інтегрування $\mathcal{J}_{\rho,\mu}$ збігаються відповідно з операторами звичайного диференціювання D та звичайного інтегрування $\mathcal{J}$. Тому це твердження буде правильним і для операторного рівняння виду $T\mathcal{J}^n = D^n T$. Таким чином, ми одержали узагальнення основного результату з [11], оскільки в [11] правильність відповідної формули (5) встановлено при допущенні, що область G є опуклою.

1. *Köthe G.* Dualität in der Funktionentheorie // J. reine und angew. Math. – 1953. – **191**. – S. 30–49.
2. *Delsartes J., Lions J. L.* Transmutations d'operateurs differentieles dans le domaine complexe // Comment. Math. Helv. – 1957. – **32**, No 2. – S. 113–128.
3. *Нагнибида Н. И.* К вопросу об изоморфизмах аналитического пространства, перестановочных со степенью оператора дифференцирования // Докл. АН СССР. – 1966. – **167**, № 6. – С. 1230–1233.
4. *Гельфонд А. О., Леонтьев А. Ф.* Об одном обобщении ряда Фурье // Мат. сб. – 1951. – **29(71)**, № 3. – С. 477–500.
5. *Нагнибида Н. И., Фишман К. М.* О базисе из обобщенных первообразных // Сиб. мат. журн. – 1965. – **6**, № 4. – С. 944–946.
6. *Коробейник Ю. Ф.* Об операторах обобщенного дифференцирования, применимых к любой аналитической функции // Изв. АН СССР. Сер. матем. – 1964. – **28**, № 4. – С. 833–854.
7. *Братищев А. В.* О линейных операторах, символ которых является функцией произведения своих аргументов // Докл. АН. – 1999. – **365**, № 1. – С. 9–12.
8. *Моржаков А. В.* Представление оператора обобщенного дифференцирования в одном классе односвязых областей // Вестн. ДГТУ. – 2006. – **6**, № 1. – С. 10–16.
9. *Кирютенко Ю. А.* Об операторах обобщенного интегрирования, аналитически продолжимых из нуля // Изв. высш. учеб. заведений. Матем. – 1975. – № 7(158). – С. 47–53.
10. *Dimovski I. H.* Convolutional calculus. Ser. Math. and appl. – 1990. – Vol. 43. – 208 p.
11. *Лінчук Ю. С.* Зображення розв'язків одного інтегро-диференціального операторного рівняння // Укр. мат. журн. – 2007. – **59**, № 1. – С. 136–139.

*Чернівецький національний університет
ім. Юрія Федьковича*

Надійшло до редакції 16.04.2008

УДК 517.988

Член-кореспондент НАН України **В. Л. Макаров, І. І. Демків**

Новий клас інтерполяційних інтегральних ланцюгових дробів

An interpolation integral chain fraction for a given nonlinear functional on the continual knot set is constructed. It is a natural generalization of the interpolation chain fraction.

Інтегральні інтерполяційні ланцюгові дроби (ІІЛД) вперше були введені в роботі [1]. Для функціоналів $F\colon L_1(0,1) \to R^1$ вони мають вигляд

$$Q_n^I(x(\cdot);F) = F(x_0(\cdot)) + \int\limits_0^1 \frac{K_1^I(z_1)[x(z_1)-x_0(z_1)]dz_1}{1+\int\limits_{z_1}^1 \frac{K_2^I(\vec{z}^{\,2})[x(z_2)-x_1(z_2)]dz_2}{1+\ddots}}, \qquad (1)$$

де $x_i(z) \in L_1(0,1)$, $i = \overline{0,n}$, — вузли інтерполяції, а ядра $K_i^I(\vec{z}^{\,i}) \equiv K_i^I(z_1, z_2, \ldots, z_i)$ визначаються за формулами

