

УДК 621.314: 621.391

Ю.Н.Васьковський, докт.техн.наук, Гераскин А.А. (НТУУ “КПІ”, Київ)

## ВИБРОВОЗМУЩАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ В КОРОТКОЗАМКНУТЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВРЕЖДЕНИЙ ИХ КОНСТРУКЦИИ

*Разработана полевая математическая модель для анализа вибровозмущающих сил электромагнитного происхождения в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии повреждений их конструкции. Установлена взаимосвязь между относительным увеличением уровня вибрации двигателя и характером его повреждения, которая положена в основу предлагаемого метода диагностики его технического состояния.*

*Розроблено польову математичну модель для аналізу віброзбуджуючих сил електромагнітного походження в короткозамкнених асинхронних двигунах за наявності ушкоджень їхньої конструкції. Встановлено взаємозв'язок між відносним збільшенням рівня вібрації двигуна і характером його ушкодження, який покладено в основу запропонованого методу діагностики його технічного стану.*

**Введение.** Как правило, повреждение конструкции асинхронного двигателя (АД) сопровождается увеличением уровня и изменением характера его вибрации. Анализ этого изменения позволяет установить не только факт повреждения двигателя, но и провести диагностику его технического состояния – выявить характер возникшего повреждения. Мощные АД (например, двигатели собственных нужд электростанций, тяговые АД) снабжаются стандартными вибродатчиками, которые устанавливаются на статоре в зоне подшипников. Согласно принятым методикам вибрационного контроля в контрольных точках измеряется величина радиально направленной виброскорости в (мм/с).

В соответствии с межгосударственным стандартом ГОСТ 20815-93 [3] критерием для оценки интенсивности вибрации машин с частотой вращения 600 об/мин и выше, является среднее квадратичное значение виброскорости  $v_e$ , которое определяют непосредственно измерением или по результатам спектрального анализа по формуле

$$v_e = \sqrt{\sum_{i=1}^N v_{ei}^2}, \quad (1)$$

где  $v_{ei}$  – среднеквадратичное (действующее) значение виброскорости  $i$ -ой гармоники, полученное при спектральном анализе. Для крупных электрических машин нормального исполнения в жестко закрепленном состоянии при высоте оси вала  $H > 400$  мм предельно допустимое максимальное значение виброскорости равно  $v_{e \max} = 2,8$  мм/с.

В исправном АД реальная величина виброскорости может иметь существенно меньшую величину и даже при появлении начальных дефектов конструкции может не превышать указанного предельно допустимого значения. Однако, для предотвращения дальнейшего развития возникших дефектов с учетом требований к безотказности работы мощных АД требуется выявление дефектов конструкции на ранних стадиях их развития. В общем случае, для вибродиагностики повреждений могут использоваться два метода: метод спектрального анализа (МСА) сигнала вибродатчика, позволяющий выявить изменения в составляющих спектра сигнала и поставить этому изменению в соответствие характер повреждения двигателя; метод суммарных вибраций (МСВ), основанный на оценке изменений величины сигнала датчика, измеряющего в контрольной точке суммарную виброскорость. Наиболее удобным для диагностики является анализ радиальной составляющей виброскорости. С практической точки зрения МСВ является предпочтительным, поскольку не требует использования специальных систем спектрального анализа и позволяет ограничиться штатной системой виброконт-

роля, устанавливаемой на мощных АД. Однако этот метод требует обоснования взаимосвязи относительного увеличения измеряемого сигнала вибродатчика с характером повреждения АД. Такое обоснование с учетом большого числа вариантов возможных повреждений двигателя представляет сложную задачу, которая не может решаться только на основе статистических данных и опыта эксплуатации АД. Эффективное обоснование взаимосвязи относительного увеличения сигнала вибрации и характера повреждения АД возможно только методами математического моделирования. Использование полевых методов анализа электрических машин [1] позволяет построить полевые модели АД с различными дефектами, которые вызывают изменение распределения электромагнитного поля в активной зоне двигателя и характера вибраций. К дефектам, которые могут успешно исследоваться на полевых моделях, относятся часто встречающиеся в мощных АД обрывы стержней ротора, эксцентриситет ротора, нарушение цилиндрической формы поверхности расточки статора и др.

