

Ю.М.Васецкий, докт.техн.наук, И.Л.Мазуренко, канд.техн.наук (Институт электродинамики НАН Украины, Киев)

ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ЛЕНТ

На основе анализа электромагнитных и тепловых процессов высокочастотного индукционного нагрева металлических лент определены безразмерные параметры, позволяющие разработать приближенные математические модели указанных процессов. Для тепловых процессов найдены условия, при которых можно считать, что распределение температуры по толщине ленты однородно, явления теплопроводности вдоль ее поверхности незначительные. На основе конкретных расчетов показана корректность предложенных моделей.

На основі аналізу електромагнітних і теплових процесів високочастотного індукційного нагрівання металевих смуг визначено безрозмірні параметри, які дозволяють розробити наближені математичні моделі зазначених процесів. Для теплових процесів знайдено умови, при яких можна вважати, що розподіл температури по товщині смуги однорідний, а явища теплопровідності вздовж її поверхні незначні. На основі конкретних розрахунків показано коректність запропонованих моделей.

Введение. При использовании индукционного способа термической обработки металлических лент одной из основных задач является обеспечение определенного температурного режима нагрева ленты, перемещающейся в переменном электромагнитном поле индуктора [7]. Нахождение распределения температуры в металлической ленте связано с учетом совместного проявления тепловых и электромагнитных процессов в движущейся электропроводной среде с трехмерной структурой поля. Задача в вычислительном отношении значительно усложняется при необходимости поиска геометрии электромагнитной системы по условию, накладываемому на распределение поля или температуры ленты. Здесь оправданным оказывается использование приближенных асимптотических методов расчета, которые позволяют учесть наиболее существенные геометрические, электро- и теплофизические особенности электромагнитных систем.

В данной работе рассматривается высокочастотный индукционный нагрев электропроводных лент, поэтому принимается, что поле создается индуктором без сердечника, выполненным в виде катушечной рамки в общем случае пространственной конфигурации (рис. 1) [3,5]. Ранее в [3,8] с использованием метода асимптотического разложения для поля, созданного контуром с током над проводящим полупространством, были получены в аналитическом виде оценки геометрических параметров системы при условии равномерного распределения количества тепловой энергии, выделившейся в процессе движения ленты в поле индуктора. Вместе с тем, на распределение температуры

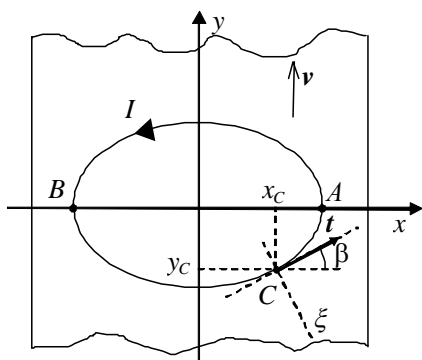


Рис. 1

помимо количества переданного тепла влияют такие факторы как теплопроводность и теплопередача с поверхности излучением. Только в случае незначительного влияния указанных факторов распределение температуры будет определяться величиной переданной тепловой энергии. В данной работе температура ленты считается относительно невысокой, что позволяет не учитывать теплопередачу излучением. Основной целью является анализ электромагнитных и теплофизических параметров электромагнитной системы высокочастотного индукционного нагрева металлических лент для определения возможности использования приближенных математических моделей. При этом помимо электромагнитных параметров основное внимание

уделяется условиям, позволяющим при разработке мате-матических моделей не учитывать явления теплопроводности.

Математическая модель. Считается, что переменное магнитное поле создается контуром с переменным током \dot{I} , расположенным над движущейся со скоростью \mathbf{v} плоской электропроводной лентой толщиной d , обладающей электропроводностью γ и относительной магнитной проницаемостью μ , в которой вследствие протекания вихревых токов выделяется тепловая энергия.