$$
\begin{aligned}
&K_1^I(z_1) = -[x_1(z_1) - x_0(z_1)]^{-1} \frac{\partial}{\partial z_1} F(x_0(\cdot) + H(\cdot - z)(x_1(\cdot) - x_0(\cdot)),\\
&K_2^I(\vec{z}^{\,2}) = -[x_1(z_2) - x_2(z_2)]^{-1} \frac{\partial}{\partial z_1} F(x^1(\cdot, z_1)) \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{\partial}{\partial z_1} F(x^2(\cdot, \vec{z}^{\,2})) \right)^{-1},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&K_p^I(\vec{z}^{\,p}) = -[x_{p-1}(z_p) - x_p(z_p)]^{-1} \times\\
&\qquad \times \frac{\partial}{\partial z_{p-1}} \left(\frac{\partial}{\partial z_{p-2}} \left(\cdots \left(\frac{\partial}{\partial z_1} F(x^{p-1}(\cdot, \vec{z}^{\,p-1})) \right)^{-1} \cdots \right)^{-1} \right)^{-1} \times\\
&\qquad \times \frac{\partial}{\partial z_p} \left(\frac{\partial}{\partial z_{p-1}} \left(\cdots \left(\frac{\partial}{\partial z_1} F(x^p(\cdot, \vec{z}^{\,p})) \right)^{-1} \cdots \right)^{-1} \right)^{-1}, \qquad p = 3, 4, \ldots.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

У [1] доведено, що визначення ядер за формулами (2) є необхідною умовою, щоб інтегральний ланцюговий дріб (ІЛД) (1) був інтерполяційним на континуальній множині вузлів

$$
\begin{aligned}
&x^n(z, \vec{\xi}^{\,n}) = \sum_{i=1}^{n} H(z - \xi_i)[x_i(z) - x_{i-1}(z)],\\
&\vec{\xi}^{\,n} = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi^n) \in \overline{\Omega_n} = \{\vec{z}^{\,n} \colon 0 \leqslant z_0 \leqslant z_1 \leqslant \cdots \leqslant z_n \leqslant 1\}.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Достатні умови інтерполяційності інтегрального дробу (1) з ядрами (2) були знайдені у роботі [2], і вони формулюються таким чином: для того щоб ІЛД (1), (2) був інтерполяційним на континуальній множині вузлів (3), для заданого функціонала $F(x(\cdot))$, тобто щоб виконувалась умова

$$
F(x^n(\cdot, \vec{\xi}^{\,n})) = Q_n^I(x^n(\cdot, \vec{\xi}^{\,n}); F), \qquad \forall\, \vec{\xi}^{\,n} \in \overline{\Omega_n},
\tag{4}
$$

достатньо, щоб виконувалось правило підстановки

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial F(x_0(\cdot) + H(\cdot - z_1)(x_1(\cdot) - x_0(\cdot)) + H(\cdot - z_2)(x_2(\cdot) - x_1(\cdot)))}{\partial z_1} \right]_{z_2 = z_1} =\\
&\qquad = \frac{x_1(z_1) - x_0(z_1)}{x_2(z_1) - x_0(z_1)} \frac{\partial}{\partial z_1} F(x_0(\cdot) + H(\cdot - z_1)(x_2(\cdot) - x_0(\cdot))).
\end{aligned}
\tag{5}
$$

ІЛД (1), (2) при виконанні функціоналом правила підстановки (5) мають властивість збереження інтегрального ланцюгового дробу. Це означає: для будь-якого ІЛД

$$
Q_m(x(\cdot)) = K_0 + \int_0^1 \cfrac{K_1(z_1)[x(z_1) - x_0(z_1)]dz_1}{\cfrac{\ddots}{1 + \int_{z_{m-1}}^{1} K_m(\vec{z}^{\,m})[x(z_m) - x_{m-1}(z_m)]dz_m}}
\tag{6}
$$

має місце співвідношення

$$Q_n^I(x(\cdot);Q_m) \equiv Q_m(x(\cdot)) \qquad \forall\, x(z) \in L_1(0,1), \quad \text{якщо} \quad m \leqslant n. \tag{7}$$

Ця властивість подібна до властивості збереження полінома інтерполяційним функціональним многочленом

$$P_n^I(x(\cdot),F) = F(x_0(\cdot)) + \int\limits_0^1 p_1^I(z_1)[x(z_1)-x_0(z_0)]dz_1 + \\ + \cdots + \int\limits_0^1 \int\limits_{z_1}^1 \cdots \int\limits_{z_{n-1}}^1 p_n^I(\vec{z}^{\,n}) \prod_{i=1}^n [x(z_i)-x_{i-1}(z_i)]dz_i, \tag{8}$$

з ядрами

$$p_k^I(\vec{z}^{\,k}) = (-1)^k \prod_{i=1}^k [x_i(z_i)-x_{i-1}(z_i)]^{-1} \cdot \frac{\partial^k}{\partial z_1 \cdots \partial z_k} F(x^k(\cdot,\vec{z}^{\,k})). \tag{9}$$

