

В. И. Куц, С. Б. Полотняк (г. Киев)

Структурно-статистическая модель твердого сплава с повреждениями

Предложен подход к построению микромеханической теории прочности твердых сплавов, основанный на сочетании структурного моделирования и статистической теории экстремальных значений. Проведены вычислительные эксперименты на структурной модели с целью построения континуальной теории накопления повреждений в твердом сплаве и уточнения параметров, входящих в критерии прочности и долговечности твердосплавных изделий. Установлена взаимосвязь между введенным параметром микроповрежденности и критерием статической прочности Писаренко-Лебедева. Обсуждены возможности усовершенствования предложенной теории и ее применения при практических расчетах твердосплавных изделий на прочность и долговечность.

Ключевые слова: *твердый сплав, структурное моделирование, локальные напряжения, накопление повреждений, разрушение, прочность, статистический подход.*

Введение. Традиционный подход к оценке прочности и долговечности изделий из твердого сплава предполагает проведение численного анализа их термонапряженного состояния (с учетом геометрии, условий нагружения, механических свойств твердого сплава, масштабного фактора и т. д.) на макроуровне, с характерным размером порядка 1 см [1—4]. Для такого исследования необходима достоверная информация о физико-механических и прочностных свойствах используемого в изделии твердого сплава, однако ее получение затруднено рядом причин. Во-первых, твердый сплав ввиду высоких механических и прочностных свойств является очень сложным объектом для экспериментального исследования. Во-вторых, для твердого сплава имеет место обусловленный наличием микродефектов разброс свойств от образца к образцу и связанный с этим масштабный эффект. В-третьих, свойства твердых сплавов являются структурно-чувствительными и зависят от особенностей исходного сырья, технологии изготовления и последующей обработки (см., например, [5]). Эти и другие подобные факторы приводят к тому, что имеющиеся в литературе данные для формально одного и того же материала, но полученные разными авторами на различном оборудовании и с использованием разных методик, оказываются не только различными, но зачастую просто несопоставимыми.

В связи с этим возникает необходимость в разработке структурной модели твердого сплава, которая бы обеспечивала получение согласованного набора механических и прочностных характеристик с учетом особенностей микроструктуры конкретного материала. Такая модель является микроуровневой, с характерным размером порядка величины карбидного зерна (~ 1 мкм). В [6—10] предложены структурные модели, являющие собой представительный объем композита и обеспечивающие адекватную оценку упругих свойств, деформационной кривой и локальных напряжений в твердом сплаве с учетом

структуры, геометрии зерен WC и т.д. Такие же модели могут быть использованы для исследования процесса накопления повреждений в структуре твердого сплава при условии задания соответствующего (силового или деформационного) критерия поврежденности материалов фаз и межфазных границ. Формулировка такого критерия должна основываться на физических процессах, протекающих на более низком, а именно, субмикроруровне ($\ll 1$ мкм). Таким образом, в общем случае мы имеем дело с трехуровневой моделью. Согласно [11], макро- и микроуровни есть объект механики деформируемого твердого тела, тогда как субмикроруровень является пограничной областью между физикой твердого тела и механикой сплошной среды.

Для однофазных материалов микроуровень, по существу, совпадает с макроуровнем и, таким образом, потребность в его рассмотрении отсутствует. Напротив, для композитных материалов — и, в частности, для твердых сплавов — микроуровень является важным, если не решающим, в формировании механических и эксплуатационных свойств. Как известно, в композите стохастической структуры локальные деформации и напряжения являются случайными функциями пространственных координат. При этом локализация и уровень максимумов напряжений являются структурно-чувствительными, а уровень микроповрежденности и предел прочности определяются максимальными локальными напряжениями, а не их средними значениями. Поэтому надежное прогнозирование зарождения и развития повреждений предполагает:

- использование геометрической модели, близкой по статистическим (стереологическим) параметрам к структуре реального материала;
- адекватный анализ напряженного состояния модельной структуры;
- применение вероятностного формализма для исследования корреляции между статистическими параметрами микроструктуры и полями локальных напряжений.

Существующие в настоящее время микромеханические теории прочности структурно-неоднородных материалов (напр., [12]) используют, как правило, критерий вида

$$\Phi(\langle \sigma_{ij} \rangle, \langle \varepsilon_{ij} \rangle, \dots) = \sigma^* , \quad (1)$$

аргументами которого являются макроскопические (средние по фазам или по композиту в целом) напряжения: для их вычисления применяют стандартные подходы математической статистики. В этом смысле (1), пользуясь терминологией механики композитов, представляет собой теорию “эффективного” поля. Вполне очевидно, что такой подход не в состоянии учесть порождаемую неоднородностью материала концентрацию локальных напряжений, ответственную за развитие микроповрежденности. Теория, которая бы обладала способностью учета данного эффекта (и могла бы называться по аналогии теорией “локального” поля) должна базироваться на анализе максимальных локальных напряжений

$$\max \Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \dots) = \sigma^* \quad (2)$$

и применении специальных вероятностных методов, а именно статистической теории экстремальных значений.

Статистика экстремальных значений и ее применение к построению теории прочности композитных материалов. Статистическая теория экстремальных значений, первое систематическое изложение которой дано Гум-

белем [13], является одним из активно развивающихся разделов теории вероятности. В настоящее время имеется обширная библиография как по математическим аспектам теории, так и по ее применению в различных областях, включая науку, технику, климатические явления, экономику, финансы, социологию и т.д. Типичная задача статистики экстремальных значений состоит в нахождении вероятности

$$\Pr[\xi \geq C], \quad \xi = \max(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (3)$$

где X_i — одинаково распределенные случайные величины, а C — некоторое пороговое значение. Чисто математическая, на первый взгляд, проблема имеет весьма важный практический смысл. В качестве простейшего примера положим, что C есть прочность опоры моста, а X_i — случайная нагрузка на опору: в этом контексте задача (3) имеет прямое отношение к оценке надежности конструкции. Как показано в [11], множество практически важных задач, связанных с оценкой надежности конструкций, сооружений, материалов может быть рассмотрено с позиций статистической теории экстремальных значений.

