

УДК 519.6: 536.24: 541.12

НИКИТЕНКО Н.И., СНЕЖКИН Ю.Ф.,
СОРОКОВАЯ Н.Н.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ДИНАМИКА ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ СУШКЕ
ПОРИСТЫХ СИСТЕМ С МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ
ЖИДКОЙ ФАЗОЙ

Викладаються математична модель та чисельний метод розрахунку тепломассопереносу і фазових перетворень при зневодненні капілярно-пористих тіл з багатокомпонентною рідинною фазою. Отримані вирази для інтенсивності випаровування і теплоти фазового переходу компонентів рідини, рівноважного парціального тиску пари компонентів та капілярного тиску рідинної суміші у внутрішніх точках пористого тіла. Наведено результати зіставлення розрахункових і експериментальних даних.

Излагаются математическая модель и сеточный метод расчета тепломассопереноса и фазовых превращений при обезвоживании капиллярно-пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой. Получены выражения для интенсивности испарения и теплоты фазового перехода компонентов жидкости, равновесного парциального давления пара компонентов и капиллярного давления жидкой смеси во внутренних точках пористого тела. Приведены результаты сопоставления расчетных и экспериментальных данных.

The mathematical model and numerical method of calculation of heat-mass transfer and phase transformations at dewatering of capillary – porous bodies with a multicomponent liquid phase are stated. The expressions for intensity of evaporation and heat of phase transition of components of a liquid, equilibrium partial pressure pair components and capillary pressure of a liquid mix in internal points of a porous body are received. The results of numerical experiments testify to adequacy of the submitted mathematical model and efficiency of a method of its realization.

A – энергия активации;
 B – число летучих компонентов в смеси;
 B^* – число нелетучих компонентов в смеси;
 \tilde{B} – число инертных компонентов в газовой смеси;
 c – удельная изобарная теплоемкость;
 D – коэффициент диффузии;
 E – удельная внутренняя энергия;
 E_y – модуль упругости;
 f – коэффициент конденсации;
 $F(r)$ – дифференциальная функция распределения пор по размерам;
 h – постоянная Планка.
 h_k, l – размеры шагов разностной сетки по пространственной координате x_k ($k = 1, 2, 3$) и времени;
 H – толщина пластины;
 i – порядковый номер энергетического уровня частицы;
 i^* – предельный уровень, на котором может находиться частица в активационных процессах;
 I_W – мощность источников субстанции;
 J_W – плотность потока субстанции;
 k – постоянная Больцмана;

K_0 – общая проницаемость среды;
 K_ζ – относительная проницаемость фазы;
 L – удельная теплота фазового перехода жидкости в пар;
 m, n – порядковые номера шагов разностной сетки по пространственной координате и времени;
 m_β – масса частицы компонента β ;
 n_β – плотность частиц компонента β ;
 N_A – число Авогадро;
 P – давление;
 r – радиус;
 r^* – характеристический параметр дисперсности размеров пор;
 R – универсальная газовая постоянная;
 S – удельная площадь контакта жидкости и газа в единичном объеме;
 t – время;
 T – температура;
 U – объемная концентрация;
 v' – удельный объем жидкости;
 v'' – удельный объем пара;
 V – объем;

w – скорость;
 W – переносимая субстанция;
 x_{β} – мольная доля компонента;
 α – коэффициент теплоотдачи;
 β_T – коэффициент линейного термического расширения;
 β_x – коэффициентами линейной усадки;
 γ_V – коэффициент объемного испарения;
 δ – толщина испаряющегося слоя;
 ε – коэффициент излучения частиц;
 ε_V – относительная объемная деформация;
 η – динамический коэффициент вязкости;
 Θ – весовой параметр разностного уравнения;
 θ – объемная доля жидкости в капилляре;
 κ – коэффициент термодиффузии;
 λ – коэффициент теплопроводности;
 μ – молекулярная масса вещества;
 ν – частота колебаний;
 ν_{Π} – коэффициент Пуассона;
 ρ – плотность;
 σ – поверхностное натяжение;
 φ – степень насыщения парогазовой смеси;

Ψ – объемная доля пористой системы, занятая компонентом фазы;
 ω – удельное массосодержание;
 ∇ – оператор Гамильтона.