Але ІЛД (1), (2) має, у порівнянні з інтерполяційним поліномом (8), (9), одну ваду. Якщо у (8), (9) покласти $x_i(z) \equiv x_i = \text{const}$, $i = \overline{0,n}$, $x(z) \equiv x = \text{const}$, то поліном (8), (9) перейде в класичний інтерполяційний поліном Ньютона для функції однієї змінної. У той же час ІЛД не перейде в інтерполяційний ланцюговий дріб для функції однієї змінної. Щоб позбутися цієї вади, введемо в розгляд інший клас ІЛД, у якому будемо шукати інтерполяційний дріб.

Позначимо через Q_n клас n-поверхових ІЛД вигляду

$$Q_n(x(\cdot)) = K_0 + \int\limits_0^1 \cfrac{K_1(z_1)[x(z_1)-x_0(z_1)]dz_1}{1 + \cfrac{\int_0^1\int_{z_1}^1 K_2(\vec{z}^{\,2}) \prod_{i=1}^2 [x(z_i)-x_{i-1}(z_i)]dz_i}{\ddots \over 1+\int_0^1\int_{z_1}^1 \cdots \int_{z_{n-1}}^1 K_n(\vec{z}^{\,n}) \prod_{i=1}^n [x(z_i)-x_{i-1}(z_i)]dz_i}}. \tag{10}$$

Ядра ІЛД (10) будемо шукати з умови, щоб цей дріб був інтерполяційним на континуальній множині вузлів (3).

Має місце

Теорема 1. *Для того щоб ІЛД* (10) *був інтерполяційним для гладкого функціонала* $F(x(\cdot))\colon Q[0,1] \to R^1$ *на континуальній множині вузлів* (3), *необхідно, щоб його ядра визначались за формулами*

$$K_p^I(\vec{\xi}^{\,k}) = (-1)^p \prod_{i=1}^p [x_i(\xi_i)-x_{i-1}(\xi_i)]^{-1} \frac{\partial^p}{\partial \xi_1 \cdots \partial \xi_p} \times$$

$$\times \frac{\int\limits_0^1 \int\limits_{z_1}^1 \cdots \int\limits_{z_{p-2}}^1 K_{p-1}^I(\vec{z}^{\,p-1}) \prod\limits_{i=1}^{p-1} [x^p(z_i, \vec{\xi}^{\,p}) - x_{i-1}(z_i)] dz_i}{\dfrac{\int\limits_0^1 \cdots \int\limits_{z_{p-3}}^1 K_{p-2}^I(\vec{z}^{\,p-2}) \prod\limits_{i-1}^{p-2} [x^p(z_i, \vec{\xi}^{\,p}) - x_{i-1}(z_i)] dz_i}{\dfrac{\ddots}{\dfrac{\int_0^1 K_1^I(z_1)[x^p(z_1, \vec{\xi}^{\,p}) - x_0(z_1)] dz_1}{F(x^p(\cdot, \vec{\xi}^{\,p})) - F(x_0(\cdot))} - 1}} - 1} - 1, \quad p = 2, 3, \ldots, n, \tag{11}$$

$$K_1^I(\xi_1) = -[x_1(\xi) - x_0(\xi)]^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} F(x_0(\cdot) + H(\cdot - \xi_1)(x_1(\cdot) - x_0(\cdot))).$$

Теорема 2. *Для того щоб ІЛД* (10) *з ядрами, що визначаються формулами* (11), *був інтерполяційним для гладкого функціонала* $F(x(\cdot))\colon Q[0,1] \to R^1$ *на континуальній множині вузлів* (3), *достатньо, щоб функціонал* $F(x(\cdot))$ *задовольняв правило підстановки* (5).

Умови, які треба накласти на функціонал $F(x(\cdot))$, щоб він задовольняв правило підстановки (5), наводяться в нижченаведеному твердженні.

