*Рассматривается зависимость времени доставки пакетов данных в транспортной системе от объема этих данных, длины заголовка и количества коммутаторов. Доказана теорема, подтверждающая возможность минимизации время доставки потока данных за счет оптимального выбора соотношений показателей конкретной транспортной системы.*





УДК 004.72



Н.И. АЛИШОВ


## ОПТИМИЗАЦИЯ КОММУТАЦИИ ПАКЕТОВ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

**Введение.** Коммутация пакетов – базовая технология для распределенных систем и сетей компьютеров. Эффективность таких систем во многом определяется выбранными алгоритмами коммутации. До настоящего времени научные исследования в этой области были, в основном, связаны с оценкой характеристик трафика и разработкой адекватных алгоритмов маршрутизации пакетов. Современные интеллектуальные сети предъявляют особые требования к производительности коммутации пакетов и времени доставки отдельных потоков данных. Необходимость оптимизации времени доставки информационных пакетов при прочих равных условиях (т.е. при заданных характеристиках сети коммутации пакетов) обусловливает разработку соответствующих алгоритмов и технологий. В данной работе описываются теоретические основы создания алгоритмов, позволяющих оптимизировать время доставки в конкретных сетях коммутации пакетов.

**Состояние проблемы.** Разработка сетей коммутации пакетов началась в середине прошлого века по результатам теоретических исследований Клейнрока [1]. Дальнейшие прикладные работы велись под руководством Дэвиса [2]. За прошедшие годы практически все научные исследования были связаны с анализом трафика (теория очередей), разработкой теории маршрутизации пакетов, созданием технической и технологической баз сети коммутации пакетов. Для современных интеллектуальных мультимедийных сетей особое значение имеет время транспортировки потоков данных. Исследования в этой области, в основном, связаны с разработкой технологий высокопроизводительных коммутаций. Для каждой отдельной сети разрабатываются оптимизированные форматы пакетов с учетом архитектурных особенностей этих сетей. Вопросы же, связанные с анализом влияния (инвариантным относительно конкретной сети) на время доставки отдельных потоков данных таких показателей, как соотношение полезной и служебной информации, характеристики маршрутной информации, количество пакетов в данном потоке и т.п., к сожалению, до настоящего времени не были объектом фундаментальных исследований. В данной работе сделана попытка, частично заполнить этот пробел.

**Постановка задачи**. Рассмотрим распределенную транспортную систему (ТС) передачи данных, состоящую из оконечных хостов-источников, хостов-приемников информации и коммутаторов пакетов. Хосты-источники, имеющие $D$ байтов информации, формируют запросы к ТС для передачи этих данных хостам-приемникам. Предварительно между взаимодействующими хостами выполняется процедура согласования сеанса транспортировки, в течение которого по выбранному маршруту должны передаваться данные. Допускается возможность выбора разных маршрутов в разных сеансах связи. Это означает, что количество коммутаторов в разных сеансах связи может варьироваться. Коммутаторы имеют не менее двух буферов. В каждом цикле коммутатора один из буферов выполняет роль входного, а другой – выходного. Прием и передача в буферах – параллельные процессы, т. е. коммутатор может одновременно принимать данные во входной буфер и выдавать их из выходного буфера. После приема и выдачи данных эти буферы меняются ролями: выходной буфер становится входным и наоборот.

Циклом коммутатора назовем максимальное время, необходимое для приема данных во входной буфер и выдачи данных, накопленных в выходном буфере. Временные характеристики ТС будем оценивать в байт-тактах. Один байт-такт равен времени приема или передачи одного байта между соседними узлами. Каждый пакет состоит из полезных данных и заголовка. Будем рассматривать наиболее распространенный случай, когда объем заголовка пакета практически не зависит от количества полезных данных.

Выбранный в данном сеансе маршрут $R$ между хостом-источником и хостом-приемником содержит $r = \{r_1, r_2, r_3, ..., r_r\}$ [1] коммутаторов. В общем случае хосты-приемники информации и коммутаторы пакетов могут изменить объем заголовка $h$ в зависимости от используемой технологии коммутации пакетов. Требуется оптимизация времени доставки потоков данных.