При использовании высоких частот индуцированный ток вследствие поверхностного эффекта распределяется только в тонком поверхностном слое ленты и при выполнении условия

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta}{d} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \ll 1 \quad (\delta - \text{глубина проникновения поля, } \omega - \text{циклическая частота})$$

применима математическая модель индуктора в виде контура с током, расположенного над электропроводным полупространством [1].

Существенное упрощение математической модели может быть получено при выполнении условия малости параметра $\varepsilon_2 = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{\mu}{\omega \mu_0 \gamma}}$, где h – расстояние от точек контура до поверхности раздела

сред. Для немагнитных сред условие малости ε_2 совпадает с условием малости отношения глубины проникновения поля δ к расстоянию h . Для сред с $\mu \gg 1$ данное условие является более жестким. В квазистационарном случае решение для поля над электропроводной средой может быть записано в виде асимптотического ряда, члены которого представляют собой функции от поля линейного тока самого контура или его зеркального отражения от границы раздела сред [2]. С ростом частоты поля влияние старших членов ряда уменьшается и на практике достаточно ограничиться лишь несколькими первыми слагаемыми.

Дальнейшее упрощение расчетной модели связано с удаленностью области, в которой необходимо определять поле, от контура с током. В установках индукционного нагрева индуктор располагают вблизи поверхности металлической ленты и для области пространства вблизи проводника $\varepsilon_3 = d_3/D \ll 1$, где d_3 – расстояние от точек области до проводника, D – характерный размер контура. В этом случае влиянием изгиба проводника можно пренебречь и считать ток направленным вдоль касательной t к контуру (рис. 1), а для описания электромагнитного поля использовать модель локально двумерного поля [4].

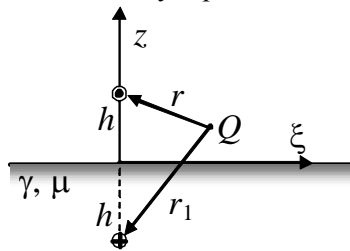


Рис. 2

Так как основной целью работы является оценка параметров нагрева, то для проведения анализа ограничимся первыми членами асимптотического разложения, определяемого по модели локально двумерного поля. Выражения для векторного потенциала \mathbf{A} и индукции магнитного поля \mathbf{B} в точке Q области над электропроводной средой (рис. 2) приближенно будут иметь вид:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 \dot{I} t}{2\pi} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \frac{\mu}{ik} \frac{z+h}{r_1^2} \right),$$

(1)

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_\xi + \mathbf{B}_z = -\frac{\mu_0 \dot{I}}{2\pi} \left\{ \frac{(z+h)\mathbf{e}_\xi - \xi\mathbf{e}_z}{r_1^2} - \frac{(z-h)\mathbf{e}_\xi - \xi\mathbf{e}_z}{r^2} + \frac{2\mu}{ikr_1^4} \left[(\xi^2 - (z+h)^2)\mathbf{e}_\xi + 2\xi(z+h)\mathbf{e}_z \right] \right\}. \quad (2)$$

Здесь r и r_1 – соответственно расстояния от контура и его зеркального отражения до точки Q , $k = \sqrt{-i\omega\mu_0\mu\gamma}$ – волновой параметр среды, i – мнимая единица, координата ξ (рис. 1) отсчитывается в направлении, перпендикулярном к линии проекции контура на плоскую поверхность раздела сред, \mathbf{e}_ξ и \mathbf{e}_z – единичные векторы, причем, $\mathbf{e}_\xi = \mathbf{t} \times \mathbf{e}_z / |\mathbf{t} \times \mathbf{e}_z|$.

Плотность потока электромагнитной энергии p_z внутри металлической поверхности определяется действительной частью компоненты вектора Пойнтинга, нормальной к поверхности ленты

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{H}} = -\frac{i\omega}{\mu_0} \mathbf{A} \times \bar{\mathbf{B}}, \text{ взятого на поверхности раздела сред } z = 0:$$

$$p_z = \text{Re}(-\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{e}_z) = -\text{Re}\left(\frac{i\omega}{\mu_0} A_z \bar{B}_z\right),$$

(3)

где черта над соответствующей величиной обозначает операцию комплексного сопряжения.

