
УДК 532.546

Х. М. Гамзаев, канд. техн. наук
Азербайджанская государственная нефтяная академия
(Азербайджан, AZ 1010, Баку, пр-т Азадлыг, 20,
тел. (994 55) 6826701, e-mail: xan.h@rambler.ru)

Определение нестационарного поля давлений при упругом режиме пласта по данным точечных наблюдений

Рассмотрена задача определения поля давлений в пласте при неизвестных начальных и граничных условиях по заданной информации о давлении в отдельных точках двумерной расчетной области. Для решения поставленной задачи предложен вычислительный алгоритм, основанный на использовании вариационной формулировки задачи с регуляризацией.

Розглянуто задачу про визначення поля тисків у шарі за невідомими початковими та граничними умовами згідно з заданою інформацією про тиск в окремих точках двовірної розрахункової області. Для розв'язування поставленої задачі запропоновано числовий алгоритм, базований на використанні варіаційного формулювання задачі з регуляризацією.

К л ю ч е в ы е с л о в а: пласт, однофазная фильтрация, гранично-ретроспективная обратная задача, регуляризация, градиентный метод.

Известно, что в упругом режиме разработки пласта движение жидкости к скважинам происходит в результате использования потенциальной энергии упругой деформации жидкости и породы пласта. Считается, что в упругом режиме в пласте образуется однофазный фильтрационный поток и давление в любой точке потока выше давления насыщения жидкости газом.

Для моделирования процессов, происходящих при разработке продуктивных пластов в упругом режиме, используется система уравнений, состоящая из дифференциального уравнения неразрывности однофазного фильтрационного потока и уравнений состояния жидкости и пористой среды с использованием закона фильтрации [1]. При этом геометрическая конфигурация пласта, а также свойства породы и жидкостей считаются известными. Для однозначного определения полей давления система уравнений дополняется начальными и граничными условиями, описывающими соответственно начальное состояние пласта и взаимодействие его с окружающей средой. Обычно граничные условия задаются относительно давления или расхода жидкостей (или их комбинации) на скважинах и на внешней границе пласта.

Необходимо заметить, что основными источниками информации о процессах, происходящих в пласте при его разработке, являются эксплуатационные скважины, где возможны непосредственные измерения давления и расхода жидкости. Однако процессы, происходящие на внешней границе пласта при разработке, а также начальное состояние пласта не доступны для непосредственного наблюдения. Следовательно, точное представление условий на внешней границе пласта и его начального состояния практически невозможно. В связи с этим для разработки пластов в упругом режиме определение полей давления на основании информации, полученной из скважины, имеет важное значение.

Постановка задачи и метод ее решения. Предположим, что горизонтальный пласт, расположенный в двумерной области Ω с границей $\partial\Omega$, разрабатывается системой гидродинамически совершенных по вскрытию пласта скважин в упругом режиме. Поскольку размеры скважин намного меньше размера пласта, можно пренебречь размерами скважин, представляя их точечными стоками с мощностями, равными расходам реальных скважин. Тогда, с использованием функции Дирака, математическую модель упругого режима разработки пласта можно представить в следующем виде:

$$c(x) \frac{\partial P}{\partial t} = \operatorname{div}(\sigma(x) \nabla P) - \sum_{l=1}^L q_l(t) \delta(x - x^l),$$

$$x = (x_1, x_2) \in \Omega \subset E^2, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

где $c(x) = \beta h(x)$; $\sigma(x) = k(x) h(x) / \mu$; P — давление в точке x в момент времени t ; μ — вязкость жидкости; $k(x)$ — абсолютная проницаемость пласта; β — коэффициент упругоэластичности пласта; δ — функция Дирака; $h(x)$ — мощность пласта; $x^l = (x_1^l, x_2^l)$ — координаты l -й скважины; q_l — расход жидкости на l -й скважине; L — число скважин.

