

УДК 536.24:532.529

ШРАЙБЕР А. А., БАШТОВОЙ А. И.

Институт общей энергетики НАН Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В ГРАДИРНЯХ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

Побудовано математичну модель руху, тепло- і масообміну полідисперсного ансамблю крапель у градирні із зустрічно розташованими форсунками. Враховуються внутрішній термічний опір речовини крапель і взаємодія між краплями різних фракцій, що приводить до їх коагуляції та подрібнення. Інтегрування отриманих рівнянь проводиться методом спроб і помилок. Наведено приклад числових результатів, який демонструє, що порівняно невелике підвищення дисперсності розпилу приводить до значного збільшення ефективності охолодження.

Построена математическая модель движения, тепло- и массообмена полидисперсного ансамбля капель в градирне с встречно расположенными форсунками. Учитываются внутреннее термическое сопротивление вещества капель и взаимодействие между каплями различного размера, приводящее к их коагуляции и дроблению. Интегрирование полученных уравнений проводится методом проб и ошибок. Приводится пример численных результатов, показывающий, что сравнительно небольшое повышение дисперсности распыла влечет за собой значительное увеличение эффективности охлаждения.

We have constructed a mathematical model of the motion, heat and mass transfer of a polydisperse drop ensemble in a cooling tower with atomizers arranged towards each other. The internal thermal resistance of drops substance and the interaction of drops of different sizes, leading to their coalescence and breakup, are taken into account. Integration of the equations obtained is carried out by the trial-and-error method. We also give a numerical example demonstrating that even a comparatively slight enhancement of the atomization dispersivity results in a significant increase in the cooling efficiency.

c – удельная теплоемкость;
 C – коэффициент аэродинамического сопротивления;
 D – коэффициент диффузии пара в воздухе;
 E – коэффициент осаждения;
 g – ускорение силы тяжести;
 G – массовый расход;
 h – энтальпия;
 K – константа коагуляции;
 m – масса капли;
 M – удельный массовый поток пара;
 n – количество фракций;
 N – счетная концентрация капель;
 q – количество теплоты;
 r – скрытая теплота испарения;
 S – площадь поперечного сечения градирни;
 T – температура;
 v – скорость;
 z – вертикальная координата;
 Bi – число Био;
 Nu – число Нуссельта;
 Pr – число Прандтля;
 Re – число Рейнольдса;

Sc – число Шмидта;
 Sh – число Шервуда;
 α – коэффициент теплоотдачи;
 β_{kji} – массовая функция распределения осколков i , образующихся при взаимодействии $k - j$;
 γ – коэффициент массообмена;
 δ – диаметр капель;
 ε – коэффициент начальной скорости осколков;
 λ – коэффициент теплопроводности;
 μ – массовая расходная концентрация;
 ρ – плотность;
 τ – время;
 Φ – параметр коагуляции и дробления.

Индексы

a – воздух;
 e – величина относится к поверхности капель;
 i, j, k – номер фракции капель;
 f – нижнее сечение;
 s – насыщенный пар;
 v – пар;
 w – вода;
 0 – верхнее сечение.

1. Введение

Во многих отраслях промышленности возникает необходимость в охлаждении значительных количеств циркуляционной воды. В частности, существенным элементом технологического процесса производства электроэнергии на паротурбинных электростанциях является рассеивание низкопотенциального тепла, которое выделяется при конденсации отработанного пара, в атмосферу путем охлаждения воды. Среди устройств, используемых для этой цели, по-видимому, наиболее широко распространены градирни различной конструкции. Стремление повысить интенсивность тепломассообменных процессов в таких аппаратах привело к созданию градирен нового поколения [1], где развитая теплообменная поверхность формируется за счет взаимодействия факелов распыла центробежных форсунок, направленных навстречу друг другу. Проведенные в последнее время экспериментальные исследования [2–4] показали, что такая организация процесса распыливания жидкости позволяет получить более мелкие капли по сравнению с другими вариантами диспергирования. В связи с этим представляет интерес выяснить, в какой мере повышение дисперсности распыла приведет к более глубокому охлаждению циркуляционной воды. Известен ряд работ, посвященных решению этой задачи методами математического моделирования (см., напр., [5, 6] и обзор в этих статьях). По-видимому, наиболее полная и последовательная модель построена в [6], но, к сожалению, воспользоваться этими результатами вряд ли возможно, поскольку исходная система уравнений содержит ряд ошибок и неточностей, о которых речь пойдет ниже. В настоящей статье предпринимается попытка более корректного решения данной задачи.