Для первого члена разложения в ряд по параметру ε_2 функции $p_z(\xi, 0)$, определяемой по модели локально двумерного поля, с учетом (1) и (2) найдем:

$$P_z = \frac{I^2 \zeta}{\pi^2 h^2} \cdot \frac{1}{(1 + \xi^2 / h^2)^2},$$

(4)

где $\zeta = \sqrt{\omega \mu \mu_0 / 2\gamma}$ – модуль величины поверхностного импеданса.

Выражения (1), (2) и соответственно (4) получены в предположении отсутствия движения электропроводной среды в магнитном поле. Оценим правомерность такого допущения для процессов индукционного нагрева движущейся металлической ленты. Для этого сравним напряженность электрического поля на поверхности раздела сред $z = 0$, обусловленную переменным магнитным полем $\mathbf{E} = -i\omega \mathbf{A}$, где векторный потенциал определен в (1), и напряженность электрического поля, связанную с движением в магнитном поле $\mathbf{E}_v = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Оценку напряженностей полей выполним в случае, когда участок контура параллелен границе раздела сред. Тогда в соответствии с (1) вектор \mathbf{E} имеет только касательную к поверхности составляющую:

$$\mathbf{E}(z = 0) = E_t \mathbf{t} = -\frac{i\sqrt{2}\zeta}{\pi} \frac{h}{\xi^2 + h^2} e^{i\pi/4} \mathbf{t}.$$

(5)

Видно, что E_t принимает максимальное значение $E_{t \max}$ непосредственно под контуром при $\xi = 0$.

Составляющая напряженности электрического поля \mathbf{E}_v , касательная к поверхности, с учетом (2) будет:

$$\mathbf{E}_v(z = 0) = \mathbf{v} \times \mathbf{e}_z B_z(z = 0) = -\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z \frac{i2\sqrt{2}\zeta}{\pi\omega} \frac{\xi h}{(\xi^2 + h^2)^2} e^{-i\pi/4}.$$

(6)

Из последнего выражения видно, что непосредственно под проводником контура $\mathbf{E}_v(\xi, z = 0) = 0$. Напряженность электрического поля, обусловленная движением электропроводной среды в магнитном поле, достигает максимального значения $E_{v \max}$ в точке $\xi_{\max} = h/\sqrt{3}$, где оно называется равным

$$\mathbf{E}_{v \max} = -\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z \frac{i\zeta}{\pi\omega h^2} \frac{9\sqrt{2}}{8\sqrt{3}} e^{-i\pi/4}.$$

(7)

Для сравнения напряженностей полей введем параметр, равный их отношению:

$$\varepsilon_v = \frac{|E_v|}{|E|} = \frac{9}{8\sqrt{3}} \frac{v}{\omega h}.$$

(8)

В случае, если $\varepsilon_v \ll 1$, распределение электромагнитного поля и индуцированных токов в рассматриваемой системе будут такими же, как и при скорости $v = 0$. Так, например, при $v \sim 1$ м/с,

$h \sim 3$ см, характерных для индукционных установок термической обработки металлических лент, уже для частот $\omega \geq 2\pi \cdot 50$ расчет электромагнитных полей может проводиться без учета движения лент. В отношении выражения (8) для параметра ε_v необходимо отметить, что оно получено с использованием формул (1) и (2), где уже предполагается условие малости другого параметра ε_2 , что имеет место для достаточно больших частот поля.

Оценка основных параметров процесса нагрева. *Выравнивание температуры по толщине металлической ленты.* Характерным размером в поперечном к ленте направлении, в пределах которого происходит передача электромагнитной энергии в металл, является глубина проникновения поля δ , которая для высокочастотного способа нагрева обычно значительно меньше толщины ленты. Выделившееся тепло затем распространяется за счет теплопроводности вглубь металлического листа. Если этот процесс протекает достаточно быстро, то через определенное время по толщине листа установится одинаковая температура. Сравним характерное время установления температуры по толщине τ_d с характерным временем нагрева ленты τ_p . Это необходимо для того, чтобы определить, в каких случаях нужно учитывать совместно процессы выравнивания температуры и тепловыделения, а когда эти задачи можно разделить.