Одним из центральных результатов данной теории есть теорема о трех типах асимптотических распределений [14, 15]. Ее утверждение состоит в том, что функция распределения экстремальных значений множества независимых равномерно распределенных случайных величин должна принадлежать одному из трех типов:

$$\text{Гумбеля (для всех } x) \quad \Pr[X \leq x] = \exp\{-\exp[-(x - \mu)/\sigma]\}; \quad (4)$$

$$\text{Фреше} \quad \Pr[X \leq x] = \begin{cases} 0, & x < \mu; \\ \exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\xi}\right], & x \geq \mu; \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Вейбулла} \quad \Pr[X \leq x] = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{\xi}\right], & x \leq \mu; \\ 1, & x > \mu. \end{cases} \quad (6)$$

Важно отметить, что все три типа распределений были установлены независимо эмпирическим путем и широко используются в частности, при анализе хрупкой и усталостной прочности конструкционных материалов. Теорема (4)—(6) подтверждает фундаментальный характер этих распределений и служит, по существу, их теоретическим обоснованием.

Заметим, что задачи типа (3), естественным образом возникающие при исследовании локальных повреждений в композитных материалах стохастической структуры, до недавнего времени были рассмотрены лишь в работах Болотина (например, [11]), основанных на весьма приближенной оценке локальных напряжений в композите. Необходимым условием успешного применения обсуждаемой теории является сочетание статистического анализа с адекватной структурной моделью композита и детальным анализом ее напряженного состояния. Так, в [16—19] с использованием строгих математических методов проведен статистический анализ максимальных напряжений на границах раздела волокно—матрица неупорядоченного волокнистого стеклопластика, максимальных окружных напряжений в пористом материале и коэффициентов интенсивности напряжений в трещиноватом теле. Как оказалось, во всех трех случаях распределение указанных экстремальных параметров следует приведенным выше асимптотическим законам, что является

подтверждением применимости статистической теории экстремальных значений к анализу полей локальных напряжений в композите стохастической структуры. В данной работе этот же подход систематически применен при исследовании статистики концентрации локальных напряжений в вольфрам-мокобальтовых твердых сплавах.

Деформационная кривая и параметр поврежденности твердого сплава (модельный эксперимент для ВК15). Следуя [7], в качестве двумерной геометрической модели (представительного объема) твердого сплава взят фрагмент микрошлифа реального твердого сплава (рис. 1, *a*), т. е. информация о микроструктуре использована в максимальной степени. Общепринятым критерием выбора представительного объема в механике композитов является условие эргодичности: он должен быть достаточно большим, чтобы обеспечивать независимость результатов (в данном случае — статистических распределений) от конкретной реализации структуры. При этом количество карбидных зерен в пределах представительного объема не связано с их абсолютным размером. Равным образом, постановка задачи не содержит параметра длины в явном виде, средний размер зерен карбидной фазы учитывали лишь косвенным образом, через их предел текучести, определяемый согласно [20].

Следующими шагами в формировании геометрической модели твердого сплава является сканирование и цифровая обработка выделенного фрагмента структуры для создания его геометрического образа в виде совокупности точек, линий и площадей. Эти данные, в свою очередь, являются исходной информацией для построения конечноэлементной модели с соответствующим назначением материальных атрибутов [7—9]. Математическая модель представляет собой краевую задачу теории упругопластичности в предположении обобщенной плоской деформации представительного объема твердого сплава (см. рис.1, *б*): как показано, например, в [10], такая постановка обеспечивает наилучшее соответствие экспериментальным данным. При численном анализе математической модели использованы созданные в Институте сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины пакеты прикладных программ Конплас и Термомеханика 2, реализующие модифицированный метод начальных напряжений с пошаговым итерационным алгоритмом [21—22].

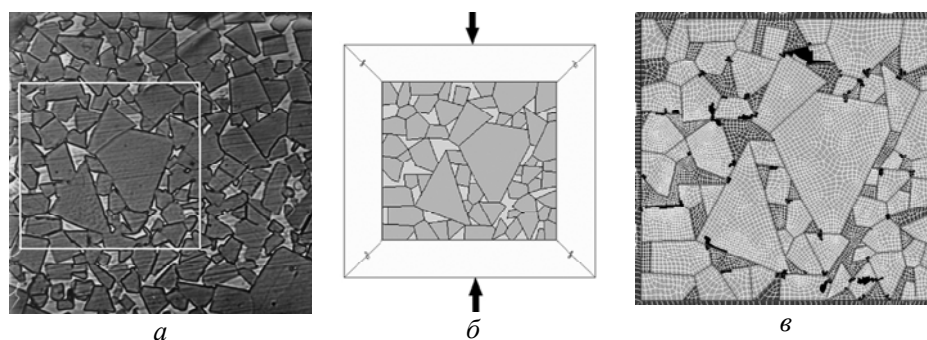


Рис. 1. Реальная микроструктура (шлиф) твердого сплава ВК15 (*a*), геометрическая (*б*) и конечноэлементная (*в*) модели мезоэлемента твердого сплава ВК15. Черным цветом (*в*) показаны конечные элементы, поврежденные в процессе деформирования.

Условия нагружения на внешних гранях представительного объема задают таким образом, чтобы обеспечить их плоскопараллельность ($u_i = c_i = \text{const}$

на грани с нормалью $\mathbf{n} = \mathbf{e}_i$) в процессе деформирования, при этом значения параметров c_i определяются суммарными усилиями, приложенными к граням ячейки. Макроскопические напряжения $\bar{\sigma}_{ij}$ определяют путем усреднения по объему ячейки получаемых в результате численного решения краевой задачи полей локальных напряжений. Такая постановка задачи является достаточно общей и позволяет рассматривать механическое поведение модельного материала при произвольной внешней нагрузке, а, следовательно, определить его упруго-пластические свойства.