Индексы нижние:

v – воздух;
 $г$ – газ;
 $гр$ – внешняя граница;
 $и$ – испарение;
 $к$ – конденсация;
 $кап$ – капилляр;
 $п$ – пар;
 $н$ – насыщенное состояние;
 $р$ – равновесное состояние;
 $с$ – внешняя среда;
 $см$ – смесь;
 $эф$ – эффективность;
 β – порядковый номер компонента;
 0 – начальные значения.

Индексы верхние:

$д$ – диффузия;
 $ф$ – фильтрация;
 0 – чистая (однокомпонентная) фаза.

Введение

Оптимизация современных технологий сушки тесно связана с дальнейшим развитием теории и методов расчета взаимосвязанных процессов тепломассопереноса, фазовых превращений и деформирования и на этой базе разработка математических моделей, которые адекватно описывают процессы обезвоживания материалов.

Ранее предложенные математические модели динамики сушки, в частности модели Лыкова А.В. [1], Витаккера С. [2], Куца П.С., Гринчика Н.Н., Акулича П.В. [3], построены при ряде допущений, которые существенно снижают область их применения. Они построены в предположении, что жидкая фаза является однокомпонентной. Однако на практике удаляемая влага весьма часто представляет собой многокомпонентный раствор, что значительно изменяет кинетику сушки. Указанные модели не учитывают деформирование тел при обезвоживании, хотя объем многих коллоидных капиллярно-пористых тел в процессе сушки уменьшается в несколько раз, что ощутимо сказывается на динамике процесса.

Существенное влияние на сушку оказывают связанные с ней активационные процессы, в частности испарение и диффузия, интенсивность которых резко возрастает с повышением температуры. В ранее предложенных моделях динамики сушки интенсивность активационных процессов определялась весьма приближенно на базе феноменологического подхода. Процессы диффузии и испарения связаны с флуктуациями энергии частиц (атомов или молекул), благодаря которым отдельные частицы могут достигнуть предельного уровня энергии, достаточного для разрыва связей с соседними частицами и перескока в окружение других частиц при диффузии или отрыва от тела при испарении. Однако природа этих флуктуаций до последнего времени оставалась неясной. В работах [4,5] развивается новый подход к определению интенсивности процессов испарения и диффузии, который базируется на молекулярно-радиационной теории переноса. На его основе разработаны математические модели и методы расчета тепломассопереноса, фазовых превращений и деформирования при обезвоживании

пористых систем с однокомпонентной жидкой фазой [6–8].

Настоящая работа посвящена исследованию динамики тепломассопереноса при сушке пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой.

Основные уравнения динамики сушки пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой

Моделирование и оптимизация сушки пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой связаны с необходимостью дальнейшего развития теории взаимосвязанных процессов тепломассопереноса и фазовых превращений. Для описания процессов тепломассопереноса в системах с многокомпонентной жидкой фазой необходимо располагать возможностью рассчитать теплофизические параметры и свойства жидких и газообразных смесей по концентрации и известным параметрам и свойствам чистых компонентов. Эта задача может быть решена с использованием молекулярно-радиационной теории переноса [4,5,9], и в частности, закона интенсивности спектрального излучения частиц

$$q_{i\nu} = \varepsilon_\nu n_{i\nu} i h\nu, \tag{1}$$

где $q_{i\nu}$ – энергия фотонов частоты ν , которые излучаются в единицу времени частицами единичного объема, находящимися на i -том энергетическом уровне по частоте ν ; $\varepsilon_\nu \neq f(i)$; $n_{i\nu}$ – плотность частиц, находящиеся по частоте на i -том энергетическом уровне.