Из (4) видно, что характерным размером, в пределах которого происходит передача электромагнитной энергии в металл, является высота h расположения элемента контура над поверхностью раздела сред. Так как в реальных условиях толщина ленты d значительно меньше высоты h , то для оценки времени τ_d можно рассматривать одномерную задачу распространения тепла, выделившегося в тонком поверхностном слое внутрь полупространства. Температура в произвольной точке среды определяется из выражения [6]:

$$T(z, t) = \frac{Q}{c\rho\sqrt{\pi at}} e^{-\frac{z^2}{4at}}, \quad z \leq 0, \quad (9)$$

где Q – поверхностная плотность выделившегося количества тепла, $a = \lambda/c\rho$ – температуропроводность, определяемая через c – удельную теплоемкость, ρ – плотность среды, t – время. Если через определенное время температура данного элемента листа металла станет однородной по толщине, то при отсутствии теплоотдачи она окажется равной

$$T_\infty = Q/c\rho d.$$

(10)

В качестве оценки времени τ_d установления однородной температуры примем время, через которое в (9) на границе $z = 0$ температура примет значение T_∞ , то есть $T(0, \tau_d) = T_\infty$. Отсюда оценка времени установления температуры будет

$$\tau_d \sim c\rho d^2/\pi\lambda.$$

(11)

В качестве времени нагрева листа τ_p может быть выбрано характерное время прохождения участка металлической ленты под элементом проводника. Судить о том, успевает ли установиться однородная температура в процессе нагрева, можно по величине отношения:

$$\varepsilon_d = \tau_d/\tau_p = \begin{cases} c\rho d^2 v \cos \beta / \pi \lambda h, & \text{вдали от краев (точки C)} \\ c\rho d^2 v / \pi \lambda D, & \text{вблизи точек A и B} \end{cases}. \quad (12)$$

В табл. 1 приведены значения ε_d для лент толщинами $d = 10^{-3}$ м и $d = 3 \cdot 10^{-3}$ м (перед наклонной чертой и после нее даны значения, соответствующие верхнему и нижнему выражениям в (12)). Выбраны следующие значения размеров индуктора и скорости, характерные для индукционного способа нагрева: $D = 0,2$ м, $h = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $\cos \beta = 1$, $v = 10^{-1}$ м/с. Даны значения параметра ε_d при нагреве лент из следующих материалов:

алюминия ($c = 8,8 \cdot 10^2$ Дж/кг·К, $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $\lambda = 2,1 \cdot 10^2$ Вт/м·К); латуни ($c = 3,8 \cdot 10^2$ Дж/кг·К,

$\rho = 8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 85,5 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$); стали ($c = 4,6 \cdot 10^2 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$, $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 45,4 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$).

Таблица 1

Толщина d , м	Алюминий	Латунь	Сталь
10^{-3}	$1,2 \cdot 10^{-2} / 1,8 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2} / 6 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-2} / 2 \cdot 10^{-3}$
$3 \cdot 10^{-3}$	$0,11 / 1,6 \cdot 10^{-2}$	$0,36 / 5,5 \cdot 10^{-2}$	$0,75 / 1,1 \cdot 10^{-1}$

Из представленных данных видно, что практически всегда температура по толщине становится однородной уже во время прохождения ленты под соответствующими участками контура. Для толстых лент, движущихся достаточно быстро (нагрев должен осуществляться индукторами большой мощности), температура становится однородной за время прохождения листа металла под всем контуром.

Исходя из выполненной оценки, в математических моделях индукционного нагрева температура металлических лент может быть принята везде однородной по толщине за исключением участков, проходящих в данный момент времени под контуром с током.