На рис. 2 представлены расчетные деформационные кривые сплава ВК15 при растяжении и сжатии с учетом его поврежденности. Предполагается, что локальное повреждение происходит только в карбидной фазе при достижении максимальным растягивающим напряжением $s_m^{(q)} = \max_{\mathbf{r} \in V_q} \sigma_1(\mathbf{r})$ в конечном

элементе V_q некоторого критического значения σ_{WC}^* и моделируется снижением жесткости этого элемента. Значение σ_{WC}^* выберем из условия соответствия расчетной деформационной кривой при растяжении экспериментальным данным для стандартного цилиндрического образца диаметром 4 и высотой 12 мм, предел прочности на растяжение которого равен 1,4 ГПа [5]. Такая же прочность достигается в модельном эксперименте при $\sigma_{\text{WC}}^* = 2,3$ ГПа, которое принимаем в качестве параметра нашей модели. При этом надо иметь в виду, что выбранное значение σ_{WC}^* не есть реальная прочность карбидного зерна, поскольку перенос свойства с микро- на макроуровень требует учета уже упоминавшегося масштабного фактора прочности. В то же время, указанный параметр оказывается вполне пригодным для оценки прочности стандартного образца на сжатие. Согласно расчетной кривой (см. рис. 2), предельное сжимающее напряжение составляет 3,45 ГПа, тогда как эксперимент дает значения от 3,4 до 3,6 ГПа. Таким образом, модель корректно предсказывает различие прочностных свойств при растяжении и сжатии без введения дополнительных предположений и имеющих место в литературе по твердым сплавам мнений (например, [23]) о том, что причиной такого различия служат остаточные термические напряжения.

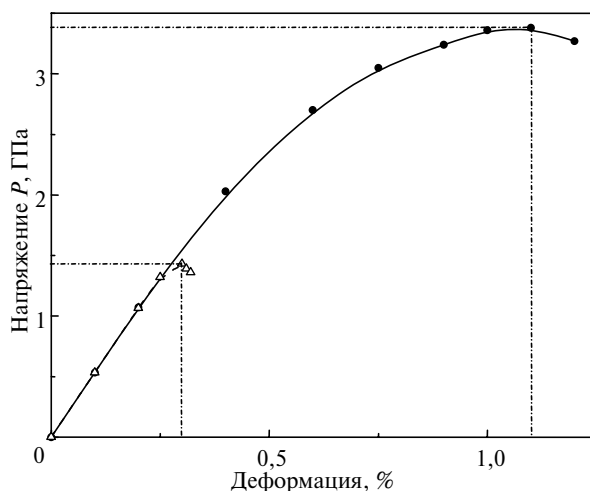


Рис. 2. Деформационные кривые сплава ВК15 при растяжении (Δ) и сжатии (\bullet) (модельный эксперимент).

Этот же численный эксперимент позволяет проследить процесс накопления повреждений в WC-фазе твердого сплава при монотонном нагружении. В качестве меры поврежденности D естественно выбрать удельный объем поврежденных конечных элементов (см. рис. 1, в):

$$D = \sum_q V_q / V_{tot}, \quad (7)$$

где V_{tot} есть полный объем WC-фазы в структурной модели, а суммирование проводят по всем элементам, для которых справедливо неравенство $s_m^{(q)} > \sigma_{WC}^*$. Расчетные зависимости параметра D от деформаций растяжения и сжатия представлены на рис. 3. Из рисунка видно, что приближение деформации к предельной сопровождается быстрым ростом уровня поврежденности. Что весьма важно, значение параметра D , соответствующее предельному состоянию материала, оказывается практически одинаковым ($D = D^* \approx 0,028$) при растяжении и сжатии. Как показывает более детальный анализ, в обоих случаях это значение соответствует этапу нарушения сплошности карбидного каркаса (его наиболее узких и вследствие этого наиболее нагруженных участков) и переноса основной части нагрузки на пластически деформируемую кобальтовую связку, что проявляется также в значительном снижении эффективной жесткости композита. В последующем анализе предельное значение поврежденности D^* рассматриваем как параметр модели, не зависящий от вида нагружения. Как показывают данные вычислительных экспериментов для различных видов нагружения, такое предположение является достаточно оправданным.

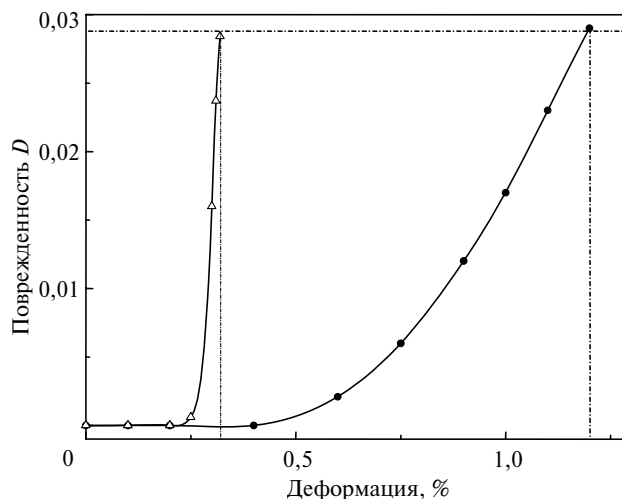


Рис. 3. Рост поврежденности при растяжении (Δ) и сжатии (\bullet) ВК15 (модельный эксперимент).

Статистика максимальных локальных напряжений в карбидной фазе твердого сплава ВК15. Описанный выше вычислительный эксперимент является наиболее информативным с точки зрения анализа механического поведения твердого сплава. В то же время, он достаточно сложен как в плане подготовки исходных данных (особенно геометрической модели), так и в плане реализации, поскольку его проведение требует значительного времени и вычислительных ресурсов. При этом для исследования корреляции между

параметрами модели необходимо проведение серии модельных экспериментов с последующей их статистической обработкой, что многократно увеличивает трудоемкость прямого анализа. С практической точки зрения предпочтительным является построение континуальной теории поврежденности твердых сплавов, которая, базируясь на данных численных расчетов, была бы в то же время достаточно простой для параметрического анализа.