Закон интенсивности излучения частиц (1) является элементарным законом теплового излучения, поскольку справедлив и при $n_{i\nu} = 1$. Из него вытекают формула Планка для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела и закон Максвелла-Больцмана о распределении частиц по энергиям, которые подтверждены многочисленными экспериментальными данными. Также найдены [9] потенциал межатомного взаимодействия, являющийся функцией энергии частиц, и уравнение состояния конденсированных тел, из которого следуют законы Гука, термического расширения и Грюнейзена.

Закон излучения частиц (1) лежит в основе радиационной теории теплопереноса, в рамках

которой получено следующее интегродифференциальное уравнение переноса энергии [9]:

$$\frac{\partial E(r,t)}{\partial t} = \int_V \left[E\left(r+\eta,t-\frac{|\eta|}{c}\right) - E(r,t) \right] N dV, \tag{2}$$

$$N = \varepsilon F \Phi(\eta),$$

где r и η – радиусы – векторы данной точки относительно начала координат и соседней точки относительно данной; F – эффективное сечение поглощения частиц единичного объема; $\Phi = \exp(-F\eta)/(4\pi\eta)$.

В предельных случаях (2) переходит в уравнение теплопроводности Фурье (при скорости света $c \rightarrow \infty$) и гиперболическое уравнение, которое используется для описания интенсивных нестационарных процессов. Из (2) вытекает аналитическое выражение для теплосодержания многокомпонентного тела

$$E = 9kT^4 \sum_{\beta=1}^B \frac{n_\beta}{\vartheta_\beta^3} \int_0^{\vartheta_\beta/T} \frac{z^3 dz}{\exp(z)-1}; \quad \vartheta_\beta = \frac{h\nu_\beta^*}{k};$$

$$\nu_\beta^* = \left(\frac{9n_\beta c^3}{8\pi\gamma_\beta} \right)^{1/3}, \tag{3}$$

где γ_β – вероятное число степеней свободы частиц компонента β ($\beta = 1,2,\dots,B$), которые обмениваются энергией с одной стоячей волной. При $B = 1$ и $\gamma_\beta = 3(c/w_3)^3/2$, где w_3 – скорость звука, выражения для E и удельной теплоемкости $c_\nu = \partial E / \partial T$ переходят в формулы Дебая [9]. Они хорошо согласуются с экспериментом, однако получены в предположении, что изменение энергии частиц твердого тела связано с распространением по его объему упругих волн, каждая из которых реализуется одной степенью свободы частицы. Однако по современным представлениям упругая волна является следствием коллективного колебания атомов.

На базе закона интенсивности спектрального излучения частиц тела сформулирован следующий механизм активационных процессов [4] – диффузии, испарения, тепловой ионизации, диссоциации, химических реакций. Предельный уровень энергии $i_{\beta\nu}^*$, на котором может находиться частица компонента β в активаци-

онных процессах, определяется из условия $i_{\beta v}^* h\nu < A_{\beta} \leq (i_{\beta v}^* + 1)h\nu$. В процессах диффузии и испарения частица, находящаяся на уровне $i_{\beta v}^*$, после поглощения фотона $h\nu$ активизируется и, отдавая энергию $(i_{\beta v}^* + 1)h\nu$, разрывает связи с соседними частицами и совершает диффузионный переход или испаряется. Динамика активационных процессов в многокомпонентной конденсированной системе определяется функцией распределения частиц по энергиям и интенсивностью перехода их с данного энергетического уровня на следующий более высокий уровень.

Выражение для функции распределения частиц компонента β по энергиям в активационных процессах, найденное на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц имеет следующий вид [4]

$$w_{\beta iv} = \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \right] \times \left[1 - \exp\left(-\frac{(i_{\beta v}^* + 1)h\nu}{kT}\right) \right]^{-1} \exp\left(-\frac{E_{iv}}{kT}\right). \quad (4)$$

При $i_{\beta v}^* \rightarrow \infty$ распределение (4) представляет собой закон Максвелла-Больцмана.