Теплопередача теплопроводностью вдоль поверхности металлической ленты. При прохождении элемента металлической ленты под проводником в металл вводится тепловая энергия, которая затем переносится движением в направлении скорости перемещения ленты. С другой стороны, температура ленты непосредственно под контуром резко возрастает, и из-за возникшего градиента температуры появляются потоки тепла, обусловленные теплопроводностью. В данном случае задачей является сравнение двух процессов теплопередачи: теплопроводностью и переносом тепла движением среды. Параметры процессов теплопередачи оказываются различными для участков ленты, проходящих под контуром в промежуточных точках C и y краев контура вблизи точек A и B (рис. 1). Поэтому рассмотрим эти участки отдельно.

а). Теплопередача вблизи промежуточных точек контура. Оценку выполним для случая, когда градиент температуры, а значит и тепловой поток, максимальные, а именно в точке C , для которой проводник ориентирован перпендикулярно вектору скорости, $\beta = 0$. Будем предполагать, что тепловой поток вследствие теплопроводности мал по сравнению с тепловым потоком, обусловленным движением нагретых элементов ленты.

За время перемещения под контуром элементу объема ленты $\Delta V = \Delta x \Delta y d$, достигшему координаты y , передается энергия, равная [3]

$$\Delta W(y) = \Delta x \Delta y / v \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi. \quad (13)$$

Эта тепловая энергия приводит к росту температуры:

$$\Delta W(y) = c \rho \Delta x \Delta y d (T(y) - T_0), \quad (14)$$

где T_0 – температура перед нагревом. Приравнявая (13) и (14), найдем

$$T(y) - T_0 = \frac{1}{c \rho dv} \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi. \quad (15)$$

Наличие градиента температуры и движения среды обуславливают соответствующие тепловые потоки. Рис. 3 качественно иллюстрирует направления потоков тепловой энергии, связанной с теплопроводностью U_1 и переносом тепла движением среды U_{v1} .

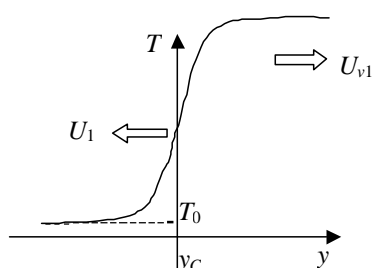


Рис. 3.

Поток тепла вследствие теплопроводности, направленный в сторону, обратную движению, будет

$$U_1(\xi) = -\lambda \frac{dT}{dy} \Delta x d = -\frac{\lambda \Delta x}{c \rho v} p_z(\xi, h). \quad (16)$$

Непосредственно под контуром при $\xi = 0$ достигается максимальное значение $U_{1\max} = U_1(0)$.

Сравним $U_{1\max}$ с максимальным потоком тепла, переносимого движением нагретого металла:

$$U_{v1} = c\rho v\Delta x d(T(\infty) - T_0), \quad (17)$$

где $(T(\infty) - T_0)$ определяется по (15) при $y \rightarrow \infty$ и поэтому

$$U_{v1} = \Delta x \int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi, h) d\xi.$$

(18)

Для характеристики теплопередачи теплопроводностью в направлении вдоль вектора скорости по сравнению с теплопередачей движением введем следующий параметр:

$$\varepsilon_{L1} = \frac{U_{1\max}}{U_{v1}} = \frac{\lambda}{c\rho v} \cdot \frac{p_z(0, h)}{\int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi, h) d\xi}.$$

(19)

Подставляя значение $p_z(\xi, h)$ из (4) и проведя вычисления, найдем окончательное выражение для ε_{L1}

$$\varepsilon_{L1} = 2\lambda/\pi c\rho h v.$$

(20)

Для лент из алюминия, латуни и стали при $h = 3 \cdot 10^{-2}$ м и скорости движения $v = 10^{-1}$ м/с значения параметра ε_{L1} приведены в таблице 2.