**Математическая модель.** Уравнение для расчета распределения аксиальной пространственной составляющей комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала  $\dot{A}_z$  в поперечном сечении АД в роторной системе координат имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega_1 s \mu \gamma \dot{A}_z = -\mu \dot{J}_{z\text{стор}} + \mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z}, \quad (2)$$

где  $\omega_1$  – угловая частота вращения поля статора,  $s$  – скольжение ротора,  $\mu, \gamma$  – магнитная проницаемость и электропроводность среды;  $\dot{J}_{z\text{стор}}$  – плотность сторонних токов;  $\dot{\varphi}$  – скалярный электрический потенциал. Слагаемое  $\mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z}$  в правой части характеризует источники поля, обусловленные появлением свободных электрических зарядов на торцах ротора из-за возможной несимметричности клетки ротора (в тех случаях, когда моделируется повреждение клетки ротора) [3]. Если рассматриваются повреждения АД, при которых симметрия ротора не нарушается, то  $\mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z} = 0$ . Для несимметричных клеток ротора решение задачи должно удовлетворять следующему условию: сумма интегралов плотностей токов  $j_k$  по сечению всех стержней клетки  $N_R$  должна равняться нулю:

$$\sum_{k=1}^{k=N_R} \int_{S_{Rk}} j_k ds = 0. \quad (3)$$

Уравнение (2) дополняется граничными условиями, которыми являются однородные граничные условия первого рода на внешней границе  $G$  расчетной области:  $\dot{A}_z \Big|_G = 0$ .

Моделируется клетка ротора с поврежденными стержнями заданием значения электропроводности  $\gamma = 0$  в тех пазах, в которых находятся поврежденные стержни. Источниками поля являются плотности сторонних токов в пазах статора, в которых уложены три фазы обмотки статора:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{A\text{стор}} &= I_m u_{II} / S_{II}; & \dot{J}_{B\text{стор}} &= I_m u_{II} [\cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)] / S_{II}; \\ \dot{J}_{C\text{стор}} &= I_m u_{II} [\cos(-4\pi/3) - j \sin(-4\pi/3)] / S_{II}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $I_m$  – амплитуда тока в фазе статора;  $u_{II}$  – число последовательно соединенных проводников в пазу статора;  $S_{II}$  – площадь сечения паза статора.

Расчет сил выполняется с помощью тензора магнитного натяжения. Распределение нормальной и тангенциальной составляющих тензора натяжения на поверхности расточки статора рассчитывается по следующим выражениям [1]:

$$T_n(\alpha) = \frac{1}{2\mu} \cdot [B_n^2(\alpha) - B_\tau^2(\alpha)], \quad T_\tau(\alpha) = \frac{B_n(\alpha) \cdot B_\tau(\alpha)}{\mu}, \quad (5)$$

где  $B_n(\alpha), B_\tau(\alpha)$  – соответственно нормальная и тангенциальная составляющие магнитной индукции в зазоре;  $\alpha$  – угловая координата, измеряемая между двумя радиусами АД, проведенными в пределах

$0 \leq \alpha \leq 2\pi/p$  (в пределах одного периода изменения функций (4));  $p$  – число пар полюсов АД. Математическая модель (2)–(5) решается численно с помощью метода конечных элементов.

Составляющие тензора натяжения имеют размерность поверхностной плотности силы (давления) ( $\text{Н/м}^2$ ), причем радиальная составляющая обуславливает радиальные вибрации статора, а тангенциальная составляющая – колебания вращающего момента. Эпюры распределения магнитной индукции и тензора натяжения вдоль окружности расточки статора имеют сложный вид, обусловленный рядом факторов: зубчатостью поверхностей статора и ротора, дискретным расположением обмоток в пазах, насыщением сердечника. Поэтому для эффективного анализа вибровозмущающих сил целесообразно перейти к их спектральному представлению в виде рядов Фурье. Ограничимся анализом радиальных вибраций статора. Нормальную составляющую тензора разложим в ряд Фурье [4]

$$T_n(\alpha) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} |T_{ni}| \cos(i\alpha + \arg T_{ni}), \quad (6)$$

где  $T_{n0}$  – постоянная составляющая радиальных усилий;  $|T_{ni}|$  – амплитуда  $i$ -ой пространственной гармоники нормальной составляющей тензора  $T_n(\alpha)$ ;  $\arg T_{ni}$  – “начальная фаза”  $i$ -ой гармоники.