Как видно из уравнения (1), для однозначного определения полей давления необходимо определить начальное условие

$$P|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in \bar{\Omega}, \quad (2)$$

и условие на внешней границе пласта

$$\sigma(x) \frac{\partial P}{\partial n} = w(x, t) h(x) \quad (\text{или } P(x, t) = f(x, t)), \quad x \in \partial\Omega, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

где $\bar{\Omega} = \Omega + \partial\Omega$; $w(x, t)$ — скорость фильтрации на внешней границе пласта; n — направление внешней нормали к границе $\partial\Omega$. Однако в связи с тем, что начальное состояние пласта, а также давление и скорость фильтрации жидкости на внешней его границе недоступны для непосредственных

измерений и не могут быть регулируемыми, функции $\varphi(x)$ и $w(x, t)$ (или $f(x, t)$) считаются неизвестными. Если вместо начального (2) и граничного (3) условий зарегистрированы давления на скважинах

$$P(x^l, t) = p^l(t), \quad l = \overline{1, L}, \quad (4)$$

то задача определения полей давления в пласте при упругом режиме разработки сводится к определению функции $P(x, t)$ из уравнения (1) и дополнительных измерений (4).

Аналогичные задачи для процессов тепло-влажнопроводности в однородных структурах исследованы в работах [2, 3]. Задачу (1)—(4) можно отнести к классу гранично-ретроспективных обратных задач [4]. Для решения обратной задачи (1)—(4) используем вычислительный алгоритм на основе вариационной формулировки задачи с регуляризацией Тихонова.

Введем обозначения

$$M(x) = \sum_{l=1}^L \delta(x - x^l), \quad \tilde{p}(x^l, t) = p^l(t),$$

и условия (4) запишем в виде

$$P(x^l, t) = \tilde{p}(x^l, t), \quad l = \overline{1, L}. \quad (5)$$

В качестве управлений выберем начальное состояние $\varphi(x)$ и скорость фильтрации на внешней границе пласта $w(x, t)$. В соответствии с (5) сглаживающий функционал запишем в виде

$$J(\varphi, w) = \int_{\Omega} \int_0^T M(x) (P(x, t) - \tilde{p}(x, t))^2 dx dt + \\ + \alpha_1 \int_{\Omega} \varphi^2(x) dx + \alpha_2 \int_{\partial\Omega} \int_0^T w^2(x, t) dx dt, \quad (6)$$

где $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ — параметры регуляризации.

Теперь вариационная задача состоит в следующем: найти управления $\varphi^*(x)$, $w^*(x, t)$ и соответствующее им решение $P^*(x, t)$ задачи (1)—(3) такие, чтобы функционал (6) принял наименьшее возможное значение при $P(x, t) = P^*(x, t)$, $\varphi(x) = \varphi^*(x)$, $w(x, t) = w^*(x, t)$.

Для приближенного решения вариационной задачи (1)—(3), (6) используем градиентный метод. Сначала вычислим градиент функционала (6), используя стандартную технику дифференцирования функционалов. Возьмем произвольные управления $\varphi(x)$, $w(x, t)$ и обозначим через $P(x, t)$ соответствующее им решение задачи (1)—(3). Управлениям $\varphi(x)$, $w(x, t)$

дадим некоторые приращения $\Delta\varphi(x)$, $\Delta w(x, t)$ и обозначим через $\Delta P(x, t)$ соответствующее им приращение функции $P(x, t)$. Тогда из (1)—(3) следует, что $\Delta P(x, t)$ является решением краевой задачи

$$c(x) \frac{\partial \Delta P}{\partial t} = \operatorname{div}(\sigma(x) \nabla \Delta P), \quad (7)$$

$$\Delta P|_{t=0} = \Delta\varphi(x), \quad (8)$$

$$\sigma(x) \frac{\partial \Delta P}{\partial n} = \Delta w(x, t) h(x). \quad (9)$$

В результате вычислений находим приращение функционала (6):

$$\begin{aligned} \Delta J = & 2 \int_{\Omega} \int_0^T M(x)(P(x, t) - \tilde{p}(x, t)) \Delta P(x, t) dx dt + \\ & + 2\alpha_1 \int_{\Omega} \varphi(x) \Delta\varphi(x) dx + 2\alpha_2 \int_{\partial\Omega} \int_0^T w(x, t) \Delta w(x, t) dx dt + \\ & + \int_{\Omega} \int_0^T M(x) (\Delta P(x, t))^2 dx dt + \alpha_1 \int_{\Omega} (\Delta\varphi(x))^2 dx + \alpha_2 \int_{\partial\Omega} \int_0^T (\Delta w(x, t))^2 dx dt. \quad (10) \end{aligned}$$