Таблица 2

	алюминий	латунь	сталь
ε_{L1}	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$5,6 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$
ε_{L2}	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$7,6 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$

Из таблицы видно, что во всех случаях и даже при скорости в несколько см/с за счет скачка температуры в области проводника контура теплопередачей теплопроводности можно пренебречь по сравнению с переносом тепла за счет движения нагретого металла.

б). Теплопередача вблизи краев контура. Вблизи краев контура с наружной его части градиент температуры направлен перпендикулярно движению нагреваемого металла. Ввод тепла происходит на достаточно протяженном участке. Для проведения оценок будем считать, что тепло подводится равномерно на протяжении участка, равного характерному размеру контура D .

Количество тепла, поступившего в участок ленты малой длины Δy шириной 2ξ , будет

$$\Delta W_{v2} = \int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) \Delta y \Delta t d\xi,$$

(21)

где $\Delta t = D/v$ – время нагрева участка.

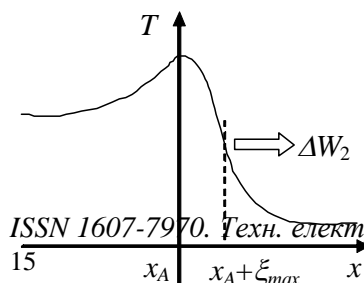
Количество тепла, отданного теплопроводностью с боковой поверхности участка, будет

$$\Delta W_2 = - \int_{-D/2v}^{D/2v} \lambda \frac{\partial T(\xi, y)}{\partial \xi} d\Delta y dt = - \frac{\lambda d \Delta y}{v} \int_{-D/2}^{D/2} \frac{\partial T(\xi, y)}{\partial \xi} dy.$$

(22)

На рис. 4 показано направление потока тепловой энергии, связанного с теплопроводностью. Учтен поток тепла только со стороны, внешней по отношению к контуру. Это обусловлено тем, что в практике термической обработки металлических лент конфигурация контура выбирается такой, чтобы обеспечить наиболее однородное по ширине распределение температуры. Удаленные от края контура участки обеспечивают несимметричное распределение температуры. Результирующее распределение с учетом тепловыделений вблизи края показано на рис. 4.

Для оценки градиента температуры будем полагать, что в пределах длины D края контура тепло равномерно поступает в



выделенный элемент объема. Поэтому, предполагая, что ΔW_{v2} мало по сравнению с ΔW_2 , температура линейно растет по мере перемещения вдоль координаты y :

$$T(\xi, y) - T_0 = \frac{p_z(\xi, h)}{c\rho v} y, \quad \xi \geq 0. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), запишем

$$\Delta W_2 = \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{\Delta y D^2}{2v^2} \cdot \frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi}. \quad (24)$$

Отношение поступившей энергии в элементы ленты шириной 2ξ к отданной энергии вследствие теплопроводности будет

$$\frac{\Delta W_2}{\Delta W_{v2}} = \frac{D}{2v} \cdot \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{\frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi}}{\int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) d\xi}. \quad (25)$$

С учетом (4) последний множитель в (25) после выполнения дифференцирования и интегрирования примет вид

$$F(\chi) = \frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi} \bigg/ \int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) d\xi = \frac{16\chi}{h^2(1+\chi^2)^2 \cdot [\chi + (1+\chi^2)\text{arctg}(\chi)]}, \quad (26)$$

где $\chi = \xi/h$.

Как видно из (26), отношение энергий зависит от ширины выделенного участка. Наибольшая величина $\Delta W_{2\max}$ будет при таком $\chi = \chi_{\max}$, где производная температуры по ξ имеет максимальное значение, что соответствует максимальному значению производной $\partial(p_z(\xi, h))/\partial \xi$. Учитывая (4), найдем $\chi_{\max} = 1/\sqrt{5}$. В этой точке выражение (26) принимает конкретное значение равное $F(\chi_{\max}) = 2,6$.