Для формулировки такой теории воспользуемся подходом [16—19], базирующимся на статистической теории экстремальных значений. Он также включает вычислительный эксперимент для представительного объема твердого сплава, однако не предполагает разрушения конечных элементов в явном виде. Вместо этого будем исследовать статистику распределения локальных напряжений в фазах твердого сплава. Как и ранее, предполагается возможность разрушения только в карбидной фазе и только под действием растягивающих напряжений, поэтому статистический анализ напряжений ограничен фазой WC. Включение других фаз, межфазных границ, равно как и других механизмов разрушения, аналогично и следует методике, изложенной ниже.

Прежде всего, построим эмпирическую функцию распределения максимальных локальных напряжений s_m , полученных путем численного решения модельной краевой задачи:

$$\hat{F}(\sigma) = \Pr[s_m < \sigma] = \sum_{q \leq q^*} V_q / V_{tot}, \quad (8)$$

где нумерация элементов выбрана таким образом, что $s_m^{(1)} \leq s_m^{(2)} \leq \dots \leq s_m^{(N)}$, а q^* — количество элементов, для которых справедливо неравенство $s_m^{(q)} < \sigma$. На рис. 4 представлена эмпирическая функция распределения максимального растягивающего напряжения σ_1 при одноосном сжатии. Прежде всего, необходимо отметить близость расчетных зависимостей (8) при одноосном нагружении вдоль разных осей, что свидетельствует о геометрической и физической изотропии выбранной модели равно так и о статистической устойчивости полученных данных. Опыты с другими геометрическими моделями, построенными по аналогии с рис. 1, *a* (и по данным того же шлифа), дали практически те же распределения, что дает основание рассматривать эту модель как представительный объем композита. Анализ показывает также, что использование различного конечноэлементного разбиения модели практически не влияет на результат при условии, что это разбиение обеспечивает корректную оценку напряжений (см. рис. 4). Что важно, эмпирическая функция распределения с хорошей точностью аппроксимируется формулой Гумбеля (4) при $\sigma = 0,347$, $\mu = 0,307$ (сплошная кривая на рис. 4). Это является убедительным свидетельством того, что и в композитах каркасного типа (в частности, в твердых сплавах) распределение локальных концентраций напряжений следует статистике экстремальных значений.

Содержательный анализ приведенных на рис. 4 данных показывает, что при одноосном сжатии твердого сплава в его карбидной фазе имеют место достаточно большие растягивающие напряжения, превышающее в отдельных местах предел прочности на растяжение. Практическая важность такого характера распределения напряжений состоит в том, что оно дает простой способ оценки уровня поврежденности в композите. Действительно, из зависимостей (7) и (8) следует

$$D = \Pr[s_m \geq \sigma_{WC}^*] = 1 - \hat{F}(\sigma_{WC}^*) \quad (9)$$

и из рис. 4 видно, что уже при сжимающем давлении $P = 3$ ГПа возможны локальные повреждения в структуре твердого сплава.

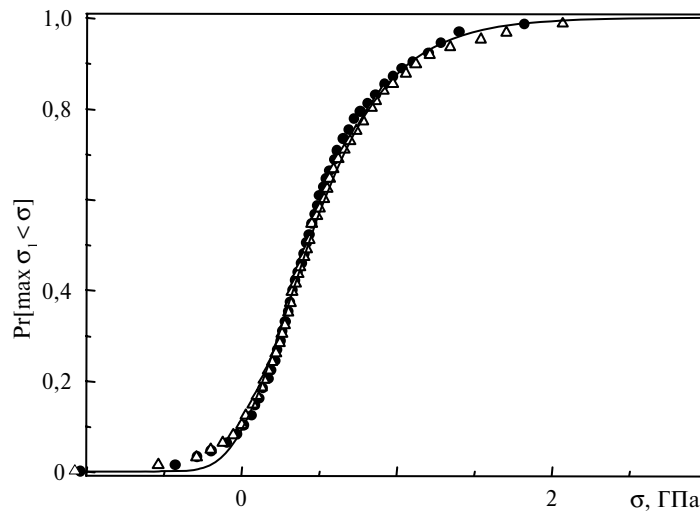


Рис. 4. Распределение главного растягивающего напряжения в WC-фазе твердого сплава при одноосном сжатии давлением $P = 3$ ГПа: грубая (\bullet) и мелкая (Δ) сетки КЭ, распределение Гумбеля (—).

Как показывают расчеты, имеет место эволюция формы функции распределения $\hat{F}(\sigma)$ при монотонном нагружении, что представляется естественным, поскольку инвариантность функции распределения возможна лишь в случае линейно-упругой деформации. В нашем же случае обе фазы композита деформируются упруго-пластически: нелинейность процесса оказывает влияние на абсолютную величину напряжений, однако, как показывает анализ, не изменяет тип их распределения. Это обстоятельство является важным, поскольку оно обеспечивает возможность аналитического описания статистики распределения напряжений во всем диапазоне нагрузок. Более того, оказывается, что тип распределения не зависит также и от способа нагружения, что, с одной стороны, свидетельствует об устойчивости статистического закона, а с другой, дает возможность выбора единой формы аналитической аппроксимации эмпирической функции распределения максимальных напряжений.

Еще один фактор, который необходимо учитывать при анализе напряженного состояния твердого сплава — это остаточные термические напряжения, обусловленные технологией его получения. На рис. 5 (кривая 1) представлена функция распределения главного напряжения σ_1 в карбидной фазе при отсутствии внешней нагрузки. Как видно из рисунка, это напряжение является растягивающим и достигает в максимуме значения 1 ГПа. Этот результат сам по себе представляется достаточно важным, поскольку общепринятой (например, [5, 23]) является точка зрения, что WC-фаза находится в состоянии сжатия, а кобальтовая фаза — в состоянии растяжения. На самом деле, это утверждение верно только в отношении средних по фазам напряжений, которые пригодны для оценки эффективного коэффициента термического расши-

рения, но не микрповрежденности твердого сплава. Кривые 2 и 3 на рис. 5 демонстрируют влияние остаточных термических напряжений на статистику σ_1 в твердом сплаве при одноосном сжатии. Как показывает расчет, в наиболее интересной для нас области максимальных растягивающих напряжений такое влияние практически отсутствует, тогда как в области более умеренных значений σ_1 оно весьма существенно. Причиной тому является пластическое течение кобальтовой фазы, которое приводит к определенной релаксации наиболее высоконагруженных участков твердого сплава. Повторим, что, как правило, максимальные концентрации напряжений наблюдаются в непосредственной близости или непосредственно на границах раздела фаз, и процессы, происходящие в одной из них (пластическое течение или повреждение с потерей жесткости), приводят к изменению напряжений в обеих фазах.