Теорема 3. *Для того щоб гладкий функціонал* $F(x(\cdot))\colon Q[0,1] \to R^1$ *задовольняв правило підстановки* (5), *необхідно та достатньо, щоб для нього мало місце зображення*

$$F(x(\cdot)) = F(u_0(\cdot)) - \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial z_1} F(u_0(\cdot) + H(\cdot - z_1)(u_1(\cdot) - u_0(\cdot))) \frac{x(z_1) - u_0(z_1)}{u_1(z_1) - u_0(z_1)} dz_1 +$$

$$+ \int\limits_0^1 \int\limits_{z_1}^1 \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial z_2} F(u_0(\cdot) + H(\cdot - z_1)(u_1(\cdot) - u_0(\cdot)) + H(\cdot - z_2)(x(\cdot) - u_1(\cdot))) \times$$

$$\times \frac{x(z_1) - u_0(z_1)}{u_1(z_1) - u_0(z_1)} dz_2 dz_1. \tag{12}$$

Доведення теорем 1–3 проводиться аналогічно тому, як доводились відповідні твердження для ІЛД вигляду (2), (3) у роботах [1, 2].

Знайдемо тепер, якого вигляду набуває ІЛД (10), (11), якщо $x_i(z) \equiv x_i = \text{const}$, $i = \overline{0, n}$, $x(z) \equiv x = \text{const}$. Після нескладних перетворень одержуємо

$$Q_n^I(x) = F(x_0) + \frac{(x - x_0) q_1}{1 - \dfrac{\prod\limits_{i=1}^{2} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \left[\frac{x_1 - x_0}{x_2 - x_0} - q_2\right]}{1 - \dfrac{\prod\limits_{i=1}^{3} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \left[\prod\limits_{i=1}^{2} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_3 - x_{i-1}} - q_3\right]}{\dfrac{\ddots}{1 - \prod\limits_{i=1}^{n} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \left[\prod\limits_{i=1}^{n-1} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_n - x_{i-1}} - q_n\right]}}}}, \tag{13}$$

де

$$q_1 = F_{01}, \qquad q_2 = \frac{x_1 - x_0}{x_2 - x_0} \frac{F_{01}}{F_{02}}, \qquad q_3 = \frac{\left[\dfrac{x_1 - x_0}{x_2 - x_0} - \dfrac{F_{01}}{F_{02}}\right]}{1 - \dfrac{F_{01}}{F_{03}}},$$

$$
q_k = \cfrac{\prod\limits_{i=1}^{k-2} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{k-1} - x_{i-1}} - q_{k-1}}{1 - \cfrac{\prod\limits_{i=1}^{k-2} \frac{x_k - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \left[\prod\limits_{i=1}^{k-3} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{k-2} - x_{i-1}} - q_{k-2}\right]}{1 - \cfrac{\prod\limits_{i=1}^{k-3} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_k - x_{i-1}} \left[\prod\limits_{i=1}^{k-4} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{k-3} - x_{i-1}} - q_{k-3}\right]}{\ddots \cfrac{}{1 - \cfrac{\prod\limits_{i=1}^{2} \frac{x_k - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \left[\prod\limits_{i=1}^{1} \frac{x_i - x_{i-1}}{x_k - x_{i-1}} - q_2\right]}{1 - \frac{q_1}{F_{0k}}}}}}}, \qquad k = 4, 5, \ldots, n. \tag{14}
$$

Тут використано позначення $F_{0k} = \dfrac{F(x_k) - F(x_0)}{x_k - x_0}$, $k = 1, 2, \ldots$.

Має місце

Теорема 4. *Ланцюговий дріб* (13), (14) *є інтерполяційним для функції* $F(x)\colon [a, b] \to R^1$ *з вузлами* $x_i \in [a, b]$, $i = \overline{0, 1}$.

Доведення здійснюється через перевірку виконання умов інтерполяції.

$$
F(x_i) = Q_n^I(x_i), \qquad i = \overline{0, n}. \tag{15}
$$

Отже, поставлена на початку роботи задача про побудову ІЛД такого, щоб він був природним узагальненням інтерполяційного ланцюгового дробу для функції однієї змінної, розв'язана.

На цьому шляху виникає задача побудови узагальнення інтерполяції функції багатьох змінних гіллястими ланцюговими дробами на випадок інтерполяції нелінійних функціоналів від багатьох змінних.

Не наводячи повний розв'язок поставленої задачі, що буде предметом наступних публікацій, вкажемо на один з можливих підходів, використовуючи який можна досягти мети.

Розглянемо задачу інтерполювання нелінійних функціоналів від двох змінних

$$
F(x(\cdot), y(\cdot))\colon Q[0, 1] \times Q[0, 1] \to R^1
$$

інтегральними гіллястими ланцюговими дробами (ІГЛД) з двома гілками, що відповідає кількості змінних у функціоналі. При цьому залишаємо вимогу, щоб вузли інтерполяції були континуальними.