Безразмерный параметр ε_{L2} , равный отношению тепловой энергии $W_{2\max}$, отдаваемой участком проводящей среды, который перемещается вблизи края контура, к энергии W_{v2} , поступающей в этот участок, с учетом (25) оказывается

$$\varepsilon_{L2} = \frac{W_{2\max}}{W_{v2}} = 1,3 \cdot \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{D}{vh^2}. \quad (27)$$

В табл. 2 представлены значения ε_{L2} для прежних параметров нагрева. Видно, что в большинстве случаев теплоотдача теплопроводностью вблизи краев остается незначительной по сравнению с теплопритоком, обусловленным джоулевой диссипацией электромагнитной энергии. Только при относительно небольших скоростях тепловые потоки могут оказаться сравнимыми, особенно для материалов с высоким значением температуропроводности (алюминий, медь и др.).

Заключение. На основании выполненных оценок основных параметров нагрева движущихся металлических лент в переменном высокочастотном поле безжелезных индукторов вытекают следующие положения, которые могут быть использованы при разработке математических моделей рассматриваемых процессов:

1). По толщине в любой точке металлических лент вне области непосредственно под контуром с током температуру можно считать однородной.

2). В направлениях вдоль поверхности нагреваемой металлической ленты теплопередача за счет теплопроводности пренебрежимо мала по сравнению с теплопереносом, обусловленным движением среды и теплопритоком за счет джоулевой диссипации электромагнитной энергии. В этом смысле процесс

нагрева можно назвать адиабатическим нагревом тонких металлических лент. Температура в любой точке движущейся ленты (с ограничениями, приведенными в предыдущем пункте) будет

$$T(x) = P(x, y) / c\rho v d, \quad (28)$$

где $P(x, y) = \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi$ – линейная плотность потока выделившейся тепловой энергии.

Сделанные выводы иллюстрируются ниже сравнением результатов расчета температуры латунной ленты, проведенного в предположении адиабатического нагрева и с учетом теплопроводности. Лента толщиной $d = 3 \cdot 10^{-3}$ м и шириной 0,6 м нагревается, проходя под плоским круглым контуром радиуса $a = 0,25$ м. Расстояние между контуром и латунной лентой $h = 0,04$ м. По контуру протекает ток частотой $f = 10^4$ Гц. Расчеты проведены для двух значений скорости ленты: $v = 0,25$ м/с и $v = 0,01$ м/с. При выбранных исходных данных параметры $\varepsilon_d, \varepsilon_{L1}$ и ε_{L2} имеют значения, приведенные в таблице 3.

Таблица 3

$v, \text{ м/с}$	ε_d	ε_{L1}	ε_{L2}
0,25	0,68 / $5,4 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$
0,01	$2,7 \cdot 10^{-2}$ / $2,2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	1,1

Видно, что во всех случаях температура по толщине ленты успевает выровняться за время прохождения участков ленты под контуром с

током. Исключение составляет значение для промежуточных точек контура в случае, когда $\varepsilon_d = 0,68$. Однако, и при этом значении температура выравнивается уже за время перемещения ленты на расстояние в несколько раз превышающее h и все еще значительно меньшее, чем время прохождения под всем контуром. Из данных таблицы также следует, что вдоль поверхности ленты для скорости $v = 0,25$ м/с процесс является адиабатическим. В то же время для скорости ленты $v = 0,01$ м/с (обычно скорости лент в технологических процессах значительно больше этого значения) процесс нельзя считать адиабатическим, и при нахождении распределения температуры необходимо учитывать теплопроводность ленты.

Сделанные заключения подтверждаются конкретными расчетами распределения температуры по ширине ленты на расстоянии 0,5 м от центра кругового контура. На рис. 5 и 6 сплошные кривые соответствуют результатам, полученным с использованием асимптотического метода расчета [2] в предположении адиабатического нагрева. Пунктирные кривые соответствуют данным совместного решения электромагнитной и тепловой задач, полученные методом, в котором не накладывались ограничения на параметры нагрева [5] (данные предоставлены И.П.Кондратенко).