2. Постановка задачи

Результаты опытов [4] показывают, что после столкновения встречно направленных факелов распыла двух форсунок начальные скорости образующихся капель имеют как горизонтальные, так и вертикальные составляющие, причем последние могут быть направлены вверх или вниз с

примерно равной вероятностью. Поскольку горизонтальные составляющие сравнительно невелики, они, как показывают оценки, довольно быстро затухают, и поэтому для упрощения будем рассматривать, как и в [6], одномерную стационарную постановку задачи. При построении модели учитываем следующие физические явления: конвективный теплообмен между падающими каплями и поднимающимся воздухом (более точно – паровоздушной смесью, но для краткости будем называть ее воздухом); испарение капель; внутреннее термическое сопротивление вещества капля (которое может быть соизмеримо с сопротивлением конвективному переносу на их поверхности, см. [7]); коагуляцию и дробление при взаимодействии капель различных фракций. При описании тепломассообменных процессов и коллективных эффектов капли для упрощения считаем сферическими, но при вычислении силы аэродинамического сопротивления учитываем их деформацию по формулам [8]. Поскольку при реальных условиях работы градирен плотность водяного пара в воздухе незначительна, расход последнего определяем как $G_a = \rho_a |v_a| S$.

Задачу формулируем следующим образом. В верхнем сечении $z = 0$ (ось z направлена вниз) образуется полидисперсный ансамбль капель, который считаем состоящим из конечного числа n монодисперсных фракций (они нумеруются в порядке возрастания размера частиц). Для каждой фракции задаются размер капель δ_{i0} , их массовый расход G_{i0} , скорость v_{i0} и температура T_{i0} . Через нижнее сечение z_f в рабочий объем поступает воздух с температурой T_{af} и плотностью водяного пара ρ_{vf} . Требуется определить распределение параметров воздуха и капель по высоте градирни.

Таким образом, задача сводится к системе $4n + 2$ дифференциальных уравнений, причем начальные условия для параметров капель задаются при $z = 0$, а для воздуха – в сечении $z = z_f$. Как известно, для описания эволюции состояния полидисперсного ансамбля взаимодействующих капель употребляются главным образом два подхода – дискретный (кинетический) и непрерывный [8]. Первый из них более адекватен реальной картине взаимодействия, но приводит к определенным трудностям при практической реализации

соответствующих моделей. Поэтому, а также учитывая, что эффект взаимодействия капель, как показывают оценки, должен быть не очень значительным, используем более простой в реализации, непрерывный подход. Далее, следует принять ту или иную гипотезу о перераспределении избытка (недостатка) импульса и энергии «новых» (т.е. образующихся при столкновениях) капель по сравнению со «старыми» каплями той же фракции. Следуя рекомендациям [8], принимаем гипотезу о равномерном распределении указанного избытка между всеми каплями рассматриваемой фракции (при этом коагуляционные слагаемые фигурируют только в уравнениях для капель). Наконец, при учете внутреннего термического сопротивления вещества капель используем интегральный подход, развитый в [9], что дает вполне достаточную для нашей задачи точность и позволяет избежать увеличения размерности задачи.

3. Основные уравнения

3.1. Сохранение массы. Изменение диаметра капль i , очевидно, обусловлено испарением и взаимодействием фракции i с более мелкими каплями. Удельный массовый поток пара (на единицу поверхности капль фракции i), как известно, равен $M_i = \gamma_i [\rho_{vs}(T_{ie}) - \rho_v]$, $\rho_v < \rho_{vs}(T_a)$;

$$M_i = 0, \rho_v \geq \rho_{vs}(T_a). \quad (1)$$

Учитывая (1) и приведенную в [8] формулу для скорости коагуляционного роста, получим

$$\frac{d\delta_i}{dz} = \frac{|v_a| \rho_a}{2\rho_w v_i \delta_i^2} \sum_{j=1}^{i-1} \Phi_{ji} K_{ji} - \frac{2M_i}{\rho_w v_i};$$

$$K_{ji} = \frac{E_{ji} (\delta_i + \delta_j)^2 \mu_j |v_j - v_i|}{v_j} \quad (2)$$

(скорость воздуха, естественно, отрицательна, так что здесь и ниже фигурирует $|v_a|$).