На базе функции распределения (4) получено [4] следующее выражение для массы частиц компонента β из единичного объема, которые за единицу времени достигают энергии активации

$$G_{\beta} = \varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} \left[\exp\left(\frac{A_{\beta}}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (5)$$

где ε_{β} – осредненный по частотам коэффициент излучения частиц; $\rho_{\beta} = n_{\beta} m_{\beta} = \sum_v n_{\beta v} m_{\beta}$.

Вероятное число диффузионных переходов, совершаемых атомом сорта за единицу времени, есть G_{β} / ρ_{β} и за каждый переход атом преодолевает расстояние l_{β} . Поэтому его средняя скорость, обусловленная диффузионными перескоками равна

$$w_{\beta} = l_{\beta} G_{\beta} / \rho_{\beta} = l_{\beta} \varepsilon_{\beta} \Omega_{\beta} / \rho_{\beta}, \quad (6)$$

где

$$\Omega_{\beta} = \rho_{\beta} \left\{ \exp\left[A_{D\beta} / (kT)\right] - 1 \right\}^{-1}. \quad (7)$$

Согласно элементарной кинетической теории [4] плотность диффузионного потока атомов сорта β через плоскость z в положительном направлении составит:

$$J_{\beta}^{+}(z) = \frac{1}{6} \rho_{\beta}(z - l_{\beta}) w_{\beta}(z - l_{\beta}) = \frac{1}{6} l_{\beta} \varepsilon_{\beta} \Omega_{\beta}(z - l_{\beta}), \quad \text{а в}$$

обратном – $J_{\beta}^{-}(z) = \frac{1}{6} l_{\beta} \varepsilon_{\beta} \Omega_{\beta}(z + l_{\beta})$. Результирующая плотность диффузионного потока атомов J_{β} в направлении z равна:

$$J_{\beta} = J_{\beta}^{+} - J_{\beta}^{-} = -\frac{1}{3} l_{\beta}^2 \varepsilon_{\beta} \frac{\partial \Omega_{\beta}}{\partial z}. \quad (8)$$

Величина Ω_{β} может рассматриваться как потенциал массопереноса для конденсированных тел. Для газов величиной, эквивалентной удельному числу диффузионных перескоков G_{β} / m_{β} , является число столкновений молекул компонента β в единичном объеме за единицу времени $G_{\beta}'' / m_{\beta} = n_{\beta} \bar{w}_{\beta}'' / l_{\beta}''$, где l_{β}'' и \bar{w}_{β}'' – длина свободного пробега и средняя скорость молекул газа. При этом выражение для плотности потока β -го компонен-

та газовой смеси $J_{\beta} = -\frac{1}{3} l_{\beta}''^2 \frac{\partial G_{\beta}''}{\partial z} \approx -\frac{1}{3} l_{\beta}'' \bar{w}_{\beta}'' \frac{\partial \rho_{\beta}}{\partial z}$ сов-

падает с известной формулой элементарной кинетической теории газов, согласно которой потенциалом молекулярного переноса массы в газовой смеси является плотность компонента ρ_{β} .

В результате подстановки выражения (8) в уравнение сохранения массы компонента $\partial \rho_{\beta} / \partial t = -\text{div}(J_{\beta})$, с учетом соотношений (6), (7), получено [4] уравнение массопереноса, которое может быть представлено в виде

$$\frac{\partial \rho_{\beta}}{\partial t} = \text{div}(D_{\beta} \text{grad} \rho_{\beta}) + \text{div}\left(\frac{\kappa_{\beta}}{T} \text{grad} T\right), \quad (9)$$