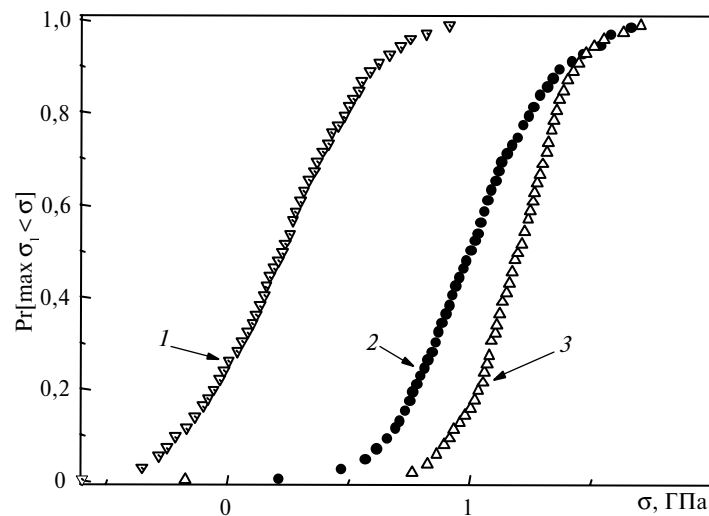


Рис. 5. Влияние остаточных термических напряжений на функцию распределения напряжений в карбидной фазе твердого сплава BK15: 1 — термические остаточные напряжения ($P = 0$, $\Delta T = -700$ °C); 2 — термические остаточные напряжения и одноосное сжатие давлением 1,1 ГПа, $\Delta T = -700$ °C; 3 — одноосное сжатие давлением 1,1 ГПа, $\Delta T = 0$.

Оценка параметра поврежденности при сложном напряженном состоянии. Следующий естественный шаг исследования состоит в параметрическом анализе структурной модели, в частности, ее поведении при сложном напряженном состоянии. Авторы рассматривают макроскопически однородное напряженное состояние, определяемое параметрами, $\bar{\sigma}_{11}$ и $\bar{\sigma}_{22}$, имеющими смысл средних напряжений. Для сравнительного анализа, впрочем, более удобно пользоваться “полярными” координатами в пространстве напряжений, а именно амплитудой P и углом α , где

$$\bar{\sigma}_{11} = P \sin \alpha, \quad \bar{\sigma}_{22} = P \cos \alpha. \quad (10)$$

Поскольку в качестве критерия повреждения карбидной фазы выбрано максимальное растягивающее напряжение, наиболее интересна статистика максимального главного напряжения σ_1 . На рис. 6 представлены результаты анализа влияния амплитуды внешней нагрузки P на функцию распределения $\hat{F}(\sigma)$ для $\alpha = 0$ (одноосное растяжение). Приведенные кривые демонстрируют эволюцию и устойчивость распределения максимальных напряжений с

увеличением нагрузки модельного материала без введения поврежденности конечных элементов, но с учетом их пластической деформации. Аналогичные расчеты проводили также и для ряда других значений α : $-\pi/2 < \alpha < \pi/4$, в частности для $\alpha = -\pi/4$ (чистый сдвиг) и $\alpha = -\pi/2$ (одноосное сжатие). Сравнительный анализ дает отчетливое представление о характере зависимости $\hat{F}(\sigma)$ от исследуемых параметров. Эти данные могут быть использованы для оценки уровня рассеянных повреждений при заданной прочности карбидной фазы, построения изолиний поврежденности (рис. 7) и выбора порогового значения поврежденности, определяющего макроскопическую прочность.

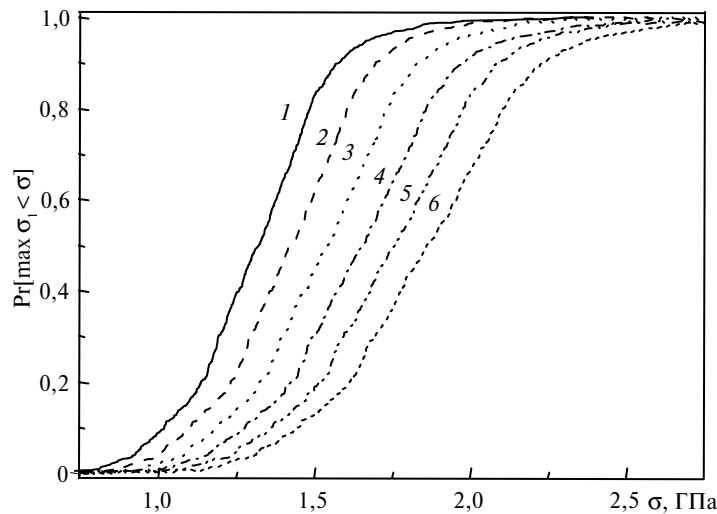


Рис. 6. Функция распределения напряжений в карбидной фазе твердого сплава VK15 при одноосном растяжении: $P = 1,2$ (1), $1,3$ (2), $1,4$ (3), $1,5$ (4), $1,6$ (5), $1,7$ (6) ГПа.