**Методы решения задачи.** Пусть хост-источник $A$ имеет массив данных объемом $D$ байтов для передачи в хост-приемник $B$ с заголовком объемом

[1] Далее по тексту $r$ будет обозначать количество коммутаторов, а $r_i$ – порядковый номер $i$-го коммутатора.

$h_A \geq 0$ байтов. Соответственно каждый коммутатор $r_i$, может изменить предыдущий заголовок на $h_i \geq 0$ байтов.

**Лемма** [3]. Пусть пакет данных, содержащий $D$ байтов полезной информации и $h_A$ байтов заголовка, должен передаваться в транспортную систему для доставки $D + h_A$ байтов к приемнику информации. Тогда время доставки пакета данных от источника $A$, к приемнику $B$ через $r$ коммутаторов, каждый из которых вносит задержку пакета на $h_i \geq 0$ байт-тактов, будет равно

$$T^D_{A\to B} = D(r+1) + \sum_{i=1}^{r+1} h_i \text{ байт-тактам.}[2]$$

*Доказательство*. Рассмотрим последовательность прохождения пакета объемом $D + h_A$ байтов от источника $A$ через $r$ коммутаторов к приемнику $B$. Пакет доставляется к $r$-му коммутатору за

$$T^D_{A\to r} = D + h_A + D + h_2 + \dots D + h_r = rD + \sum_{i=1}^{r} h_i \text{ байт-тактов, где } h_1 = h_A.$$

Поскольку пакет от $r$-го коммутатора на хост-приемник передается за $T^D_{r\to B} = D + h_B$ байт-тактов, то общее время доставки пакета

$$T^D_{A\to B} = T^D_{A\to r} + T^D_{r\to B} = rD + \sum_{i=1}^{r} h_i + D + h_B = D(r+1) + \sum_{i=1}^{r+1} h_i \text{ , где } h_{r+1} = h_B.$$

Пусть $T^D_1 = T^D_{A\to B}$. $T^D_1$ – время передачи массива информации, состоящего из $D$ байтов полезной информации и $h_A$ байтов заголовка, одним пакетом от хоста-источника к хосту-приемнику через маршрут $R$ с $r$ коммутаторами.

**Теорема.** Минимальное время передачи $D$ байтов полезной информации и $h_A$ байтов заголовка между хостом-источником и хостом-приемником $n$ пакетами через выбранный маршрут $R$ с $r$ коммутаторами, каждый из которых вносит задержку пакета на $h_i \geq 0$ байт-тактов:

$$T^D_n = D + 2\sqrt{Dr \cdot \max\{h_i\}} - \max\{h_i\} + \sum_{i=1}^{r+1} h_i \text{ байт-тактам.}$$

Если исходный массив данных объемом $D$ байтов разбить на $n$ пакетов, то исходя из вышедоказанной леммы, один пакет доставляется за время $T^{D/n}_1 = \frac{D}{n}(r+1) + \sum_{i=1}^{r+1} h_i$ байт-тактам. Следующий пакет поступит к хосту-приемнику за $D/n + \max\{h_i\}$ байт-тактов. Поскольку за первым пакетом будут следовать еще $n-1$ пакетов, то

---

[2] Будем полагать, что $h_1 = h_A$, в противном случае $h_A := h_1$

$$T_n^D = \frac{D}{n}(r+1) + \sum_{i=1}^{r+1} h_i + (n-1)\left(\frac{D}{n} + \max\{h_i\}\right) = \frac{D}{n}(r+n) + \sum_{i=1}^{r+1} h_i + (n-1)\left(\max\{h_i\}\right).$$

Чтобы найти минимум функционала $T_n^D$ относительно величины $n$ вычислим производную $T_n^D$ по $n$ при фиксированных значениях $D, r, h_i$.

$$\frac{\partial T_n^D}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{D}{n} r + D + \sum_{i=1}^{r+1} h_i + n \cdot \max\{h_i\} - \max\{h_i\}\right).$$