Обмежимось найпростішим випадком, коли кількість поверхів дорівнює двом. Будемо шукати інтерполяційний ІГЛД $Q_2^I(x(\cdot), y(\cdot))$ у класі дробів вигляду

$$
Q_2(x(\cdot), y(\cdot)) = K_0 + \int\limits_0^1 K_1(z_1)[x(z_1) - x_0(z_1)]dz_1 \times
$$

$$
\times \left\{1 + \int\limits_0^1 \int\limits_{z_1}^1 K_2(\vec{z}^2) \prod_{i=1}^{2} [x(z_i) - x_{i-1}(z_i)] dz_i + \right.
$$

$$
\left. + \int\limits_0^1 \int\limits_0^1 K_{1,1}(\vec{z}^2)[x(z_1) - x_0(z_1)][y(z_2) - y_0(z_2)] dz_2 dz_1 \right\}^{-1} +
$$

$$+\int\limits_0^1 M_1(z_1)[y(z_1)-y_0(z_1)]dz_1\Bigg\{1+\int\limits_0^1\int\limits_{z_1}^1 M_2(\vec{z}^{\,2})\prod_{i=1}^{2}[y(z_i)-y_{i-1}(z_i)]dz_i+$$

$$+\int\limits_0^1\int\limits_0^1 K_{1,1}(\vec{z}^{\,2})[x(z_1)-x_0(z_1)][y(z_2)-y_0(z_2)]dz_2dz_1\Bigg\}^{-1}. \qquad (16)$$

Має місце

Теорема 5. *Для того щоб ІГЛД* (16) *був інтерполяційним для функціонала* $F(x(\cdot),y(\cdot))$ *на континуальній множині вузлів*

$$\begin{aligned}&(x^2(z,\vec{\xi}^{\,2}),y_0), \qquad (x_0,y^2(z,\vec{\eta}^{\,2})), \qquad (x^1(z,\xi_1),y^1(z,\eta_1)),\\ &0\leqslant\xi_1\leqslant\xi_2\leqslant1, \qquad 0\leqslant\eta_1\leqslant\eta_2\leqslant1,\end{aligned} \qquad (17)$$

необхідно, а при виконанні правила підстановки по кожній із змінних функціонала $F(x(\cdot),y(\cdot))$ *достатньо, щоб ядра дробу* (16) *визначались за формулами*

$$\begin{aligned}
&K_0=F(x_0(\cdot),y_0(\cdot)), \qquad K_1(\xi_1)=-\frac{\partial}{\partial\xi_1}F(x_1(\cdot,\xi_1),y_0(\cdot)),\\
&M_1(\eta_1)=-\frac{\partial}{\partial\eta_1}F(x_0(\cdot),y^1(\cdot,\eta_1)), \qquad K_2(\vec{\xi}^{\,2})=\prod_{i=1}^{2}[x_i(\xi_i)-x_{i-1}(\xi_i)]^{-1}\times\\
&\quad\times\frac{\partial^2}{\partial\xi_1\partial\xi_2}\frac{\int_{\xi_1}^{\xi_2}K_1(s)[x_1(s)-x_0(s)]ds+\int_{\xi_2}^{1}K_1(s)[x_2(s)-x_0(s)]ds}{F(x^2(\cdot,\vec{\xi}^{\,2}),y_0(\cdot))-F(x_0(\cdot),y_0(\cdot))},\\
&M_2(\vec{\eta}^{\,2})=\prod_{i=1}^{2}[y_i(\eta_i)-y_{i-1}(\eta_i)]^{-1}\frac{\partial^2}{\partial\eta_1\partial\eta_2}\times\\
&\quad\times\frac{\int_{\eta_1}^{\eta_2}M_1(s)[y_1(s)-y_0(s)]ds+\int_{\eta_2}^{1}M_1(s)[y_2(s)-y_0(s)]ds}{F(x_0(\cdot),y^2(\cdot,\vec{\eta}^{\,2}))-F(x_0(\cdot),y_0(\cdot))},\\
&K_{1,1}(\xi_1,\eta_1)=[x_1(\xi_1)-x_0(\xi_1)]^{-1}[y_1(\eta_1)-y_0(\eta_1)]^{-1}\frac{\partial^2}{\partial\xi_1\partial\eta_1}\times\\
&\quad\times\frac{\int_{\xi_1}^{1}K_1(s)[x_1(s)-x_0(s)]ds+\int_{\eta_2}^{1}M_1(s)[y_1(s)-y_0(s)]ds}{F(x^1(\cdot,\xi_1),y^1(\cdot,\eta_1))-F(x_0(\cdot),y_0(\cdot))}.
\end{aligned} \qquad (18)$$