В частности, установлено, что все представленные эмпирические распределения с удовлетворительной точностью могут быть аппроксимированы функцией асимптотического типа

$$F(\sigma, P, \alpha) = [1 + \exp(-k_c(\sigma - \sigma_c))]^{-1}, \quad (11)$$

где

$$\sigma_c(P, \alpha) = x_0(\alpha) + x_1(\alpha)P; \quad k_c(P, \alpha) = y_0(\alpha) + y_1(\alpha)P. \quad (12)$$

С учетом (9), эта же аппроксимация может быть использована и для получения аналитического выражения параметра поврежденности. Подставляя (11) в (9), имеем

$$D(P, \alpha) = 1 - F(\sigma_{WC}^*, P, \alpha) = \frac{\exp(-k_c(\sigma_{WC}^* - \sigma_c))}{1 + \exp(-k_c(\sigma_{WC}^* - \sigma_c))}. \quad (13)$$

Поскольку для D справедлива оценка $D \ll 1$, можно упростить (13) до

$$D(P, \alpha) \approx \exp\{[y_0(\alpha) + y_1(\alpha)P][x_0(\alpha) + x_1(\alpha)P - \sigma_{WC}^*]\}, \quad (14)$$

откуда следует, что предложенная модель прогнозирует экспоненциальный рост поврежденности при монотонном нагружении твердого сплава.

Связь параметра поврежденности с критерием прочности Писаренко-Лебедева. На рис. 7 представлены линии равной поврежденности твердого сплава ВК15, а также имеющиеся экспериментальные данные по его прочности при растяжении и сжатии. Согласно разработанной авторами модели, критическое значение D примерно равно 0,03 (сплошная линия на рис. 7) и, следовательно, может также рассматриваться как предельная (в смысле прочности) поверхность. Как видно из графика, имеет место вполне удовлетворительное согласие расчетных значений с экспериментальными данными [5]: расхождение теоретических и опытных данных не превышает величины разброса последних.

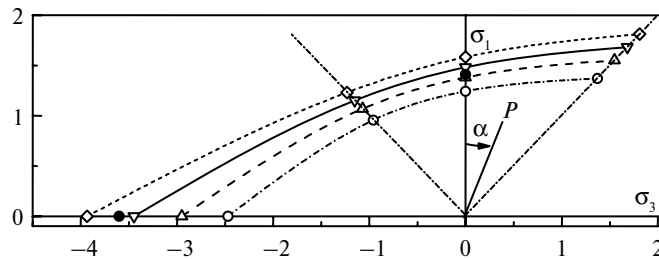


Рис. 7. Изолинии поврежденности твердого сплава ВК15 (0, 15 см³): $D = 0$ (○), 0,01 (Δ), 0,03 (V), 0,06 (◇), данные [5] (●).

По-существу, авторами получен критерий прочности, основанный на строгом микромеханическом анализе локальных напряжений и деформаций. В связи с этим, представляет интерес сравнение предложенной модели с уже существующими теориями статической прочности. В частности, согласно теории Писаренко-Лебедева [24], условие (критерий) разрушения имеет вид

$$\sigma_e = \frac{\chi\sigma_i + (1-\chi)\sigma_1 A^{1-3\sigma_0/\sigma_i}}{\sigma_+} = 1, \quad (15)$$

где σ_e — эквивалентное напряжение, σ_0 — гидростатическое давление, σ_i — интенсивность касательных напряжений, σ_+ и σ_- — пределы прочности на растяжение и сжатие, соответственно, $\chi = \sigma_+ / \sigma_-$ и A — безразмерный параметр гомогенности. Для сплава ВК15 получены значения $\sigma_+ = 1,4$ ГПа, $\sigma_- = 3,5$ ГПа и $\chi = \sigma_+ / \sigma_- = 0,37$.

Что касается параметра A , то его связь со структурой и свойствами материала не установлена и имеются лишь рекомендации по его выбору для разных классов материалов. На рис. 8 представлены расчетные значения P для различных типов нагружения и значений параметра A (15). Как показывает сравнение, значение $A = 1,0$ обеспечивает практическое совпадение (за исключением случая всестороннего растяжения) предельных поверхностей, предсказываемых сравниваемыми подходами. Важно отметить, однако, что использование критерия (15) требует знания *a priori* прочностных свойств материала при растяжении и сжатии, а также надлежащего выбора подгоночного параметра A , тогда как в предлагаемом подходе все входящие в критерий величины определяются из одной модели расчетным путем.

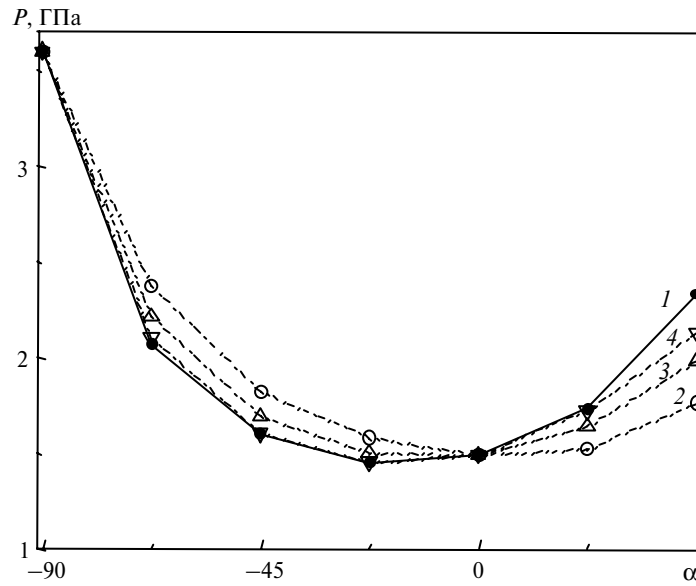


Рис. 8. Сравнение предложенной модели прочности (1) ($D = D^*$ ($\sigma_{WC}^* = 2,3$ ГПа)) с критерием Писаренко-Лебедева ($A = 0,75$ (2), $0,9$ (3), $1,0$ (4)).

Наблюдаемое столь хорошее соответствие сравниваемых критериев позволяет интерпретировать σ_e с позиций поврежденности и наоборот. На рис. 9 приведены зависимости $D(\sigma_e)$ для трех типов макронапряженного состояния. Как следует из (14), эти зависимости имеют экспоненциальный характер, при этом $D(1) = D^*$.

