

УДК 530.152.15

УЧЕТ ЯВЛЕНИЯ ГИСТЕРЕЗИСА ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

И.С.Петухов, канд.техн.наук,
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.

Проведен анализ моделей одномерного гистерезиса в ферромагнитной среде и сформулированы критерии разрешимости задачи моделирования методом конечных элементов периодического электромагнитного поля при использовании метода временных гармоник. Сделаны допущения для математической модели двумерного электромагнитного поля в ферромагнитной среде, учитывающей потери на гистерезис при симметричном перемагничивании. Библ. 2, рис. 1.

Ключевые слова: ферромагнитная среда, гистерезис, метод конечных элементов.

Учет явления гистерезиса в алгоритмах моделирования электромагнитного поля возник уже давно и остается в настоящее время актуальной задачей, направленной на создание автоматизированных средств исследования и проектирования устройств, содержащих ферромагнетики. Всем электромагнитным устройствам, элементы конструкции которых содержат железо, присущи свойства, определяемые такими явлениями как намагниченность, гистерезис, вихревые токи. В моделировании намагниченности, в том числе нелинейной, и вихревых токов в настоящее время достигнуты достаточные успехи. Так, можно констатировать, что во всех известных специализированных программных средствах задачи, учитывающих нелинейность ферромагнитной среды и наличие вихревых токов в ней, формулируются идентично, и решение может быть получено с заданной точностью (естественно, ограниченной техническими возможностями). В то же время, в научной среде продолжают исследования и предлагаются новые модели, описывающие явление гистерезиса, и позволяющие учитывать его в различных режимах работы электромагнитных устройств [1].

Можно выделить несколько направлений в моделировании явления гистерезиса. Это создание моделей, одновременно учитывающих наличие вихревых токов и гистерезиса; моделей, разделяющих эти два явления и учитывающих их по отдельности. В самостоятельное направление можно выделить работы, посвященные моделированию магнитной вязкости различной природы, которая влияет на характеристики процесса проявления гистерезиса. Первое направление следует отнести к методам приближенного учета, который, хотя и бывает плодотворным, но не может быть признан точным. Третье направление требует весьма сложных исследований и проявляется, как правило, при повышенных частотах изменения поля. Поэтому ограничимся рассмотрением проблемы моделирования гистерезиса в переменных полях низкой частоты при наличии вихревых токов в ферромагнетике.

В работе [2] приведена математическая модель, позволяющая учесть несинусоидальную форму временных зависимостей векторов электромагнитного поля в электропроводящей ферромагнитной среде. В настоящей работе описывается алгоритм учета явления гистерезиса при несинусоидальном изменении индукции и напряженности в двумерном периодическом электромагнитном поле. В дополнение к этому предположим, что поле создается синусоидальной во времени МДС либо образовано синусоидальным магнитным потоком, т.е. на полупериоде имеется по одному интервалу возрастания и убывания поля. Предположение о таком характере изменения поля позволяет сформулировать основное ограничение модели, а именно: процесс перемагничивания протекает только по симметричным циклам. Это позволяет для исследования ограничиться наиболее простыми моделями симметричных петель [1]. Второе допущение предполагает, что ферромагнитная среда является изотропной.

Ввиду симметричного процесса перемагничивания при заданных параметрах основной кривой намагничивания и предельных петель частная петля определяется максимальным значением магнитной индукции B_{mp} . Тогда нелинейную зависимость вектора напряженности магнитного поля H от вектора магнитной индукции B можно записать в виде

$$H = H (B, B_{mp}, \text{sign}(dB/dt)) \cdot \quad (1)$$

При использовании метода временных гармоник в конечноэлементной модели [2] для нахождения вектора невязки и элементов матрицы Якоби необходимо вычислять как саму напряженность поля, так и ее производные, причем по каждой из пространственных составляющих. Ввиду того, что на каждой итерации решение в узлах конечноэлементной сетки определяется в виде отрезка тригонометрического полинома, дополнительные величины – максимальное значение индукции на частном цикле и знак его производной – легко определяются. Однако особенности метода временных гармоник вызывают необходимость сделать еще одно предположение. На рисунке жирной линией представлен частный цикл перемагничивания при «грубом» представлении процесса во времени лишь первой и третьей временными гармониками. На представленной там же временной зависимости магнитной индукции жирной штриховой линией выделен «провал», который должен привести к появлению несимметричной петли в процессе перемагничивания. Эта частная несимметричная петля показана на графике также жирной штриховой линией. Для устранения противоречия со сделанными ранее предположениями о характере процесса перемагничивания изменим зависимость (1) так, чтобы сохранить монотонность на временном полупериоде в определении знака производной. Для этого будем определять знак