От расходов фракций G_i удобно перейти к массовым концентрациям $\mu_i = G_i/G_a$; при этом в соответствии с [8]

$$\frac{d\mu_i}{dz} = \frac{3\mu_i}{\delta_i} \frac{d\delta_i}{dz} + \frac{3|v_a| \rho_a}{2\rho_w} \sum_{j=i+1}^n \frac{\mu_j}{v_j \delta_j^3} \times$$

$$\times \left[\sum_{k=1}^{j-1} \beta_{kji} (1 - \Phi_{kj}) K_{kj} - K_{ij} \right]. \quad (3)$$

Здесь первое слагаемое в квадратных скобках учитывает рождение осколков i при всевозможных взаимодействиях $k - j$ ($k < j, j > i$), второе – гибель капль i при их столкновениях с более крупными.

Наконец, используя (1), после несложных вычислений приходим к уравнению для плотности пара в воздухе

$$\frac{d\rho_v}{dz} = -\frac{\pi}{|v_a|} \sum_{i=1}^n N_i \delta_i^2 M_i; \quad N_i = \frac{6\mu_i \rho_a |v_a|}{\pi \delta_i^3 \rho_w v_i}. \quad (4)$$

3.2. Сохранение энергии. Пусть в некотором сечении z масса капли i равна m_i , ее средняя по объему температура – T_i , а энтальпия – $h_i(z) = c_w m_i T_i$. На участке $dz = v_i d\tau_i$ тепловой поток между воздухом и каплей (с учетом ее термического сопротивления) составит

$$dq_i = \pi \delta_i^2 \alpha_i (T_a - T_i) [1 + \text{Bi}_i / (p_i + 3)]^{-1} v_i^{-1} dz, \quad (5)$$

где для рассматриваемых условий приближенно можно принять $p_i = 2$ [9]. Изменение массы капли на этом участке, очевидно, равно $dm_i = -\pi \delta_i^2 M_i v_i^{-1} dz$ (см. (1)), а энтальпия образующегося пара – $dh_{vi} = -[c_w T_{ie} + r(T_{ie})] dm_i$ (мы здесь учитываем, что испарение происходит с поверхности капли, температура которой равна T_{ie}). Далее, в сечении $z + dz$ энтальпия рассматриваемой капли составит $h_i(z + dz) = c_w (m_i + dm_i)(T_i + dT_i)$. Тогда уравнение теплового баланса капли i на участке dz (естественно, без учета вклада коагуляции) принимает вид

$$h_i(z + dz) + dh_{vi} = h_i(z) + dq_i, \quad (6)$$

так что тепломассообменная составляющая изменения ее температуры равна

$$\left(\frac{dT_i}{dz} \right)_i = \frac{1}{c_w m_i} \left[\frac{dq_i}{dz} + r(T_{ie}) \frac{dm_i}{dz} + c_w (T_{ie} - T_i) \frac{dm_i}{dz} \right]. \quad (7)$$

Уравнение баланса (6) построено на основании предположения о том, что теплота фазового перехода черпается из запаса энтальпии капли. Можно рассмотреть и более общую гипотезу: некая часть этой теплоты (ζ_i) расходуется каплей, а остальное $(1 - \zeta_i)$ – воздухом. В этом случае второе слагаемое (7) домножается на ζ_i . Добавляя к (7) коагуляционное слагаемое [8], окончательно получим

$$\frac{dT_i}{dz} = \frac{6 \left[\alpha_i (T_a - T_i) (1 + Bi_i/5)^{-1} - M_i (\zeta_i r (T_{ie}) + \dots \right.}{c_w \rho_w \delta_i v_i} \dots$$

$$\left. + c_w (T_{ie} - T_i) \right] + \frac{3 |v_a| \rho_a}{2 \rho_w \delta_i^3} \left\{ \frac{1}{v_i} \sum_{j=1}^{i-1} K_{ji} (T_j - T_i) + \dots \right.$$

$$\left. + \frac{\delta_i^3}{\mu_i} \sum_{j=i+1}^n \frac{\mu_j}{v_j \delta_j^3} \sum_{k=1}^{j-i} \beta_{kji} (1 - \Phi_{kj}) K_{kj} (T_j - T_i) \right\} \quad (8)$$