Теперь докажем, что справедливо следующее равенство:

$$\begin{aligned} & 2 \int_{\Omega} \int_0^T M(x)(P(x, t) - \tilde{p}(x, t)) \Delta P(x, t) dx dt = \\ & = \int_{\Omega} c(x) \Delta\varphi(x) \psi(x, 0) dx + \int_{\partial\Omega} \int_0^T h(x) \psi(x, t) \Delta w(x, t) dx dt, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\psi(x, t)$ — решение краевой задачи

$$c(x) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma(x) \nabla \psi) = -2M(x)(P(x, t) - \tilde{p}(x, t)), \quad (12)$$

$$\psi|_{t=T} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad x \in \partial\Omega. \quad (14)$$

Умножим обе части уравнения (7) на функцию $\psi(x, t)$ и проинтегрируем по области $\Omega \times [0, T]$. После интегрирования, воспользовавшись формулой Гаусса, получим

$$\int_{\Omega} c \Delta p \psi \Big|_0^T dx - \int_0^T \int_{\Omega} c \frac{\partial \psi}{\partial t} \Delta p dx dt = \\ = \int_0^T \int_{\partial \Omega} \left[\sigma \frac{\partial \Delta p}{\partial n} \psi - \sigma \frac{\partial \psi}{\partial n} \Delta p \right] dx dt + \int_0^T \int_{\Omega} \operatorname{div}(\sigma \Delta \psi) \Delta p dx dt$$

или

$$\int_0^T \int_{\Omega} \left[c \frac{\partial \psi}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma \nabla \psi) \right] \Delta p dx dt + \\ + \int_0^T \int_{\partial \Omega} \left[\sigma \frac{\partial \Delta p}{\partial n} \psi - \sigma \frac{\partial \psi}{\partial n} \Delta p \right] dx dt - \int_{\Omega} c \Delta p \psi \Big|_0^T dx = 0.$$

С учетом (8), (9), (12)—(14) из последнего уравнения получаем равенство (11). Подставляя (11) в (10), приращение функционала можно представить в виде

$$\Delta J = \int_{\Omega} c(x) \Delta \varphi(x) \psi(x, 0) dx + 2\alpha_1 \int_{\Omega} \varphi(x) \Delta \varphi(x) dx + \\ + 2\alpha_2 \int_0^T \int_{\partial \Omega} w(x, t) \Delta w(x, t) dx dt + \int_0^T \int_{\partial \Omega} h(x) \psi(x, t) \Delta w(x, t) dx dt + \\ + \int_0^T \int_{\Omega} M(x) (\Delta P(x, t))^2 dx dt + \alpha_1 \int_{\Omega} (\Delta \varphi(x))^2 dx + \alpha_2 \int_0^T \int_{\partial \Omega} (\Delta w(x, t))^2 dx dt,$$

откуда следует, что градиент функционала (6) имеет вид

$$\operatorname{grad} J = \{ c(x) \psi(x, 0) + 2\alpha_1 \varphi(x), h(x) \psi(x, t) + 2\alpha_2 w(x, t) \Big|_{\partial \Omega} \}. \quad (15)$$

При этом первая компонента в (15) является частной производной функционала (6) по переменной $\varphi(x)$, а вторая компонента — по переменной $w(x, t)$.

Таким образом, для вычисления градиента функционала (6) при фиксированных значениях $\varphi(x)$ и $w(x, t)$ необходимо решить две краевые задачи:

- 1) определить функцию $P(x, t)$ из (1)—(3);
- 2) подставить полученное значение $P(x, t)$ в (12), найти из (12)—(14) значение $\psi(x, t)$ и подставить его в (15).

Вычислив градиент функционала (6), можно уточнить начальное и граничное условия методом градиента по следующей итерационной схеме:

$$\varphi^{v+1}(x) = \varphi^v(x) - \gamma_1^v (c(x)\psi(x,0) + 2\alpha_1\varphi^v(x)),$$

$$w^{v+1}(x, t) = w^v(x, t) - \gamma_2^v (h(x)\psi(x, t) + 2\alpha_2 w^v(x, t))|_{\partial\Omega},$$

где v — номер итерации; γ_1^v, γ_2^v — шаги по направлению антиградиента, для выбора которых используется условие монотонного уменьшения функционала.