где D_{β} и κ_{β} – коэффициенты диффузии и термодиффузии частиц компонента β :

$$D_{\beta} = \frac{1}{3} l_{\beta}^2 \varepsilon_{\beta} \left[\exp\left(\frac{A_{\beta}}{kT}\right) - 1 \right]^{-1},$$

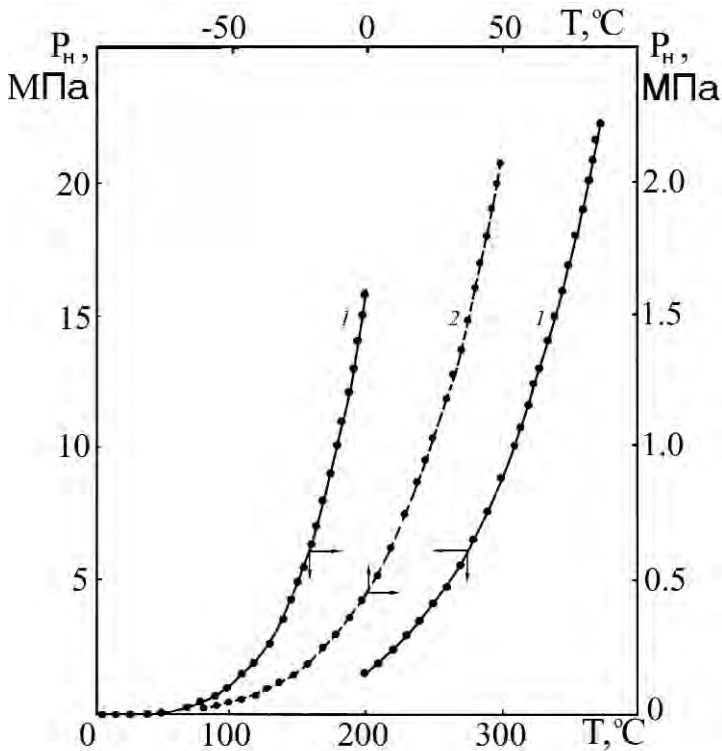


Рис. 1. Сравнение зависимостей давления P_n насыщенного пара от температуры T для воды (кривые 1) и аммиака (кривая 2), рассчитанных по уравнению (32), с табличными данными, представленными точками.

$$\kappa_\beta = \frac{1}{3} \rho_\beta l_\beta^2 \epsilon_\beta \frac{A_\beta}{kT} \exp\left(\frac{A_\beta}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{A_\beta}{kT}\right) - 1 \right]^{-2} \quad (10)$$

Выражение для коэффициента диффузии D_β хорошо согласуется с экспериментальными данными [4]. При $A_\beta/RT \gg 1$ оно переходит в эмпирическую формулу Аррениуса для твердых тел, а при $A_\beta/RT \ll 1$ – в формулу Эйнштейна для жидких сред.

Механизм испарения несколько отличается от механизма диффузии [7, 8].

Вероятное число активизирующихся частиц определяется выражением (6). Эти частицы, теряя накопленную энергию, перемещаются с равной вероятностью во всех направлениях. Те из них, которые расположены вблизи свободной поверхности и их путь до этой поверхности не превышает δ^* , отрываются от тела. Величина $\delta^* \approx A/(\xi n)$, где $\xi = const$, может рассматриваться как толщина приграничного слоя, примыкаю-

щего к свободной поверхности достаточно массивного конденсированного тела, в котором протекает процесс испарения. Вероятность испарения активизированной частицы, находящейся от наружной поверхности на расстоянии $\eta \leq \delta^*$, равна [7] $w_{и}(\eta) = (1 - \eta/\delta^*)/2$, а масса частиц, испаряющихся в элементарном слое $d\eta$ единичной площади $dI_{и} = w_{и}(\eta)G_\beta d\eta$. Остальные частицы тела, так же, как при диффузии, после некоторых перемещений оказываются на нулевом энергетическом уровне в другой точке тела. Интенсивность испарения конденсированного слоя толщиной δ находится путем интегрирования $dI_{и}$ по толщине испаряющегося слоя

$$I_{и} = \frac{\epsilon A}{4\xi} \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) \left[\exp\left(\frac{A}{kT}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (11)$$