(согласно рекомендациям [8] здесь начальная температура осколков принимается равной температуре большей из взаимодействующих капель). Первое слагаемое в фигурных скобках учитывает влияние взаимодействия капель i с меньшими, второе – рождение осколков. Если известна средняя температура капли, то температура ее поверхности определяется как [9]

$$T_{ie} = T_i + (T_a - T_i) \frac{Bi_i}{5} \left(1 + \frac{Bi_i}{5} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Температура воздуха изменяется за счет теплообмена с каплями, затрат энергии на испарение $((1 - \zeta_i) r)$, а также поступления новых порций пара с температурами $T_{ie} \neq T_a$. Тогда для участка dz уравнение теплового баланса потока воздуха можно представить как

$$G_a c_a dT_a = S \sum_{i=1}^n N_i v_i \left\{ dq_i - [(1 - \zeta_i) r (T_{ie}) + \dots \right.$$

$$\left. + c_v (T_a - T_{ie}) \right] dm_i \} \quad (10)$$

(знаки в правой части (10) учитывают, что воздух движется в сторону уменьшения z , ср. (4)). Подставляя в (10) значения dq_i из (5) и dm_i , получим

$$\frac{dT_a}{dz} = \frac{\pi}{\rho_a c_a |v_a|} \sum_{i=1}^n N_i \delta_i^2 \left\{ \alpha_i (T_a - T_i) (1 + Bi_i/5)^{-1} + \dots \right.$$

$$\left. + M_i [(1 - \zeta_i) r (T_{ie}) + c_v (T_a - T_{ie})] \right\}. \quad (11)$$

Нетрудно убедиться, что уравнения (8) и (11) удовлетворяют очевидному условию сохранения энергии в двухфазной системе на участке dz :

$$c_w \sum_{i=1}^n G_i dT_i - c_a G_a dT_a - S \sum_{i=1}^n N_i v_i [c_w T_{ie} + r (T_{ie}) + \dots \right.$$

$$\left. + c_v (T_a - T_{ie}) - c_w T_i \right] dm_i = 0. \quad (12)$$

Здесь последнее слагаемое учитывает разность энтальпий вещества, претерпевающего фазовый переход, в сечениях z ($c_w T_i$) и $z + dz$ (три положительных слагаемых в квадратных скобках).

3.3. Сохранение импульса. В уравнении движения капель учтем силы аэродинамического сопротивления и тяжести, а также коагуляционную добавку [8]:

$$\frac{dv_i}{dz} = \frac{g}{v_i} - \frac{3 C_i \rho_a (v_i - v_a)^2}{4 \rho_w \delta_i v_i} + \dots$$

$$+ \frac{3 |v_a| \rho_a}{2 \rho_w \delta_i^3} \left\{ \frac{1}{v_i} \sum_{j=1}^{i-1} K_{ji} (v_j - v_i) [1 - \varepsilon_i (1 - \Phi_{ji})] + \dots \right.$$

$$\left. + \frac{\delta_i^3}{\mu_i} \sum_{j=i+1}^n \frac{\mu_j}{v_j \delta_j^3} \sum_{k=1}^{j-i} \beta_{kji} (1 - \Phi_{kj}) K_{kj} (v_{kji} - v_i) \right\}, \quad (13)$$

где $v_{kji} = v_j + \varepsilon_j (v_k - v_j)$ – начальная скорость осколков i , образующихся при взаимодействии $k - j$. Небольшое изменение скорости воздуха за счет его нагрева и поступления пара для упрощения не учитываем.

3.4. Сравнение с математической моделью [6]. Прежде всего отметим, что в [6] не учитывается ни взаимодействие частиц различных фракций, ни термическое сопротивление вещества капель, так что для каждой фракции в уравнениях фигурирует только средняя температура T_i . Далее, авторы без каких-либо оснований полагают, что изменение параметров воздуха «обратно пропорционально относительной скорости фаз», и поэтому в знаменателях уравнений типа (4) и (11) вместо $|v_a|$ фигурирует $v_i - v_a$ под знаком суммы. Ясно, что эта ошибка может привести к существенному занижению темпа изменения T_a и ρ_v . Кроме того, при построении уравнения для температуры воздуха не учитывается подмешивание пара, т.е. в уравнении типа (11) слагаемое с множителем M_i отсутствует. Наконец, в [6] некорректен вывод уравнения для температуры капель. Поскольку в [6] рассматривается только случай $\zeta_i = 1$ (и, напомним, $T_{ie} = T_i$), то уравнение (8) при этом должно сводиться к

$$\frac{dT_i}{dz} = \frac{6 \left[\alpha_i (T_a - T_i) - M_i r \right]}{c_w \rho_w \delta_i v_i} \quad (14)$$

(зависимость r от температуры не учитывается). Вместе с тем в уравнении, подобном (14), в [6] вместо r фигурирует разность $r - c_w T_i$, т.е. занижается

расход энергии на испарение. Ясно, что уравнения [6] не удовлетворяют закону сохранения (12).