С физической точки зрения появление вибраций в статоре обусловлено вращением результирующего магнитного поля двигателя относительно расточки статора с угловой частотой  $\omega_1$ . Тензоры перемещаются вместе с магнитным полем относительно неподвижного статора и вызывают в нем пульсации электромагнитных сил. Каждая гармоника тензора  $T_{ni}(\alpha) = |T_{ni}| \cos(i\alpha + \arg T_{ni})$ , вращаясь относительно статора с угловой частотой  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi n_1 p$ , возбуждает в статоре радиальные вибрации, изменяющиеся во времени с частотой  $f_i = i f_1 = i n_1 p$ , где  $n_1$  – частота вращения поля (об/с),  $i$  – номер гармоники. Например, если  $n_1 p = 50$  Гц и  $i = 2$ , то частота вибраций 100 Гц. Поэтому каждую гармонику тензора можно представить в виде бегущей вдоль поверхности расточки статора волны:

$$T_n(\alpha, t) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} T_{ni}(\alpha, t) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} |T_{ni}| \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})]. \quad (7)$$

Разложение тензора в ряды Фурье (6) или (7) не является единственным вариантом его спектрального представления. При численном расчете поля методом конечных элементов исходная функция тензора определяется в виде дискретного набора значений в узлах сетки конечных элементов, расположенных на поверхности статора. В этих случаях удобно применить быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ), которое связывает дискретное число отсчетов  $N$ , выбранных из исходной непрерывной пространственной эпюры  $T_n(\alpha)$ , с ее эквивалентным представлением в частотной области – частотным спектром  $T_{nN}(i)$ . Формула для БПФ записывается следующим образом:

$$T_{nN}(i) = \sum_{r=0}^{\frac{N-1}{2}} T_n(2r) W_{N/2}^{ir} + W_N^i \sum_{r=0}^{\frac{N-1}{2}} T_n(2r+1) W_{N/2}^{ir}, \quad (8)$$

где  $W_N^{ir} = e^{-j \frac{2\pi ir}{N}}$  – поворачивающий множитель,  $W_N^i = e^{-j \frac{2\pi i}{N}}$ . Математическое и программное обеспечение для БПФ приведено в литературе, например, [4].

Процесс радиальной вибрации в каждой точке расточки статора, вызванный  $i$ -ой гармоникой тензора  $T_{ni}(\alpha, t) = |T_{ni}| \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})]$ , описывается основным уравнением динамики

$$T_{ni}(\alpha, t) = m_e a_{ni}(\alpha, t) = m_e \frac{dv_{ni}(\alpha, t)}{dt}, \quad (9)$$

где  $a_{nk}(\alpha, t)$ ,  $v_{nk}(\alpha, t)$  – соответственно виброускорение и виброскорость, вызванные  $i$ -ой гармоникой тензора;  $m_e$  – приведенная масса статора ( $\text{кг/м}^2$ ), характеризующая способность конструкции сопротивляться действию вибровозмущающих сил. Виброскорость находится из (9) интегрированием с учетом выражения (7) как:

$$v_{ni} = \frac{1}{m_e} \int T_{ni}(\alpha, t) dt = \frac{2|T_{ni}|}{m_e} \int \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})] dt = V_{mni} \sin[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})], \quad (10)$$

где  $V_{mni} = 2|T_{ni}|/m_e\omega_1 i = |T_{ni}|/m_e\pi f_1 i$  – амплитуда  $i$ -ой гармоники виброскорости. Среднеквадратичное (действующее) значение виброскорости  $i$ -ой гармоники определяется как

$$v_{eni} = V_{mni} / \sqrt{2} = |T_{ni}| / m_e \sqrt{2} \pi f_1 i. \quad (11)$$

Среднеквадратичное значение суммарной радиальной виброскорости, обусловленное действием *всех учитываемых гармоник* радиальной составляющей тензора, в соответствии выражением (1) находится по следующей формуле:

$$v_{en} = \frac{1}{m_e \sqrt{2} \pi f_1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{|T_{ni}|}{i} \right)^2}. \quad (12)$$

Для расчета  $v_{en}$  по формуле (12) необходимо знать величину приведенной массы статора  $m_e$ , которая является важным параметром статора, определяющим его массовые и упругие механические свойства. Этот параметр с учетом особой сложности колебательной системы, которую представляет собой шихтованный обмотанный статор АД, практически не поддается расчету. Однако его можно найти из следующих соображений. Пусть бездефектный статор АД в номинальном режиме работы испытывает предельно допустимую по стандартам радиальную вибрацию, которая характеризуется максимальной среднеквадратичной радиальной виброскоростью  $v_{en \max}$ . Выполнив расчет поля, расщепление тензора и его спектральное разложение, из выражения (12) можем найти:

$$m_e = \frac{1}{v_{en \max} \sqrt{2} \pi f_1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{|T_{ni}|}{i} \right)^2}. \quad (13)$$

В дальнейших расчетах найденную по (13) приведенную массу статора  $m_e$  используем как неизменный обобщенный параметр АД.