Относительная толщина испаряющегося слоя $\bar{\delta} = \delta / \delta^*$ при $0 < \delta < \delta^*$, и $\bar{\delta} = 1$ при $\delta > \delta^*$. Удельный поток конденсирующихся молекул пара I_k находится с использованием закона Максвелла о распределении молекул по скоростям

$$I_k = \frac{f_k m}{\sqrt{2\pi k m}} \frac{P_n}{\sqrt{T}} \quad (12)$$

В условиях теплового равновесия системы конденсированное тело – газовая фаза температуры фаз и потоки массы испаряющихся и конденсирующихся молекул равны, т.е. $T_n = T$ и $I_{и} = I_k$, а парциальное давление пара P_n равно равновесному давлению пара P_p . При этих условиях из выражений (11) и (12) находим, что

$$P_p = N \sqrt{T} \left[\exp\left(\frac{A}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$N = \frac{\epsilon A}{4\xi} \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) \frac{\sqrt{2\pi k m}}{f_k}$$

Для массивных тел, для которых $\bar{\delta} = 1$, выражение (13) переходит в формулу для давления P_n насыщенного пара

$$P_n = \frac{\epsilon A}{4\xi f_k} \sqrt{2\pi k m} \sqrt{T} \left[\exp\left(\frac{A}{kT}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (14)$$

Формула (14), как это следует из рис. 1, хорошо согласуется с известными эксперименталь-

ными данными, представленными в литературе в виде таблиц насыщенного пара и жидкости на линии насыщения.

В результате деления выражения (13) на (14) приходим к уравнению

$$P_p / P_n = \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) = \varphi_p . \quad (15)$$

Из этого уравнения следует, что толщина слоя конденсата $\delta^{жс}$ на поверхности неиспаряющегося тела в среде с влажностью φ_p равна [2]:

$$\delta^{жс} = \delta^* \bar{\delta} = \delta^* (1 - \sqrt{1 - P_p / P_n}) = \delta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi_p}) . \quad (16)$$

Согласно (16) по мере увеличения массы жидкости, вводимой в замкнутую изотермическую полость, равновесная толщина слоя конденсата на ее внутренней поверхности монотонно возрастает до тех пор, пока давление пара не достигнет давления P_n . Дальнейшее увеличение введенной в полость массы жидкости не приводит к изменению $\delta^{жс}$.

На базе (14) и уравнения Клапейрона-Клаузиуса получена следующая формула для теплоты фазового перехода

$$L = N(v'' - v')\Phi(T) , \quad \Phi(T) = \frac{\sqrt{T}}{2} \left[\exp\left(\frac{A}{kT} - 1\right) \right]^{-1} + \frac{A}{k\sqrt{T}} \exp\left(\frac{A}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{A}{kT} - 1\right) \right]^{-2} . \quad (17)$$

Результирующий поток испарения I на поверхности однокомпонентного тела при $T \neq T_c$

$$I = \frac{1}{4} n \varepsilon \delta^* \left\{ \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) \left[\exp(A/kT|_{гр}) - 1 \right]^{-1} - \varphi_c \left[\exp(A/kT_c) - 1 \right]^{-1} \right\} , \quad \varphi_c = P_c / P . \quad (18)$$

Для жидкой смеси равновесное давление пара $P_{p\beta}$ компонента β ($\beta = 1, 2, \dots, B$) находится из условия равенства потоков $I_{ис,\beta} = I_{к,\beta}$ испаряющихся и конденсирующихся молекул

$$P_{p\beta} = n_\beta \varepsilon_\beta \delta_\beta^* \bar{\delta}_\beta (2 - \bar{\delta}_\beta) \left[\exp(A_\beta / kT) - 1 \right]^{-1} \times \sqrt{2\pi k m_\beta T} / (4 f_\beta) , \quad (19)$$