4. Замыкающие соотношения. Алгоритм и программа

Для замыкания полученной системы уравнений (2) – (4), (8), (9), (11), (13) с неизвестными δ_i , T_i , T_{ie} , v_i , μ_i , T_a , ρ_v необходимо определить коэффициенты переноса. Параметры, описывающие взаимодействие (коагуляцию и дробление) капель, Φ_{ji} , E_{ji} , β_{kji} , ε_i вычисляются по эмпирическим формулам, приведенным в [8]. Коэффициент аэродинамического сопротивления $C_i = C_i^0 \phi_i$, $C_i^0 = 24 \text{Re}_i^{-1} (1 + 0,15 \text{Re}_i^{0,687})$ – коэффициент сопротивления для жесткой шарообразной частицы; ϕ_i – поправка на деформацию капель [8]. Для нахождения коэффициентов теплоотдачи α_i и массообмена γ_i используем известные формулы [5] $\text{Nu}_i = 2 + 0,6 \text{Re}_i^{1/2} \text{Pr}_a^{1/3}$; $\text{Sh}_i = 2 + 0,6 \text{Re}_i^{1/2} \text{Sc}_a^{1/3}$; $\alpha_i = \text{Nu}_i \lambda_a / \delta_i$; $\gamma_i = \text{Sh}_i D / \delta_i$.

Наконец, число Био $\text{Bi}_i = 0,5 \text{Nu}_i \lambda_a / \lambda_w$.

Численное решение полученной системы несколько усложняется тем, что начальные условия задаются в сечениях $z = 0$ и $z = z_f$ (см. выше). Поэтому применяем метод проб и ошибок: задаем значения T_{a0} и ρ_{v0} в сечении $z = 0$, интегрируем систему уравнений до сечения $z = z_f$ и в случае несовпадения за-

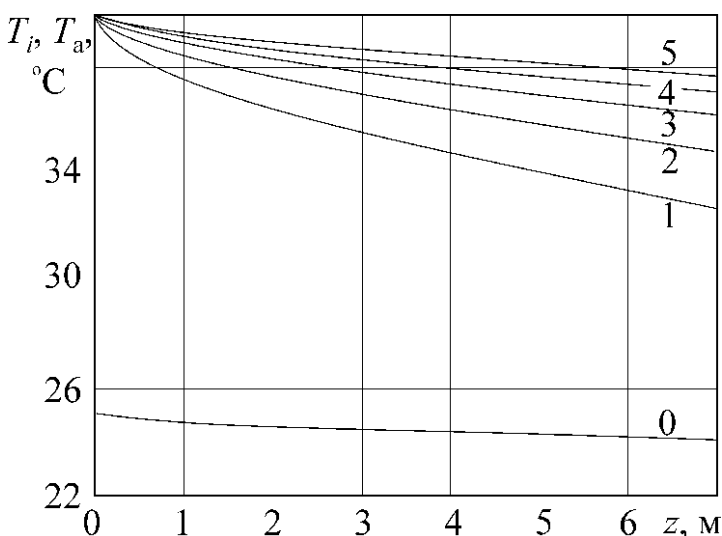


Рис. 1. Изменение температуры воздуха (0) и крупных капель (1 – 5, номера кривых соответствуют номерам фракций) по высоте градирии.

данных и рассчитанных значений T_{af} , ρ_{vf} расчет повторяем с новыми T_{a0} , ρ_{v0} до достижения требуемой точности. Интегрирование целесообразно проводить методом Эйлера с пересчетом и автоматическим выбором шага по количеству итераций, которые оказались необходимы для достижения заданной точности на данном шаге. Описанная модель была реализована в программе GRAD1 на языке C++. Программа состоит из главного модуля, где организовано интегрирование дифференциальных уравнений на основе метода Эйлера с пересчетом, подпрограммы для вычисления правых частей дифференциальных уравнений и нескольких вспомогательных подпрограмм.