Последующий этап исследования состоит в построении полевой модели поврежденного АД<sup>(1)</sup>, например, с оборванным стержнем ротора. После расчета распределения тензора натяжения находим по выражению (12) с учетом (13) среднеквадратичное значение радиальной виброскорости  $v_{en}^{(1)}$ , соответствующее возникшему повреждению. При этом, очевидно, окажется, что  $v_{en}^{(1)} > v_{en \max}$ . Введем коэффициент увеличения суммарной вибрации

$$k^{(1)} = v_{en}^{(1)} / v_{en \max}, \quad (14)$$

характеризующий относительное увеличение радиальной виброскорости в измеряемой точке при появлении определенного дефекта. Рассматривая различные варианты повреждений АД, получим таблицу коэффициентов  $\{k^{(m)}\}$ ,  $m = \overline{1, L}$ , где  $L$  – число учтенных повреждений, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие между конкретным повреждением АД и величиной радиальной виброскорости в точке сердечника статора, в которой установлен вибродатчик.

На практике необходимо перейти к оценке увеличения виброскорости в относительных единицах, взяв за базисную единицу реально измеренную величину виброскорости конкретного неповрежденного АД, которая может быть существенно меньше, чем установленная стандартами величина  $v_{en \max}$  (например, 2,8 мм/с). Применение относительных единиц позволяет более обосновано использовать в расчетах значение приведенной массы статора  $m_e$ , рассчитанное по выражению (13) при условии  $v_{en} = v_{en \max}$ . При этом следует подчеркнуть, что на практике предварительно должна быть выполнена процедура разделения источников вибрации: устранены механические и аэродинамические составляющие вибрации и выделены вибрации электромагнитного происхождения [5]. Анализ относительного изменения уровня вибрации электромагнитного происхождения и сопоставление его с полученной таблицей позволяет идентифицировать возникшее повреждение, связанное с деформацией магнитного поля двигателя.

**Результаты моделирования.** Приведем результаты моделирования на примере тягового АД типа СТА-1200, предназначенного для привода электровозов. Двигатель имеет следующие данные: мощность  $P=1200$  кВт; номинальное линейное напряжение  $U_{нф}=1080$  В; номинальный фазный ток  $I_{нф}=452$  А; число полюсов  $2p=6$ ; воздушный зазор  $\delta=2$  мм; число пазов статора и ротора  $Z_1=72$ ,  $Z_2=62$ ; номинальное скольжение  $S=0,01$ ; материал стержней ротора – медь. Численная реализация сформу-

лированной математической модели выполнена с помощью метода конечных элементов в программе COMSOL, а спектральный анализ – в программе MATLAB. Рассмотрены два случая повреждения АД: 1) двигатель имеет относительный эксцентриситет ротора, равный  $\varepsilon=0,52$  ( $\delta_{\max}=2,7$  мм;  $\delta_{\min}=1,3$  мм); 2) в роторе повреждены два рядом лежащих стержня (повреждено 3,2 % от общего количества стержней).

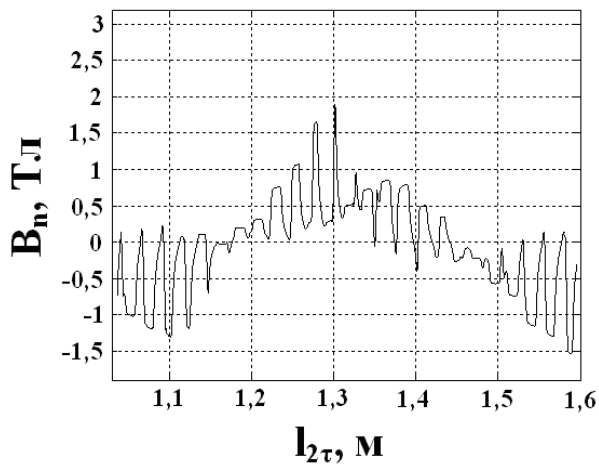
На рис. 1 и рис. 2 показаны распределения нормальной составляющей вектора магнитной индукции в воздушном зазоре и тензора магнитного натяжения на поверхности расточки статора вдоль длины двух полюсных делений  $l_{2\tau}$  для следующих случаев: на рис. 1, а и рис. 2, а изображены графики для неповрежденного АД; на рис. 1, б и рис. 2, б – для двигателя при наличии эксцентриситета  $\varepsilon=0,52$ ; на рис. 1, в и рис. 2, в – для двигателя при наличии двух поврежденных стержней ротора. На рисунках видно существенное возмущение магнитного поля (магнитной индукции) и вибровозмущающих сил (тензора магнитного натяжения) в зоне дефекта конструкции. Так, при эксцентриситете  $\varepsilon=0,52$  амплитуда индукции в дефектном двигателе в зоне минимального зазора возрастает в 1,5 раз, а амплитуда вибровозмущающих сил – в 1,8 раз. При появлении дефекта, связанного с повреждением двух стержней ротора, указанные возмущения индукции и тензора становятся еще более значительными: амплитуда индукции в дефектном двигателе в зоне поврежденных стержней ротора возрастает в 1,7 раз, а амплитуда вибровозмущающих сил – в 2,5 раз.