Очевидно, что на каждой итерации необходимо найти решения краевых задач (1)—(3) и (12)—(14). Однако ввиду того что невозможно найти аналитические решения задач (1)—(3) и (12)—(14), возникает необходимость их численного решения. Для упрощения записи расчетных формул в качестве области $\bar{\Omega}$ примем прямоугольник $[0 \leq x_1 \leq X_1, 0 \leq x_2 \leq X_2]$. В области $\bar{\Omega} \times [0, T]$ введем неравномерную по пространственным переменным и равномерную по временной переменной сетку

$$\bar{\Omega}_\Delta = \{(x_{1i}, x_{2j}, t_n) : x_{1i} = x_{1i-1} + \Delta x_{1i}, x_{2j} = x_{2j-1} + \Delta x_{2j}, t_n = n \Delta t,$$

$$i = \overline{1, N_1}, j = \overline{1, N_2}, n = \overline{1, N_T}, x_{10} = 0, x_{1N_1} = X_1, x_{20} = 0, x_{2N_2} = X_2\},$$

где N_1, N_2, N_T — числа разбиения отрезков соответственно $[0, X_1], [0, X_2], [0, T]$; $\Delta x_{1i}, \Delta x_{2j}, \Delta t$ — шаги по переменным x_1, x_2, t . При этом предполагаем, что центры скважин попадают в узловые точки разностной сетки $\bar{\Omega}_\Delta$. Этого можно добиться изменением шагов сетки Δx_{1i} и Δx_{2j} до наилучшего совпадения мест расположения скважин с узловыми точками и некоторым сдвигом отдельных скважин.

Используя метод переменных направлений, задачу (1)—(3) аппроксимируем на сетке $\bar{\Omega}_\Delta$ следующей системой разностных уравнений [5]:

$$c_{ij} \frac{P_{ij}^{n+1/2} - P_{ij}^n}{\Delta t / 2} = \frac{1}{\Delta x_{1i+1/2}} \left[\sigma_{i+1/2j} \frac{P_{i+1j}^{n+1/2} - P_{ij}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i+1}} - \sigma_{i-1/2j} \frac{P_{ij}^{n+1/2} - P_{i-1j}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{2j+1/2}} \left[\sigma_{ij+1/2} \frac{P_{ij+1}^n - P_{ij}^n}{\Delta x_{2j+1}} - \sigma_{ij-1/2} \frac{P_{ij}^n - P_{ij-1}^n}{\Delta x_{2j}} \right] - \sum_{l=1}^L q_l^n \delta_{ij}^l, \quad (16)$$

$$c_{ij} \frac{P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t / 2} = \frac{1}{\Delta x_{1i+1/2}} \left[\sigma_{i+1/2j} \frac{P_{i+1j}^{n+1/2} - P_{ij}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i+1}} - \sigma_{i-1/2j} \frac{P_{ij}^{n+1/2} - P_{i-1j}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{2j+1/2}} \left[\sigma_{ij+1/2} \frac{P_{ij+1}^{n+1} - P_{ij}^{n+1}}{\Delta x_{2j+1}} - \sigma_{ij-1/2} \frac{P_{ij}^{n+1} - P_{ij-1}^{n+1}}{\Delta x_{2j}} \right] - \sum_{l=1}^L q_l^{n+1/2} \delta_{ij}^l,$$

$$i = \overline{1, N_1 - 1}, j = \overline{1, N_2 - 1}, n = \overline{0, N_T - 1}, P_{ij}^0 = \varphi(x_{1i}, x_{2j}), i = \overline{0, N_1}, j = \overline{0, N_2}, \quad (17)$$

$$- \sigma_{0j} \frac{P_{1j}^{n+1/2} - P_{0j}^{n+1/2}}{\Delta x_1} = w_{0j}^n h_{0j}, \quad \sigma_{N_1 j} \frac{P_{N_1 j}^{n+1/2} - P_{N_1-1 j}^{n+1/2}}{\Delta x_1} = w_{N_1 j}^n h_{N_1 j},$$

$$- \sigma_{i0} \frac{P_{i1}^{n+1} - P_{i0}^{n+1}}{\Delta x_2} = w_{i0}^{n+1} h_{i0}, \quad \sigma_{iN_2} \frac{P_{iN_2}^{n+1} - P_{iN_2-1}^{n+1}}{\Delta x_2} = w_{iN_2}^{n+1} h_{iN_2}, \quad (18)$$