Наслідок 1. *Покладемо у формулах* (16), (18) $x(z)\equiv x=\mathrm{const}$, $x_i(z)\equiv x_i=\mathrm{const}$, $y(z)\equiv y=\mathrm{const}$, $y_i(z)\equiv y_i=\mathrm{const}$, $i=0,1,2$, *тоді ІГЛД* (16), (18) *перейде у звичайний* *гіллястий ланцюговий дріб, що інтерполює функцію від двох змінних*

$$
\begin{aligned}
Q_2^I(x,y) = F(x_0,y_0) - {}&\frac{x-x_0}{x_1-x_0}[F(x_0,y_0)-F(x_1,y_0)] \times \\
&\times \left\{1 - \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_1-x_0)(x_2-x_1)}\left[\frac{x_1-x_0}{x_2-x_0} + \frac{F(x_0,y_0)-F(x_1,y_0)}{F(x_2,y_0)-F(x_0,y_0)}\right] - \right.\\
&\quad \left. - \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{(x_1-x_0)(y_1-y_0)}\left[1 + \frac{2F(x_0,y_0)-F(x_1,y_0)-F(x_0,y_1)}{F(x_1,y_0)-F(x_0,y_0)}\right]\right\}^{-1} - \\
&- \frac{y-y_0}{y_1-y_0}[F(x_0,y_0)-F(x_0,y_1)] \times \\
&\quad \times \left\{1 - \frac{(y-y_0)(y-y_1)}{(y_1-y_0)(y_2-y_1)}\left[\frac{y_1-y_0}{y_2-y_0} + \frac{F(x_0,y_0)-F(x_0,y_1)}{F(x_0,y_2)-F(x_0,y_0)}\right] - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{(x_1-x_0)(y_1-y_0)}\left[1 + \frac{2F(x_0,y_0)-F(x_1,y_0)-F(x_0,y_1)}{F(x_1,y_1)-F(x_0,y_0)}\right]\right\}^{-1}. \qquad (19)
\end{aligned}
$$

Слід зауважити, що інтерполяційний дріб (19) відрізняється від інтерполяційних гіллястих ланцюгових дробів, запропонованих у [3, 4].

Зауваження 1. Іншим шляхом одержання ІЛД для функціоналів від багатьох змінних є використання операції суперпозиції. А саме, якщо через $Q_n^I(x(\cdot),F)$ позначено ІЛД (10), (11) для функціонала $F(x(\cdot))$, то для функціонала $F(x(\cdot),y(\cdot),\ldots,w(\cdot))$ ІЛД задається суперпозицією $Q_n^I(w(\cdot),\ldots,Q_n^I(y(\cdot),Q_n^I(x(\cdot),F))\ldots)$.

Причому інтерполяційні умови виконуються на континуальній множині вузлів

$$x^n(z,\vec{\xi}^{\,n}), \quad y^n(z,\vec{\eta}^{\,n}), \quad \ldots, \quad w^n(z,\vec{\upsilon}^{\,n}), \quad \vec{\xi}^{\,n}, \quad \vec{\eta}^{\,n}, \quad \ldots, \quad \vec{\upsilon}^{\,n} \in \overline{\Omega_{\vec{\alpha}^n}}.$$

1. *Михальчук Б. Р.* Інтерполяція нелінійних функціоналів за допомогою інтегральних ланцюгових дробів // Укр. мат. журн. – 1999. – **51**, № 3. – С. 364–375.
2. *Макаров В. Л., Хлобистов В. В., Михальчук Б. Р.* Інтерполяційні інтегральні ланцюгові дроби // Укр. мат. журн. – 2003. – **55**, № 4. – С. 479–488.
3. *Кучминская Х. И.* Об интерполяционной формуле для функций двух переменных // Цепные дроби и их приложения. – Киев: Изд. Ин-та математики АН УССР, 1976. – С. 26–29.
4. *Скоробогатько В. Я.* Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – Москва: Наука, 1983. – 312 с.

Інститут математики НАН України, Київ

Надійшло до редакції 07.04.2008