При $\frac{\partial T_n^D}{\partial n} = 0$ $\max\{h_i\} - \frac{Dr}{n^2} = 0$. Отсюда $n = \sqrt{Dr/\max\{h_i\}}$. Подставив значение $n$, получим

$$\min T_n^D = D + 2\sqrt{Dr \cdot \max\{h_i\}} - \max\{h_i\} + \sum_{i=1}^{r+1} h_i \ .$$

Рассмотрим частный случай передачи массивов данных от $A$ к $B$ – когда $h_i = h_A \geq 1, \ \forall i = \overline{1, r}$ . Это означает, что размер заголовка передаваемых по маршруту $R$ пакетов на всем маршруте остается величиной постоянной. Такая ситуация наиболее типична для современных сетей с коммутацией пакетов. Поскольку при этом

$$\sum_{i=1}^{r+1} h_i = (r+1)\, h_A \ ; \ \max\{h_i\} = h_A \quad \text{, то}$$

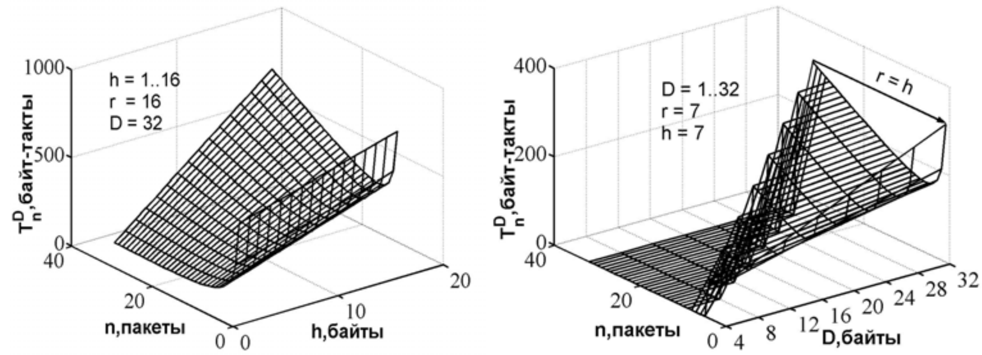
$$T_n^D = \frac{D}{n}(r+n) + h_A\,(r+n) = \left(\frac{D}{n} + h_A\right)(r+n). \text{ При } n = \sqrt{\frac{Dr}{h_A}},$$

$$\min T_n^D = \sqrt{h_A r} + 2\sqrt{h_A r D} + D = \left(\sqrt{h_A r} + \sqrt{D}\right)^2.$$

Дальнейший анализ будет проводиться с учетом $h_i = h_A \geq 1, \ \forall i = \overline{1, r}$ , хотя аналогичные результаты могут быть получены и для общего случая. Будем также полагать, что $h_A = h$.

Поскольку $T_1^D = (D+h)(r+1)$ и $T_D^D = (1+h)(r+D)$, то при $h = r$, $T_1^D = T_D^D$. Таким образом, если $h = r$ это время доставки массива из $D$ байтов одним пакетом совпадает со временем доставки этого массива $D$ пакетами. Тогда, $n = \sqrt{D}$ т. е. $T_{\sqrt{D}}^D = \left(\sqrt{D} + h\right)\left(h + \sqrt{D}\right) = \left(\sqrt{D} + h\right)^2$. Если $D = 1$ или $Dr \leq h$, необходимо установить $n := 1$. Это означает, что при $Dr \leq h$ массив объемом $D$ байтов должен быть передан одним пакетом, и тогда время передачи $T_1^D = (D+h)(r+1)$. Аналогично, если $D > 1$ и $Dh \leq r$, то $n := D$. В этом случае время доставки массива объемом $D$ байтов $T_D^D = (1+h)(r+D)$. Время доставки

$T_n^D$ будет максимальным при *n=1,* либо при *n=D* (в зависимости от соотношения величин *h* и *r,* рис. 1).