5. Пример численных результатов

На рис. 1 приведена температурная характеристика двухфазного потока при $n = 5$; $T_{i0} = 40$ °C; $T_{af} = 24$ °C; $\rho_{vf} = 0,022$ кг/м³; $\delta_{i0} = 2; 2,5; 3; 3,5; 4$ мм; $z_f = 7$ м; $v_a = -1$ м/с. Концентрации фракций приняты по опытным данным [4]. Видно, что испарительное охлаждение жидкости здесь оказывается малоэффективным: ее средняя температура снижается всего на $\Delta T \approx 4$ °. На рис. 2 представлены результаты расчета, отличающегося только фракционным составом исходных капель – $\delta_{i0} = 1,4; 1,7; 2; 2,4; 2,8$ мм. В этом варианте охлаждение значительно эффективнее – $\Delta T \approx 7,6$ °. Следует заметить, что уменьшать размеры исход-

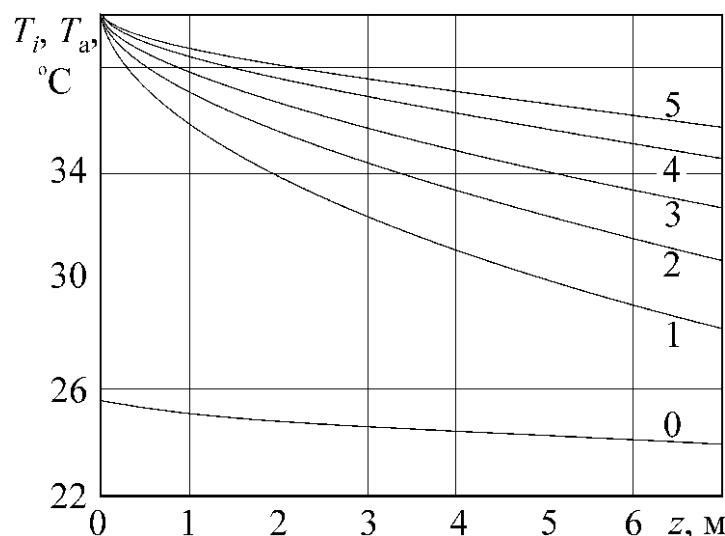


Рис. 2. Температурная характеристика потока с мелкими каплями (обозначения по рис. 1.).

ных капель целесообразно лишь до определенного предела, поскольку с уменьшением δ_i растут скорость испарения и унос.

Выводы

На основе законов сохранения выведены уравнения движения, тепло- и массообмена полидисперсного ансамбля капель в градиенте нового поколения. Учитываются внутреннее термическое сопротивление вещества капель и взаимодействие различных фракций. Интегрирование полученных уравнений проводится методом проб и ошибок. Показано, что эффективность охлаждения жидкости существенно зависит от дисперсности ее распыла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подвысоцкий А. М., Дубровский В. В., Кидалюк С. Е., Довгопол М. В. Энергоэффективное устройство для распыливания воды центробежными форсунками низкого давления // Пробл. загальної енерг., вип. 4.— ІЗЕ НАН України, 2001. — С. 54–57.
2. Podvysotsky A. M., Dubrovsky V. V. Intensification of liquid atomization in the course of interaction between oppositely directed spray cones // Proc. 10th Workshop on Two-Phase Flow Predictions. — Merseburg, 2002. — P. 384 – 392.
3. Дубровский В. В., Подвысоцкий А. М., Баштовой А. И. Определение дисперсного состава ка-

пель при распыливании жидкости из центробежной форсунки // Технологія і техніка друкарства, вип. 2–3 (4–5). — К.: НТУУ «КПІ», 2004. — С. 94–99.

4. Dubrovskyy V. V., Podvysotskiyy A. M., Bashtovyy A. I. The effect of geometrical and hydrodynamic parameters of centrifugal atomizers on the disperse composition of a drop ensemble for different modes of liquid atomization // Proc. 11th Workshop on Two-Phase Flow Predictions. — Merseburg, 2005. — P. 1–11.
5. Ni B. Numerical simulation and experimental studies of air treatment process with water spray of one row counter flow // J. Dong Hua Univ. — 2001. — 18, No. 3. — P. 14–19.
6. Fisenko S. P., Brin A. A., Petruchik A. I. Evaporative cooling of water in a mechanical draft cooling tower // Int. J. Heat Mass Transf. — 2004. — 47. — P. 165–177.
7. Dombrovsky L. A., Sazhin S. S. A simplified non-isothermal model for droplet heating and evaporation // Int. Commun. Heat Mass Transf. — 2003. — 30. — P. 787–796.
8. Стернин Л. Е., Шрайбер А. А. Многофазные течения газа с частицами. — М.: Машиностроение, 1994. — 320 с.
9. Шрайбер А. А., Глянченко В. Д. Термическая обработка полидисперсных материалов в двухфазном потоке. — К.: Наук. думка, 1976. — 156 с.

Получено 08.06.2005 г.