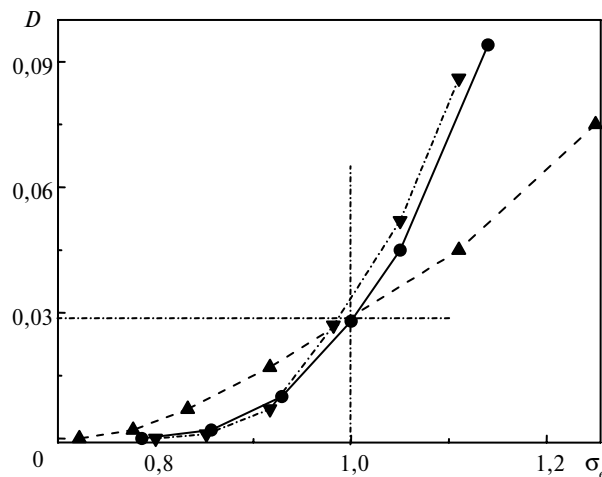


Рис. 9. Связь эквивалентного напряжения σ_e с параметром поврежденности D для $A = 1$: растяжение (●), сжатие (▲), сдвиг (▼).

Практическая значимость нахождения взаимосвязи D и σ_e состоит в следующем. Используемая в [2—4] макроуровневая методика расчета прочности и долговечности высоконагруженных твердосплавных изделий существенно базируется на критерии (15). Установленная авторами корреляция обеспечивает формулировку этой методики в терминах поврежденности материала, а

следовательно, его учет при расчете статической и длительной прочности твердосплавных изделий.

Структурная модель твердого сплава: выводы и возможности обобщения. Представленные результаты статистического исследования полей локальных напряжений в структурной модели твердого сплава позволяют сделать следующие выводы. Во-первых, они свидетельствуют о корректности и сходимости численного метода решения модельной краевой задачи. Во-вторых, они подтверждают адекватность структурной модели, в частности, изотропию как в отношении макроскопических свойств, так и распределения локальных напряжений, а также возможность ее использования в качестве представительного объема материала. Зависимость локальных напряжений от типа и амплитуды внешней нагрузки и остаточных технологических напряжений является нелинейной, однако при этом тип статистического распределения остается неизменным и соответствует положениям статистической теории экстремальных значений.

Не следует упускать из виду, что при формулировке структурной модели сделан ряд упрощающих предположений. Во-первых, используемая геометрическая модель является двумерной и, как следствие, модельная краевая задача упругопластичности рассмотрена в предположении обобщенной плоской деформации. Во-вторых, повреждений возникают только в WC-фазе и только под действием растягивающих напряжений, в соответствии с критерием $\max \sigma_1 = \sigma_{WC}^*$. Далее, параметр поврежденности $D = \Pr[s_m \geq \sigma^*]$ является скалярным и не зависит от истории нагружения, а входящая в условие разрушения макроэлемента критическая поврежденность $D = 1 - F(\sigma^*, P, \alpha) = D^*$ принята константой, не зависящей от типа напряженного состояния.

Как показывает анализ и сравнение с экспериментом, даже в таком приближении модель является достаточно адекватной и обеспечивает получение согласованного набора входных данных для анализа прочности твердосплавных изделий. Вместе с тем, имеются широкие возможности для ее уточнения и усовершенствования. Так, одной из важных проблем при проведении корреляционного анализа структуры и свойств является возможность автоматической генерации геометрических моделей (как двух-, так и трехмерных) структуры твердого сплава с заданными стереологическими характеристиками. Следующей и, вероятно, наиболее важной задачей является формулировка критериев локального повреждения каждой из фаз композита и его межфазных границ. Такое исследование должно быть выполнено на субмикроразмерном уровне и включать в себя, помимо механики сплошной среды, методы физики твердого тела. Третья, и далеко не последняя, возможность усовершенствования модели состоит в уточнении свойств материалов фаз, в частности, учете анизотропии зерен карбидной фазы и их зависимости от масштабного фактора на микроуровне.

Перечисленные выше задачи составляют предмет отдельного исследования. До их проведения для выбора вида зависимости и абсолютного значения параметра прочности σ^* возможно воспользоваться результатами, полученными на основании изложенной выше модели, которая предсказывает близкую к линейной зависимость между пределами прочности твердого сплава на микро- и макроуровнях (см. рис. 10). В формульном выражении

$$\sigma_{+(-, \tau)} = P(\sigma^*, D^*) \approx A_1(\alpha) + A_2(\alpha) \sigma^*, \quad (16)$$

где σ_+ , σ_- и σ_τ — пределы прочности на растяжение ($\alpha = 0$), сжатие ($\alpha = -\pi/2$) и сдвиг ($\alpha = -\pi/4$) соответственно, а

$$\sigma^* = \begin{cases} \text{const} & (\text{для статической прочности}), \\ \sigma^*(N_c, f, \dots) & (\text{для усталостной прочности}). \end{cases} \quad (17)$$

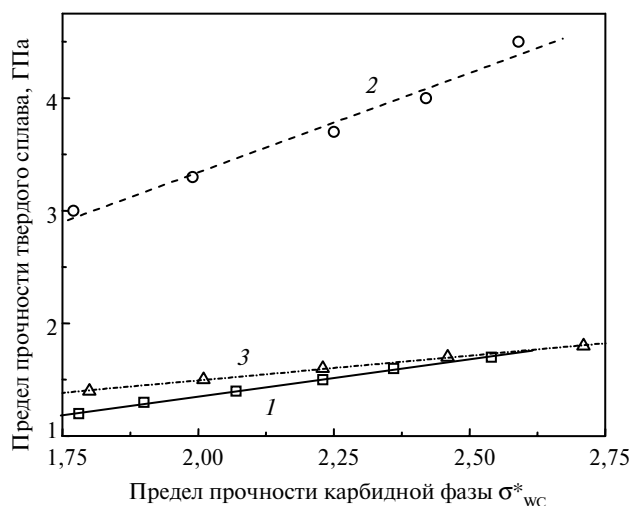


Рис. 10. Связь предела прочности твердого сплава с условным пределом прочности карбидной фазы: 1 — растяжение ($\sigma_+ = -0,05 + 0,65 \sigma_{wc}^*$); 2 — сжатие ($\sigma_- = -0,19 + 1,77 \sigma_{wc}^*$); 3 — сдвиг ($\sigma_\tau = 0,61 + 0,44 \sigma_{wc}^*$).