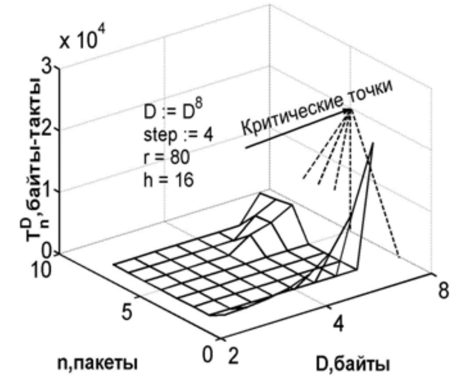




РИС. 1

Из $\dfrac{(D+h)(r+1)}{(D+r)(h+1)} > 1$ следует, что $Dr+h > Dh+r$, $r>h$. Это означает, что при $r>h$ $\max T_n^D = T_1^D = (D+h)(r+1)$, т. е. $T_1^D > T_D^D$ и, наоборот, при $r<h$ $\max T_n^D = T_D^D = (D+r)(h+1)$, т. е. $T_1^D < T_D^D$.

Чтобы определить предельные возможности достижения минимального времени доставки относительно $\max T_n^D$ в зависимости от значения *D,* необходимо найти $\lim\limits_{D\to\infty} \dfrac{\max T_n^D}{\min T_n^D}$. Когда *r>h*

$$\lim_{D\to\infty} \frac{\max T_1^D}{\min T_n^D} = \lim_{D\to\infty} \frac{(D+h)(r+1)}{\left(\sqrt{D}+\sqrt{hr}\right)\left(\sqrt{D}+\sqrt{hr}\right)} = \lim_{D\to\infty} \frac{(r+1)\dfrac{(D+h)}{D}}{\dfrac{\left(\sqrt{D}+\sqrt{hr}\right)}{\sqrt{D}}\dfrac{\left(\sqrt{D}+\sqrt{hr}\right)}{\sqrt{D}}} = r+1.$$

Таким же образом, при $r \le h$ $\lim\limits_{D\to\infty} \dfrac{\max T_n^D}{\min T_n^D} = h+1$.

Предложенные расчеты показывают, что возможно уменьшение времени доставки пакетов в *(r+1)* или *(h+1)* раз!

Для оптимизации транспортной системы могут быть использованы свойства функционала $T_n^D$, связанные с возможностью достижения одинаковой производительности при разных значениях $r$ ($h$). Для этого необходимо определить $n_1$ и $n_2$, при которых $T_{n_1}^D = T_{n_2}^D$. Поскольку

$\left(\frac{D}{n_1}+h\right)(r+n_1)=\left(\frac{D}{n_2}+h\right)(r+n_2)$, тогда $hn_1 n_2^2 - n_2\left(Dr+hn_1^2\right)+ Drn_1 = 0$;

$(n_2)_1 = \frac{Dr+hn_1^2 \pm (Dr-hn_1^2)}{2hn_1} = \frac{Dr}{hn_1}$; $(n_2)_2 = n_1$. Таким образом, получаем $T_{n_2}^D = T_{\frac{Dr}{hn_1}}^D$. Вычислим минимум соотношений

$\frac{\min T_n^D}{T_1^D} = \frac{\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)^2}{(D+h)(r+1)}$ при $r>h$ и $\min \frac{T_n^D}{T_D^D} = \frac{\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)^2}{(1+h)(r+D)}$, при $r<h$

которые определяют предельные случаи уменьшения времени доставки пакетов при передаче массива объемом $D$ байтов одним пакетом, $D$ пакетами или $n_0 = \sqrt{\frac{Dr}{h}}$ пакетами в $K = \frac{T_D^D}{T_{n_0}^D}$ или $K = \frac{T_1^D}{T_{n_0}^D}$ раз (рис.2). Для этого необходимо вычислить при $r>h$

$$\frac{\partial\left(\frac{T_{n_0}^D}{T_1^D}\right)}{\partial D} = \frac{1}{(D+h)^2(r+1)}\left(\frac{\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)\left((D+h)-\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)^2\sqrt{D}\right)}{\sqrt{D}}\right).$$