где $\delta_\beta^* = A_\beta / (\xi_\beta \sum_\psi n_\psi m_\psi / m_\beta)$. Если толщина слоя

конденсированной смеси является достаточно большой, т.е. $\delta^{жс} \geq \delta_\beta^*$, то $\bar{\delta}_\beta = 1$ и $P_{p\beta} = P_{н\beta}$. Коэффициент конденсации f_β частицы β -го компонента паровой фазы на поверхности многокомпонентной жидкости находится по формуле

$$f_\beta = \sum_\gamma f_{\beta\gamma} \Psi_\gamma = \sum_\gamma f_{\beta\gamma} U_\gamma / \rho_\gamma = f_{\beta\beta} \sum_\gamma \frac{f_{\beta\gamma} U_\gamma}{f_{\beta\beta} \rho_\gamma} , \quad (20)$$

где $f_{\beta\gamma}$ – коэффициент конденсации компонента β пара на поверхности чистого жидкого компонента γ ; Ψ_γ – объемная доля компонента γ в жидком растворе.

В результате почленного деления (19) на уравнение (13), записанное для чистого β -го компонента, когда $P_p = P_{p\beta}^0$, $\bar{\delta} = \bar{\delta}_\beta^0$, $\delta^* = \delta_\beta^{*0}$ и $f = f_\beta^0$, находим формулу зависимости между равновесными давлениями пара компонента β над слоями смеси и чистой жидкости

$$P_{p\beta} = \frac{U_\beta}{\sum_\beta U_\beta} \frac{\delta_\beta^* \bar{\delta}_\beta (2 - \bar{\delta}_\beta) f_\beta^0}{\delta_\beta^{*0} \bar{\delta}_\beta^0 (2 - \bar{\delta}_\beta^0) f_\beta^0} P_{p\beta}^0 . \quad (21)$$

В литературе имеются экспериментальные данные о парциальных давлениях паров над жидкими, в основном двухкомпонентными, растворами [10]. Качественная и количественная оценка взаимосвязи между $P_{p\beta}$ и $P_{p\beta}^0$ была проведена только для идеальных и предельно разбавленных растворов, и она выражается эмпирическими законами Рауля и Генри [11]. В этих растворах взаимодействие между растворителем и растворенным веществом, а также молекулами растворенного вещества проявляются настолько слабо, что свойства растворов зависят только от концентрации вещества. Из формулы (21), как частные случаи, следуют указанные законы. Если принять, что толщина слоя смеси $\delta^{жс} \geq \delta_\beta^*$, $m_\beta = m = const$ и $f_\beta = f_\beta^0$, то из (21) вытекает эмпирический закон Рауля

$$P_{p\beta} = P_{p\beta}^0 n_\beta / \sum_\beta n_\beta = P_{p\beta}^0 x_\beta^{жс} \quad (22)$$

для идеального раствора жидкостей. Их смешение происходит без изменения объема, их молекулы близки по свойствам и для них

$$U_\beta / \sum_\beta U_\beta = n_\beta m_\beta / \sum_\beta (n_\beta m_\beta) \approx n_\beta / \sum_\beta n_\beta = x_\beta^{жс} .$$

Для массивного слоя бинарного предельно разбавленного раствора компонента $\beta = 2$ в растворителе $\beta = 1$, формула (21) переходит в закон Генри $P_{p2} = K_2 x_2^{жс}$, где выражение для $K_2 = m_2 f_2^0 P_{p2}^0 / (m_1 f_2) \neq P_{p2}^0$ раскрывает физический смысл константы Генри.