производной только по первой гармонике поля. Это однозначно обеспечит условие протекания модельного процесса по симметричному циклу. В результате для пространственных составляющих напряженности магнитного поля выражение (1) запишется в виде

$$H_y = H_y(B_x, B_y, \text{sign}(dB_1/dt)); \quad (2)$$

$$H_x = H_x(B_x, B_y, \text{sign}(dB_1/dt)),$$

что позволит однозначно определить производные их по пространственным составляющим магнитной индукции $\partial H_i / \partial B_j$ ($i = x, y; j = x, y$), входящие в матрицу Якоби [2].

Ещё одним важным вопросом, который необходимо осветить при моделировании двухмерного поля, является учет различий в алгоритме между пульсационным и вращательным перемагничиванием. Известно, что потери на гистерезис и зависимость их от магнитной индукции в этих случаях существенно различны. Отметим, что определение симметричной петли по выражениям (2) дает приемлемый результат в областях, где одна из составляющих поля доминирует, и несколько завышенный в тех, где характер поля близок к чисто вращательному, а насыщение ферромагнетика достаточно велико. Построение модели, более точно учитывающей эллиптический или

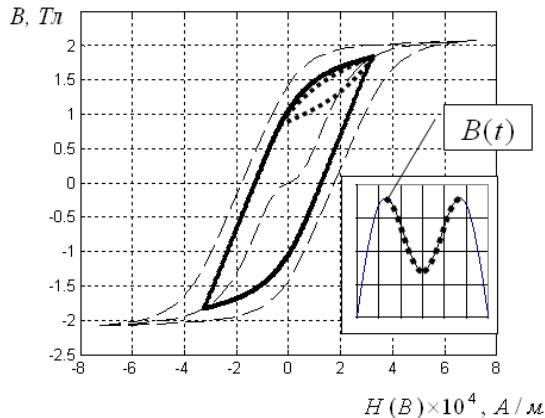


Рис.

вращательный характер изменения поля, выходит за рамки настоящей работы, и может рассматриваться как перспективное направление исследований.

1. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Алгоритмы моделирования гистерезиса в задачах магнетодинамики // Технічна електродинаміка. – 2002. – №5. – С. 7–13.

2. Петухов И.С. Моделирование переменного электромагнитного поля в ферромагнитной проводящей среде методом конечных элементов // Технічна електродинаміка. – 2008. – №4. – С. 18–26.

УДК 530.152.15

ВРАХУВАННЯ ЯВИЩА ГІСТЕРЕЗИСУ ПРИ ЧИСЕЛЬНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ДВОВИМІРНОГО ПЕРІОДИЧНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ У ФЕРОМАГНІТИКУ

І.С.Петухов, канд.техн.наук,

**Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.**

Проведено аналіз моделей одновимірного гистерезису у ферромагнітному середовищі та сформульовано критерії розв'язання задачі моделювання методом скінчених елементів періодичного електромагнітного поля при використанні методу гармонік у часі. Зроблено припущення для математичної моделі двовимірного електромагнітного поля в ферромагнітному середовищі, що враховує втрати на гистерезис при симетричному перемагничуванні. Бібл. 2, рис. 1.

Ключові слова: ферромагнітне середовище, гистерезис, метод скінчених елементів.

CONSIDERATION OF HYSTERESIS PHENOMENA IN NUMERICAL SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL PERIODIC ELECTROMAGNETIC FIELD IN FERROMAGNETIC

I.S.Petukhov,

**Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.**

The analysis of one-dimensional hysteresis models in a ferromagnetic medium was done and solvability criteria for the of the finite element method simulation of a periodic electromagnetic field using the method of time harmonics was formulated. There was made the assumptions for the mathematical model of two-dimensional electromagnetic field in a ferromagnetic medium taking into account the hysteresis losses under symmetrical magnetization. References 2, figure 1.

Key words: ferromagnetic medium, hysteresis, finite element method.

1. Zirka S.E., Moroz Yu.I. The algorithms for modeling of hysteresis in magnetodynamic problems // Tekhnichna elektrodyynamika. – 2002. – №5. – Pp. 7–13. (Rus)

2. Petukhov I.S. Finite element modeling of electromagnetic field in ferromagnetic conductive medium // Tekhnichna elektrodyynamika. – 2008. – №4. – Pp. 18–26. (Rus)

Надійшла 12.01.2012

Received 12.01.2012