Из $\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)\left((D+h)-\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)^2\sqrt{D}\right)=0$ следует

$(D+h)-\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)\sqrt{D}=0;\ D+h=\sqrt{hrD}+D$, т. е. $D=h/r$. Тогда

$\min T_n^D = (h/r+h)(r+1) = \frac{hr^2+2hr+h}{r} = \frac{h}{r}(r+1)^2 = D(r+1)^2$. Если

$D=r/h$ и $r>h$, то $\min T_n^D = (r/h+r)(h+1) = \frac{h^2r+2hr+r}{h} = D(h+1)^2$.

Для $r=h$ $\quad \min T_n^D = (\sqrt{D}+h)(h+\sqrt{D}) = (h+\sqrt{D})^2 \equiv (r+\sqrt{D})^2$.

При $r>h$ $\quad \Delta\left(T_1^D - T_D^D\right) = (D+h)(r+1)-(D+r)(h+1) = (D-1)(r-h)$.

Если $r<h$, то $\Delta\left(T_D^D - T_1^D\right) = (D+r)(h+1)-(D+h)(r+1) = (D-1)(h-r)$.

Определим значение $D$, при котором $T_1^D / T_{n_0}^D = r$:

$\frac{(D+h)(r+1)}{\left(\sqrt{hr}+\sqrt{D}\right)^2} = r;\quad D_{1,2} = \frac{h}{r}\left(2r^4+r^3-r^2-r \mp 2r\sqrt{r^4+r^3-r^2-r}\right)$.

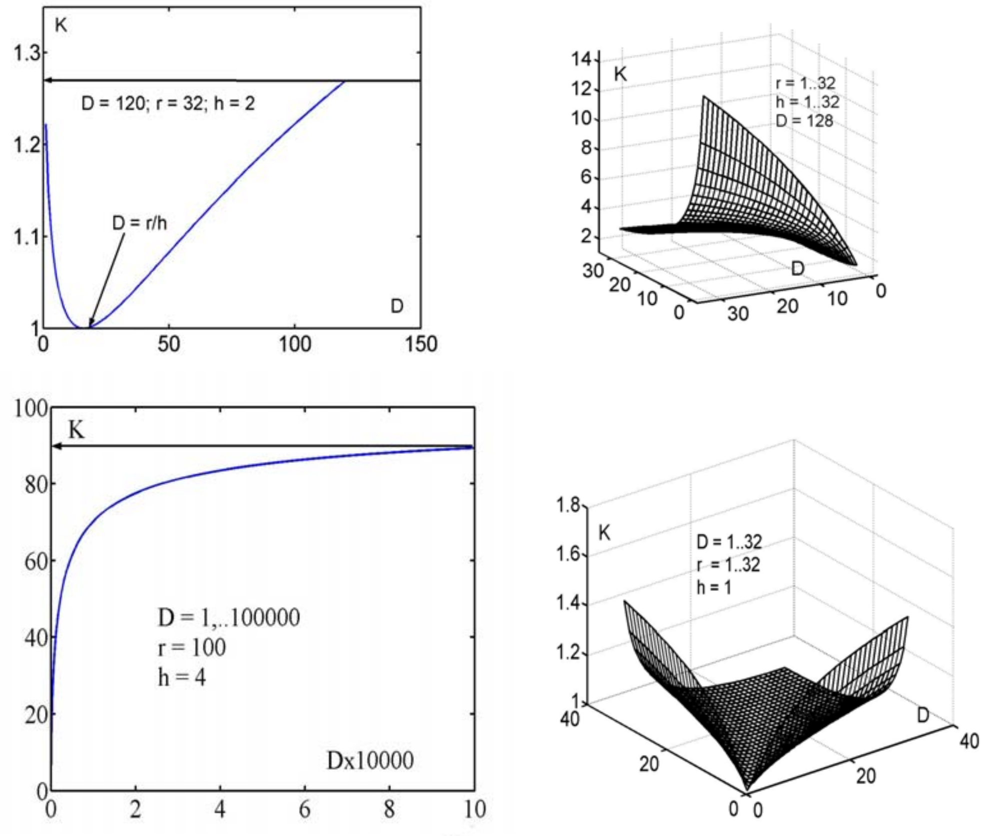



РИС. 2

Таким образом, зная объем пакета можно регулировать время его доставки в интеллектуальных сетях в зависимости от характеристик транспортной системы.

