zeta = 0.7$

**Fig. 8.** Strain rate history of strain hardened material with  $\phi = 90^\circ$  ( $a$ ),  $105^\circ$  ( $\delta$ ),  $120^\circ$  ( $\epsilon$ ) and for different fixed friction conditions  $m$ : — — 0, — — — 0.4, --- 0.7

**Fig. 9.** Friction factor influence with different die angles for strain hardened material (—Δ—  $\phi = 90^\circ$ , —○—  $\phi = 105^\circ$ , —□—  $\phi = 120^\circ$ ) on the maximum in plastic deformation zone strain rate