Соотношения (17) помогают выбрать σ^* путем сравнения с известными данными для макроуровня. В частности, для многоциклового ($N_c \sim 10^6$) режима выражение, описывающее прочность карбидной фазы в процессе циклического нагружения, будет иметь вид степенного закона $\sigma_{wc}^* \sim a_\sigma + b_\sigma N_c^{-1/m}$, тогда как для малоциклового нагружения с параметрами характерными для работы твердосплавных деталей АД имеет место зависимость $\sigma_{wc}^* \approx \sigma_+(1 - m_N \ln N_c)$ [5]. Подстановка этих формул в микромодель делает ее пригодной для расчета структурного элемента на усталостную прочность, а полученные с ее помощью усталостные характеристики твердого сплава обеспечивают расчет ресурса работы твердосплавных изделий при циклическом нагружении.

1. Новиков Н. В., Майстренко А. Л., Кулаковский В. Н. Сопротивление разрушению сверхтвердых композиционных материалов. — Киев: Наук. думка, 1993. — 220 с.
2. Новиков Н. В., Левитас В. И. Конструкционная прочность материалов, чувствительных к масштабному эффекту // Влияние высоких давлений на вещество: В 2 т. Т. 2: Физика и техника деформирования при высоких давлениях / В. И. Зайцев, В. В. Токий, Б. И. Береснев и др. — Киев: Наук. думка, 1987. — С. 71—75.
3. Левитас В. И., Немировский Я. Б., Полотняк С. Б. Конструкционная прочность твердосплавных рабочих элементов деформирующих протяжек // Пробл. прочности. — 1994. — № 12. — С. 62—68.
4. Немировский Я. Б., Деревец Л. И., Полотняк С. Б. Влияние геометрии деформирующего элемента на его прочность // Сверхтв. материалы. — 2004. — № 2. — С. 60—65.
5. Лошак М. Г. Прочность и долговечность твердых сплавов. — Киев: Наук. думка, 1984. — 328 с.

6. Подорога В. А., Кебко В. П., Лошак М. Г. и др. Термические напряжения в твердом сплаве WC—Co после спекания // Пробл. прочности. — 1990. — № 12. — С. 87—93.
7. Лошак М. Г., Полотняк С. Б., Александрова Л. И. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния вольфрамовых твердых сплавов после спекания // Сверхтв. материалы. — 2005. — № 4. — С. 21—31.
8. Лошак М. Г., Полотняк С. Б., Александрова Л. И. Влияние степени смежности карбидной фазы на формирование в твердых сплавах при охлаждении после спекания напряженно-деформированного состояния // Там же. — 2006. — № 1. — С. 30—37.
9. Александрова Л. И., Полотняк С. Б. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния в вольфрамовых твердых сплавах и композиционных сверхтвердых материалах на их основе при охлаждении после спекания // Надтверді матеріали: створення та застосування: Сб. наук. праць. — Київ: ІНМ ім. В. М. Бакуля НАН України, 2007. — С. 50—60.
10. Sadowski T., Nowicki T. Numerical investigation of local mechanical properties of WC/Co composite // Comp. Mater. Sci. — 2008. — 43. — P. 235—241.
11. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. — М.: Машиностроение, 1984. — 312 с.
12. Композиционные материалы: В 8 т. / Под ред. Д. Браутмана, Р. Крока; Пер. с англ. под ред. Г. П. Черепанова. — Т. 5: Разрушение и усталость / Под ред. Д. Браутмана. — М.: Машиностроение, 1978. — 488 с.
13. Gumbel E. J. Statistics of extremes. — New York: Columbia University Press, 1958. — 375 p.
14. Beirlant J., Goegebeur Y., Segers J., Teugels J. Statistics of extremes. Theory and applications. — Chichester: Wiley, 2004. — 522 p.
15. Гнеденко Б. В. Предельные законы для сумм независимых случайных величин // Успехи математических наук. — 1944. — № 10. — С. 115—165.
16. Kushch V. I., Shmegeera S. V., Mishnaevsky L. Jr. Meso cell model of fiber reinforced composite: interface stress statistics and debonding paths // Int. J. Solid. Struct. — 2008. — 45. — P. 2758—2784.
17. Kushch V. I., Shmegeera S. V., Mishnaevsky L. Jr. Stress concentration and effective stiffness of aligned fiber reinforced composite with anisotropic constituents // Ibid. — 2008. — 45. — P. 5103—5117.
18. Kushch V. I., Sevostianov I., Mishnaevsky L. Jr. Effect of crack orientation statistics on effective stiffness of microcracked solid // Ibid. — 2009. — 46. — P. 1574—1588.
19. Kushch V. I., Shmegeera S. V., Sevostianov I. SIF statistics in micro cracked solid: effect of crack density, orientation and clustering // Int. J. Eng. Sci. — 2009. — 47. — P. 192—208.
20. Головчан В. Т. О вычислении диаграмм деформирования двухфазных керметов // Пробл. прочности. — 2006. — № 3. — С. 99—111.
21. Полотняк С. Б. Методика чисельного моделювання процесів мартенситних фазових перетворень у малих обсягах матеріалів при деформуванні на алмазних ковадлах // Сверхтв. материалы. — 2008. — № 2. — С. 13—28.
22. Визначення залежності міцності та тріщиностійкості нових надтвердих композиційних матеріалів, твердих сплавів та функціональної кераміки від їх складу та структури: (Звіт про НДР) / Ін-т надтвердих матеріалів НАН України. — № ГР 0106U002393. — Київ, 2008. — 227 с.
23. Панов В. С., Чувилін А. М., Фальковский В. А. Технология и свойства спеченных твердых сплавов и изделий из них: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд. доп. и перераб. — М.: МИСИС, 2004. — 464 с.
24. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. — Киев: Наук. думка, 1976. — 416 с.

Ин-т сверхтвердых материалов
им. В. Н. Бакуля НАН Украины

Поступила 06.02.09