где

$$\sigma_{i\pm 1/2 j} = \frac{2\sigma_{ij}\sigma_{i\pm 1j}}{\sigma_{ij} + \sigma_{i\pm 1j}}; \delta_{ij}^l = \begin{cases} 1/\Delta x_{1i+1/2}\Delta x_{2j+1/2}, & x_{1i} = x_1^l, x_{2j} = x_2^l \\ 0, & x_{1i} \neq x_1^l \cup x_{2j} \neq x_2^l \end{cases};$$

$$\sigma_{ij\pm 1/2} = \frac{2\sigma_{ij}\sigma_{ij\pm 1}}{\sigma_{ij} + \sigma_{ij\pm 1}};$$

$$\Delta x_{1i+1/2} = 0,5(\Delta x_{1i+1} + \Delta x_{1i}), \Delta x_{2j+1/2} = 0,5(\Delta x_{2j+1} + \Delta x_{2j}).$$

Определение P_{ij}^{n+1} из системы (16)—(18) осуществляется в два этапа. На первом этапе определяем промежуточные значения $P_{ij}^{n+1/2}$ из (16), а на втором — находим P_{ij}^{n+1} из (17), используя найденные значения $P_{ij}^{n+1/2}$. Уравнение (16) является неявным только по переменной x_1 , а уравнение (17) — по переменной x_2 . Поэтому их можно решить последовательным применением одномерных прогонок, сначала по направлению x_1 , а затем по направлению x_2 . При переходе от слоя $n + 1$ к слою $n + 2$ процедура счета повторяется, т.е. происходит чередование направлений.

Аппроксимация на сетке Ω_Δ краевой задачи (12)—(14) приводит к следующей системе разностных уравнений:

$$c_{ij} \frac{\Psi_{ij}^{n+1} - \Psi_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{1}{\Delta x_{1i+1/2}} \left[\sigma_{i+1/2 j} \frac{\Psi_{i+1 j}^{n+1/2} - \Psi_{ij}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i+1}} - \sigma_{i-1/2 j} \frac{\Psi_{ij}^{n+1/2} - \Psi_{i-1 j}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{2j+1/2}} \left[\sigma_{ij+1/2} \frac{\Psi_{ij+1}^{n+1} - \Psi_{ij}^{n+1}}{\Delta x_{2j+1}} - \sigma_{ij-1/2} \frac{\Psi_{ij}^{n+1} - \Psi_{ij-1}^{n+1}}{\Delta x_{2j}} \right] = -2M_{ij} (P_{ij}^{n+1} - \tilde{p}_{ij}^{n+1}), \quad (19)$$

$$c_{ij} \frac{\Psi_{ij}^{n+1/2} - \Psi_{ij}^n}{\Delta t/2} + \frac{1}{\Delta x_{1i+1/2}} \left[\sigma_{i+1/2 j} \frac{\Psi_{i+1 j}^{n+1/2} - \Psi_{ij}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i+1}} - \sigma_{i-1/2 j} \frac{\Psi_{ij}^{n+1/2} - \Psi_{i-1 j}^{n+1/2}}{\Delta x_{1i}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{2j+1/2}} \left[\sigma_{ij+1/2} \frac{\Psi_{ij+1}^n - \Psi_{ij}^n}{\Delta x_{2j+1}} - \sigma_{ij-1/2} \frac{\Psi_{ij}^n - \Psi_{ij-1}^n}{\Delta x_{2j}} \right] = -2M_{ij} (P_{ij}^{n+1} - \tilde{P}_{ij}^{n+1}),$$

$$i = \overline{1, N_1 - 1}, j = \overline{1, N_2 - 1}, n = N_T - 1, N_T - 2, \dots, 0, \quad (20)$$

$$\Psi_{ij}^{N_T} = 0, \quad i = \overline{0, N_1}, j = \overline{0, N_2}, \quad \Psi_{0j}^{n+1/2} = \Psi_{1j}^{n+1/2}, \quad \Psi_{N_1j}^{n+1/2} = \Psi_{N_1-1j}^{n+1/2},$$

$$\Psi_{i0}^n = \Psi_{i1}^n, \quad \Psi_{iN_2}^n = \Psi_{iN_2-1}^n. \quad (21)$$

Решение полученной системы (19)—(21) аналогично решению системы (16)—(18).