На рис. 3 показаны спектрограммы тензора магнитного натяжения, полученные в результате разложения в спектр с помощью быстрого дискретного преобразования Фурье (8) приведенных на рис. 2 кривых распределения тензора магнитного натяжения вдоль поверхности расточки статора. Изображенные на рис. 3 спектрограммы характеризуют также и спектр виброускорения, поскольку тензор натяжения и виброускорение связаны между собой линейно в соответствии с выражением (9). Число показанных гармоник равно 30. Гармоники более высокого порядка имеют малое значение. Спектры тензора на рис. 3 (как для неповрежденного АД, так и при его повреждении) содержат большую постоянную составляющую, характеризующую приложенную к статору постоянную силу. Направление действия этой силы определяется двумя различными факторами: во-первых, из-за магнитного притяжения зубцов статора к зубцам ротора на статор действует направленная к центру ротора сжимающая сила; с другой стороны, возникает противоположно направленное электродинамическое усилие отталкивания между токами обмоток статора и ротора. Как показывает анализ, в целом действие первого фактора имеет преобладающее влияние. Тем не менее, на отдельных участках расточки статора, например, при расположении пазов статора напротив пазов ротора, мгновенное усилие отталкивания превышает усилие притяжения, что видно на рис. 2 в виде отрицательных выбросов тензора. Это обстоятельство значительно усложняет спектр тензора магнитного натяжения, наполняя его дополнительными высшими гармониками. Из рис. 3, б, 3, в следует, что при появлении рассматриваемых дефектов АД постоянная составляющая силы на статор возрастает на 10 ... 20 %. В спектрах тензора видна сильная вторая гармоника, создающая вибрации на частоте 100 Гц, а также значительные по величине гармоники с порядками 21 и 24. Появление этих гармоник обусловлено зубчатостью статора и ротора и связано с отношениями  $Z_1 / p$ ,  $Z_2 / p$ .

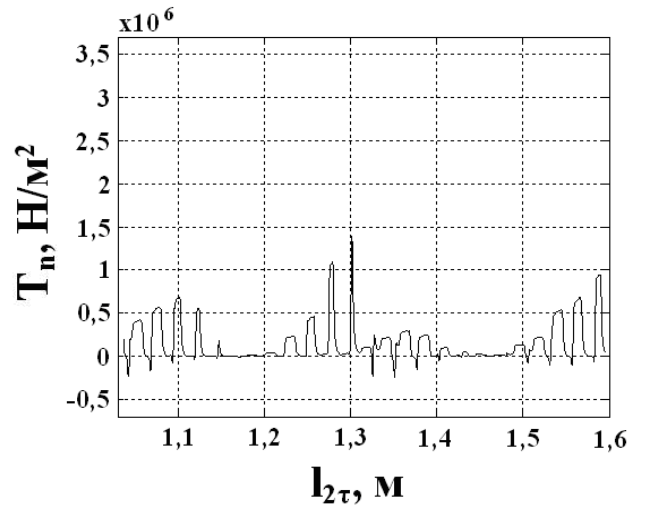
На рис. 4 показаны спектрограммы виброскорости, полученные в результате пересчета изображенных на рис. 3 спектрограмм тензора с помощью выражения (11). Число показанных гармоник виброскорости равно 10, поскольку, как следует из выражения (11), амплитуды гармоник виброскорости быстро убывают с увеличением их порядка. По выражению (13) была рассчитана приведенная масса статора  $m_e$  при условии, что предельно допустимое максимальное значение виброскорости равно  $v_{e\max}=2,8$  мм/с. Приведенная масса составила  $m_e=2,019 \cdot 10^{-7}$  кг/м<sup>2</sup> (на единицу поверхности расточки статора) и в последующих расчетах принималась неизменной.