С точки зрения времени доставки данных для сетей коммутации пакетов характеристическими показателями являются величины $h$ и $r$. Соотношения этих величин позволяют выбрать наиболее рациональные значения времени доставки пакетов. Особый интерес представляет их произведение: $\mu = hr$. При $\mu = const$ для массива данных объемом $D$ байтов $\min T_n^D = \left(\sqrt{\mu} + \sqrt{D}\right)^2 = const$. Это означает, что варьируя значениями величин $h$ и $r$ можно выбрать разные пути между источником и приемником информации без потери времени доставки пакетов. Например, при $\mu = 1024$ время доставки массива данных, состоящего из 4096 байтов, через маршруты, включающие $r = 64$ коммутаторов или $r = 4$ коммутатора одинаково и составляет 9216 байт-тактов. Однако может показаться, что увеличение $h$ приводит к увеличению трафика. Это может снизить значимость выбора разных путей с одинаковым временем доставки пакетов. Поэтому необходимо вычислить и сравнить значения трафика при разных $h$ и $r$. Количество байтов, переданных по ТС при заданных значениях $D$, $h_i$ и $r_i$ вычисляется по формуле: $Q_{rh} = \left(\sqrt{Dh_i/r_i} + h_i\right)\sqrt{Dr_i/h_i} = D + \sqrt{Dh_i r_i}$. Поскольку $\mu = h_i r_i = const$, то количество байтов, переданных по ТС при разных $h_i$ и $r_i$ $Q_{rh} = D + \sqrt{Dh_i r_i} = const$.

Для непрерывных систем время доставки $T_n^D = D/n(r+n) + hr$. Если $n \to \infty$ то $T_n^D \to D + hr$. На практике значение $n$ не может быть больше $D/\hbar$, где $\hbar$ минимальный размер делимых частей $D$. При $n = \hbar$ функционал $T_n^D = D/n(r+n) + hr$ характеризирует непрерывность доставки ресурсов. Это позволяет разграничить фундаментальные отличия непрерывных и дискретных систем.

**Заключение.** Доказанная теорема и предложенные расчеты позволяют адаптировать время доставки пакетов данных к реальным условиям функционирования транспортной среды с учетом значения расчетной величины $n_0$. Кроме того, становится возможным создание интеллектуальной подсистемы анализа требований к передаче мультимедийной информации и принятия оптимальных решений за счет варьирования и расчета необходимых характеристик транспортной системы. Данная концепция может быть обобщена для устранения простоев в любой транспортной среде и поэтому может быть использована в таких отраслях как транспортировка товаров, технологические процессы, химическая промышленность, медицина и здравоохранение, биология и биотехнология и др. Особый эффект от полученных результатов ожидается в развитых сетях транспортировки данных типа MPLS- WWDM- коммутация, а также в будущих поколениях интегральных схем, таких, как системы на чипах – SoC (Systems on Chip) и сети на чипах – NoC (Network on Chip). Теоретические исследования по данному направлению могут дать новые результаты для интеллектуализации транспортной системы.

Инь и янь сетей коммутации пакетов являются величины *h* и *r*.

1. *Клейнрок Л.* Вычислительные сети с очередями. – М.: Мир, 1979. – 400 с.
2. *Дэвис Д.* Вычислительные сети и сетевые протоколы. – М.: Мир, 1979. – 563 с.
3. *Алишов Н.И.* Адаптивный стековый алгоритм универсального множественного доступа в распределенных системах и сетях компьютеров // УСиМ. – 2004. – № 2. – С. 59–72.

Получено 02.04.2004