На основе предложенного вычислительного алгоритма проведен численный эксперимент. Рассмотрен нефтяной пласт, расположенный в прямоугольной области $[0 \leq x_1 \leq 400 \text{ м}, 0 \leq x_2 \leq 400 \text{ м}]$, разрабатываемый в упругом режиме одной гидродинамически совершенной скважиной. Координаты и расход скважины равны соответственно (200, 200) и $100 \text{ м}^3/\text{сут}$. Остальные параметры пластовой системы следующие: $\beta = 10^{-6} \text{ Па}^{-1}$;

$\Phi(x_1, x_2)$			
(x_1, x_2)	$\Phi(x_{1i}, x_{2j})$	Φ_{ij}	$\tilde{\Phi}_{ij}$
(10,10)	124,92	124,92	125,07
(20,50)	124,37	124,42	125,52
(50,250)	116,56	116,82	117,71
(90,300)	111,67	111,78	112,73
(100,350)	109,52	109,63	110,02
(150,90)	111,45	111,51	112,12
(200,150)	101,91	101,99	102,21
(220,200)	96,87	96,94	97,07
(280,80)	92,28	92,36	93,28
(300,100)	89,39	89,76	90,69
(320,150)	85,73	85,82	86,43
(330,350)	78,32	78,55	79,72
(350,200)	81,52	81,61	82,68
(370,150)	82,46	82,57	83,86
(380,300)	76,71	76,83	77,68
(400,400)	75,00	75,09	76,08

$\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $k(x_1, x_2) = 2 \cdot 10^{-12}$ м²; $H(x_1, x_2) = 10$ м. Значение $p^l(t)$ принимается равным величине, полученной в результате решения прямой задачи, т.е. решения уравнения (1) при $X_1 = 400$, $X_2 = 400$:

$$\varphi(x_1, x_2) = 100 + 20 \cos \frac{\pi x_1}{X_1} + 5 \sin \frac{\pi x_2}{X_2}, \quad w(x_1, x_2, t) = 0.$$

Численные расчеты проводились до момента $T = 20$ сут. в равномерной разностной сетке с шагами $\Delta x_1 = 10$ м, $\Delta x_2 = 10$ м, $\Delta t = 0,05$ сут. при невозмущенных и возмущенных входных данных.

Результаты численного эксперимента по восстановлению начального состояния пласта представлены в таблице, в которой $\varphi(x_{1i}, x_{2j})$ — точные значения; φ_{ij} — значения, вычисленные при невозмущенных данных; $\tilde{\varphi}_{ij}$ — значения, вычисленные при уровне погрешности $\delta = 3$ атм.

Выводы

Анализ полученных результатов численного эксперимента свидетельствует о том, что начальное состояние и граничный режим пласта можно восстановить при достаточно высокой точности данных точечных наблюдений.

The task of determining the field of pressures in a layer has been considered under unknown initial and boundary conditions by the set information about pressure in separate points of two-dimensional calculation area. The computational algorithm based on the use of variation problem definition with regularization is offered to decide the set problem.

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — М. : Недра, 1982.
2. Гера Б. В. Задача відновлення полів температури та вологості в пористому тілі при неповних даних // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 1996. — Вип. 39, № 1. — С. 66—73.
3. Гера Б. В. Використання взаємозв'язку тепло- і вологопровідності для відтворення початкового розподілу вологості тіла за його температурними даними // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 2. — С. 18—26.
4. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. — М. : Наука, 1988.
5. Гамзаев Х. М. Моделирование упругого режима разработки пластов системой гидродинамически несовершенных скважин // Электрон. моделирование. — 2008. — 30, № 5. — С. 107—114.

Поступила 30.11.11;
после доработки 21.05.12

ГАМЗАЕВ Ханлар Мехвали оглы, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики Азербайджанской государственной нефтяной академии, которую окончил в 1976 г. Область научных исследований — математическое моделирование пластовых систем, численные методы.