Спектры виброскорости содержат большую вторую гармонику. Изменения в спектрах виброскорости при возникновении дефектов характеризуются прежде всего появлением значительной “оборотной” гармоники, имеющей порядок 1/3 и вызывающей вибрации статора с частотой 16,6 Гц. Это хорошо видно на рис. 4, в, который соответствует повреждению стержней ротора. Виброскорость на этой гармонике в 1,48 раза превышает виброскорость на второй гармонике и достигает 4,9 мм/с. Появление “оборотной” гармоники обусловлено тем, что поврежденные стержни перемещаются относительно статора с частотой вращения ротора, в данном случае для 6-полюсного АД – с частотой 16,6 об/с. Возникающие при этом вибрации статора по амплитуде модулированы частотой скольже-

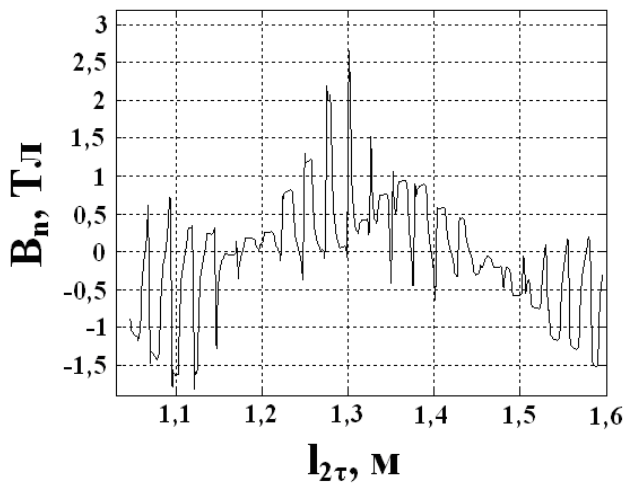
ния ротора, поскольку магнитное поле вращается относительно стержней ротора с частотой скольжения и индуцирует в них соответствующие токи частоты скольжения.