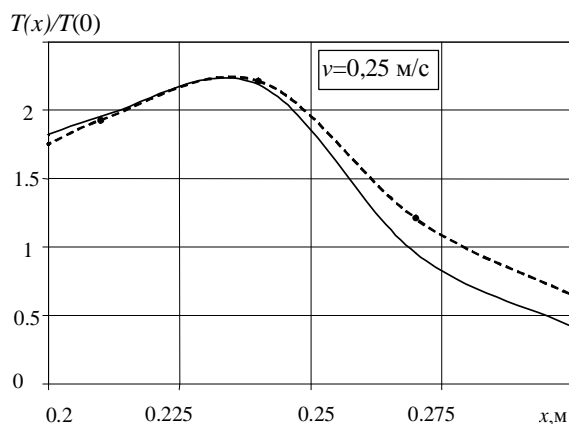


Рис. 5

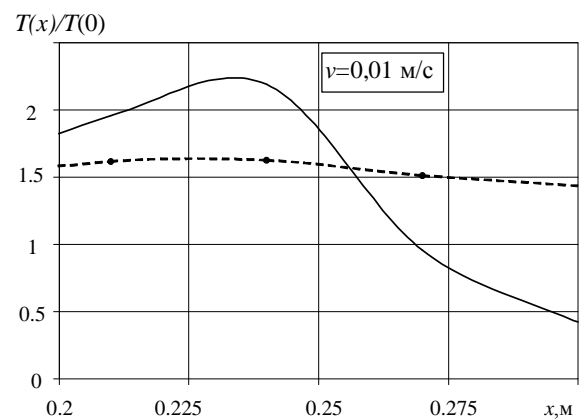


Рис. 6

Видно, что при скорости ленты $v = 0,25$ м/с результаты двух подходов удовлетворительно

согласуются друг с другом и в этом случае действительно выполняется условие адиабатического нагрева. Некоторое различие в области за контуром обусловлено расхождением в результатах расчета плотности потока электромагнитной энергии указанными способами, а не пренебрежением теплопроводностью.

Для скорости ленты $v = 0,01$ м/с, как это следует и из оценок параметров и из результатов конкретного расчета (рис. 6), нагрев нельзя считать адиабатическим процессом. Явление теплопроводности приводит к существенному выравниванию температуры нагреваемой металлической ленты. Расчет в этом случае необходимо проводить с учетом совместного влияния нагрева индуцированными токами и теплопередачи, связанной с теплопроводностью и движением среды.

1. *Васецкий Ю.М., Городжа Л.В., Мазуренко И.Л.* Оценка параметров для приближенных математических моделей электромагнитных систем с вихревыми токами // Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч. 2. – С. 7–12.

2. *Васецкий Ю.М., Городжа Л.В., Мазуренко И.Л.* Приближенная модель для расчета переменного магнитного поля произвольного контура с учетом вихревых токов в проводящем полупространстве // Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем". – 1999. – Ч. 1. – С. 88–93.

3. *Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л.* Геометрические параметры электромагнитных систем для высокочастотного индукционного нагрева металлических лент // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 5. – С. 9–15.

4. *Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л.* Приближенный способ расчета электромагнитного поля вблизи токового контура, расположенного над проводящим полупространством // Електротехніка і електроенергетика. – 2000. – № 2. – С. 85–89.

5. *Виштак Т.В., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П.* Индукционный нагрев полосы токовыми контурами канонической формы // Техн. електродинаміка. – 2003. – № 1. – С. 63–68.

6. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 479 с.

7. *Rudnev V., Cook R., Loveless D., Black M.* Induction heat treatment. – Marcel Dekker Inc., 1997. – 872 p.

8. *Vasetsky Y., Mazurenko I.* Parameters of electromagnetic systems with eddy currents for using in approximate mathematical models // Proceedings of the VII Intern. Workshop: Computation Problems of Electrical Engineering. Odessa, August 27-30, 2006. – Pp. 190–193.

Надійшла

23.03.2010