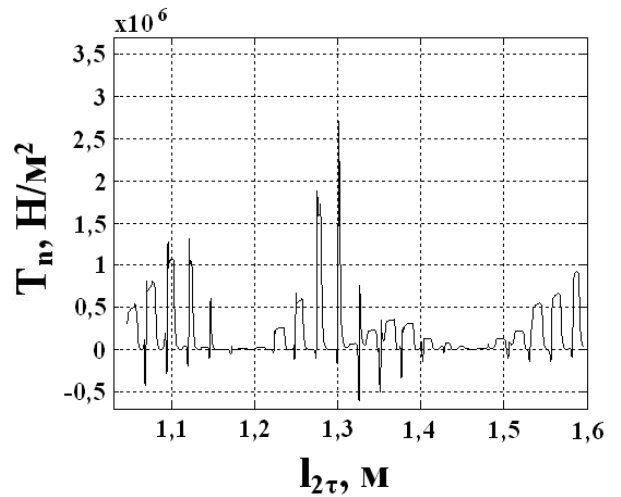
*a*



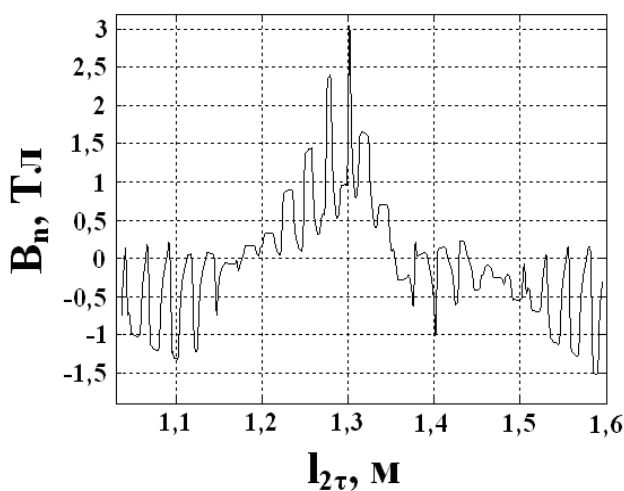
*a*



*б*

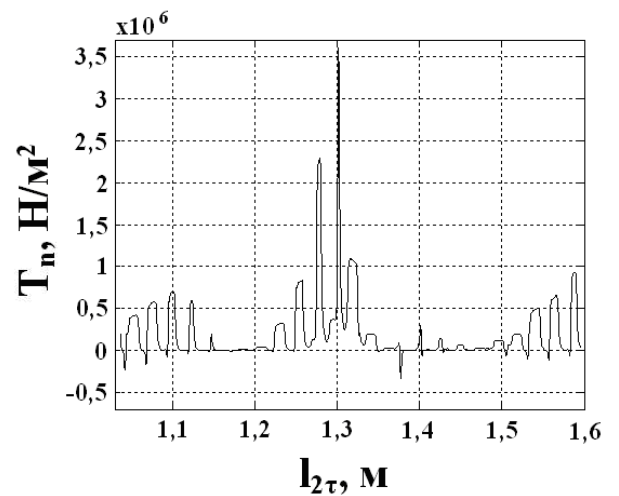


*б*



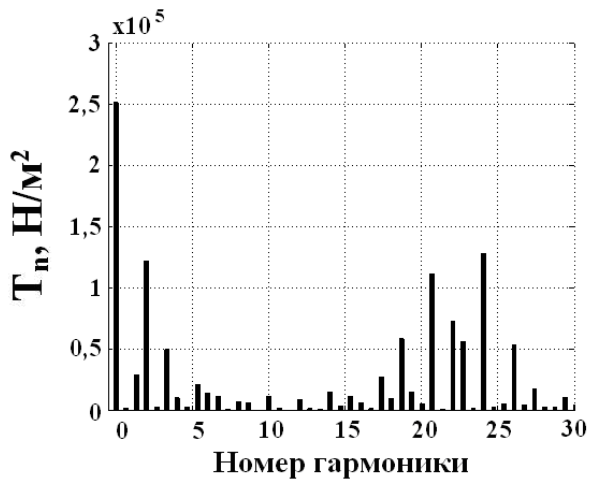
*в*

Рис. 1

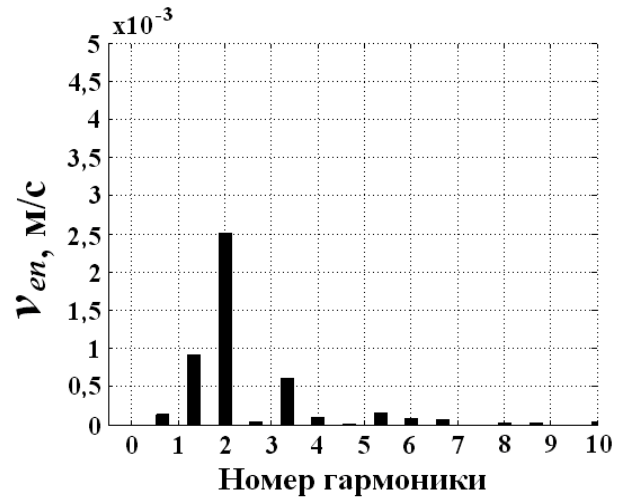


*в*

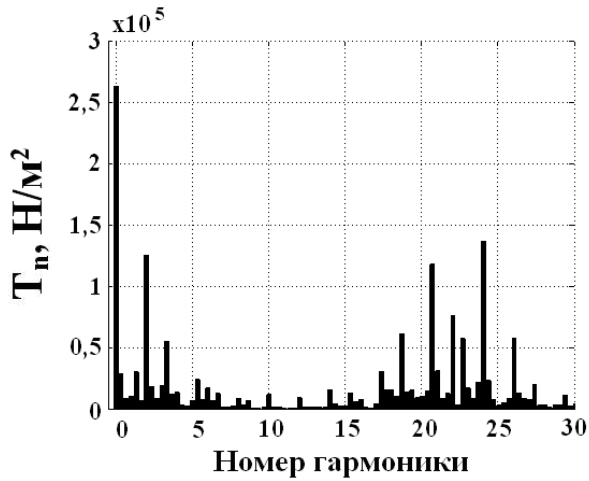
Рис. 2



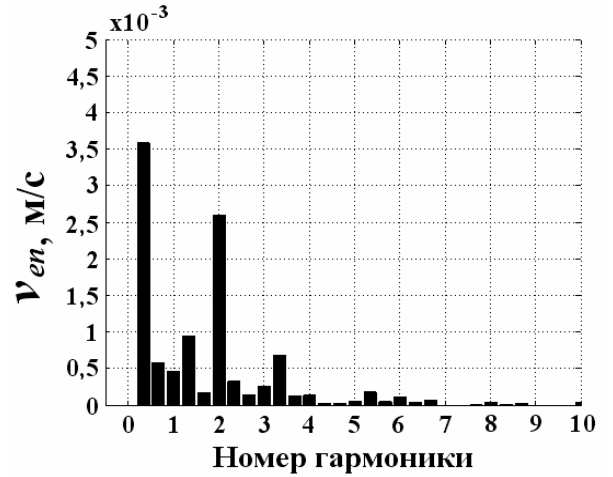
*a*



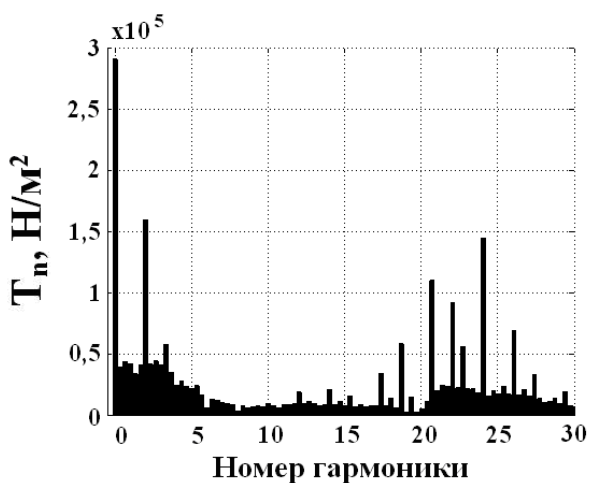
*a*



*б*

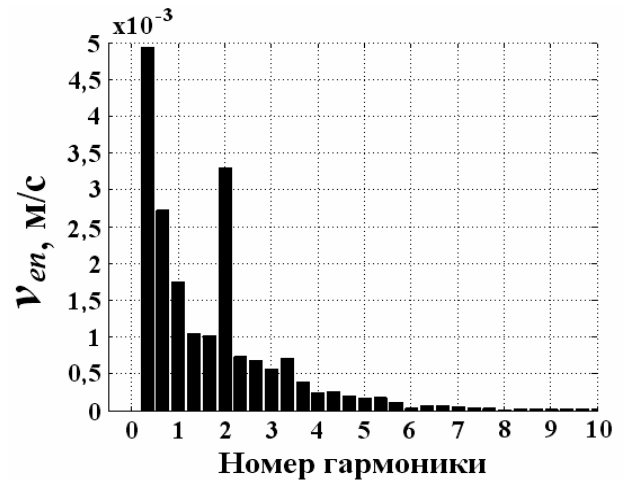


*б*



*в*

**Рис. 3**



*г*

**Рис.4.**

Аналогичные изменения в спектре виброскорости наблюдаются и при статическом одностороннем эксцентриситете ротора (рис. 4, б), который возникает при смещении продольных осей стато-

ра и ротора. При этом модуляции вибраций не происходит, поскольку ротор не содержит поврежденных стержней. Очевидно, что характер и наполнение спектров существенно зависят от характера дефекта двигателя. Например, если два поврежденных стержня расположены не рядом, а на диаметрально противоположных участках ротора, то частота “оборотной” гармоники в спектре удвоится и составит 33,3 Гц, т.к. возмущения магнитного поля над каждой точкой статора будут появляться с удвоенной частотой.

Расчет среднеквадратичного значения суммарной виброскорости по выражению (12) для двух рассмотренных повреждений показал, что по сравнению с исправным тяговым АД коэффициент увеличения суммарной радиальной вибрации возрастает в 1,683 раза при появлении эксцентриситета ротора  $\varepsilon=0,52$ ; и в 2,542 раза – при наличии двух расположенных рядом поврежденных стержней ротора. Такое увеличение уровня вибраций весьма велико и легко фиксируется штатными датчиками виброскорости. При этом, увеличение коэффициента суммарной вибрации достаточно хорошо коррелируется с конкретными видами дефекта АД, что позволяет использовать метод суммарных вибраций для идентификации повреждений при диагностике технического состояния АД.

### **Выводы.**

1. Разработаны математические модели АД, которые позволяют рассчитать вибровозмущающие силы электромагнитного происхождения и определить увеличение уровня радиальной вибрации двигателя при появлении дефекта его конструкции. Показана взаимосвязь относительного увеличения измеряемого сигнала датчика виброскорости с характером повреждения АД.

2. Предложенный метод суммарных вибраций позволяет не только выявить, но и идентифицировать дефекты конструкции АД, ведущие к деформации электромагнитного поля в его активной зоне.

3. Совместный анализ спектра виброскорости и коэффициента увеличения суммарной радиальной вибрации статора мощного АД позволяет повысить достоверность диагностики его технического состояния.

1. *Васьковський Ю.М.* Польовий аналіз електричних машин. – Київ, НГУУ «КП», 2007. – 191 с.
2. *Васьковський Ю.М., Гайдено Ю.А.* Дослідження методами теорії поля характеристик асинхронних двигунів при несиметрії параметрів ротора // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. – №3. – С. 19–22.
3. *Межгосударственный стандарт ГОСТ 20815-93.* Машины электрические вращающиеся. Механическая вибрация некоторых видов машин с высотой оси вращения 56 мм и более // ИПК Издательство стандартов, 1996.
4. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Наука: М., 1977. – 832 с.
5. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
6. *Шубов И.Г.* Шум и вибрация электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 207 с.

Надійшла 23.02.2010

**До уваги читачів!** В журналі "Технічна електродинаміка" №2, 2010 р. було припущено помилку у прізвищі автора О.А.Гераскіна англійською мовою: слід читати О.А.Geraskin.