Теплота фазового перехода летучего компонента β ($\beta = 1, 2, \dots, B$) раствора, содержащего \tilde{V} нелетучих компонентов и V^* инертных газов, при температуре T равна

$$L_\beta = (v_\beta'' - v_\beta') n_\beta \epsilon_\beta \delta_\beta^* \bar{\delta}_\beta (2 - \bar{\delta}_\beta) \sqrt{2\pi k / m_\beta} \Phi(T) / (4 f_\beta) - v_\beta' \left\{ \left[1 - \sum_{\beta}^B (1/v_\beta') / \sum_{\beta}^B (1/v_\beta'') \right] T \sum_{\beta}^B (R_\beta^* U_\beta^*) \right\} / \left[1 - \tilde{\Psi} - U / \sum_{\beta}^B (1/v_\beta') \right] + P_k \quad (23)$$

где U и U_β^* – объемные концентрации всех летучих компонентов и инертного компонента; $\tilde{\Psi}$ – объемная доля всех нелетучих компонентов; R_β^* – удельная газовая постоянная.

Располагая функциями $I_{uc,\beta}$, $I_{к,\beta}$ и $P_{p\beta}$, можно выражение для результирующего удельного потока испарения β -го компонента в смеси представить в следующем виде

$$I_\beta = \frac{U_\beta}{4\mu_\beta} N_A \epsilon_\beta \delta^* \left\{ \bar{\delta}_\beta (2 - \bar{\delta}_\beta) \left[\exp\left(\frac{A_\beta}{kT|_{гр}}\right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_{\beta c} \left[\exp\left(\frac{A_\beta}{kT_c}\right) - 1 \right]^{-1} \right\} \quad (24)$$

Толщина конденсированного слоя смеси в состоянии равновесия на неиспаряющейся поверхности находится по условию

$$\delta_{см}^* = \max\{\delta_\beta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi_\beta})\} \quad (25)$$

В конце первого периода сушки объемная концентрация компонента и относительная толщина слоя конденсата в окрестности граничной поверхности существенно снижаются и приближаются к равновесным значениям. В

связи с этим во втором периоде сушки интенсивность испарения β -го компонента на внешней границе целесообразно определять по выражению

$$I_\beta = -D_\beta \left(\frac{\partial U_\beta}{\partial x} \right)_{гр} \quad (26)$$

полагая, что $U_\beta|_{гр}$ равно соответствующему равновесному значению.

Для нахождения интенсивности фазового перехода $I_{V\beta}$ жидкости в пар в капиллярах единичного объема пористого тела необходимо располагать удельной площадью S контакта фаз. Площадь S может быть найдена через дифференциальную функцию распределения пор по размерам $f(r) = dV/dr$, где dV – суммарный объем пор радиуса от r до $r + dr$ в единичном объеме тела. Общая длина капилляров радиуса от r до $r + dr$ равна $f(r) dr / (\pi r^2)$. Согласно (25) принимается, что в каждый момент времени t на поверхности капилляров радиуса $r > \delta_{см}^*$ образуется слой конденсата, толщиной $\delta_{см}^*(T, \varphi_{см})$, а капилляры радиуса $r \leq \delta_{см}^*$ заполнены жидкостью полностью. Площадь контакта жидкой и газообразной фаз в капиллярах единичного объема тела с радиусами от r до $r + dr$, причем $r \geq \delta_{см}^*$, составит $dS = f(r) 2\pi(r - \delta) dr / (\pi r^2)$. Общая площадь контакта фаз

$$S = \int_{r_{min} + \delta}^{r_{max}} dS = 2 \int_{r_{min} + \delta}^{r_{max}} \frac{f(r)}{r} dr - 2\delta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi_{см}}) \int_{r_{min} + \delta}^{r_{max}} \frac{f(r)}{r^2} dr \quad (27)$$

В соответствии с выражением (24) и условием, что температуры фаз в каждой точке тела совпадают, интенсивность $I_{V\beta}$ испарения β -го компонента раствора в единичном объеме тела

$$I_{V\beta} = \gamma_{V\beta} \frac{U_\beta}{\mu_\beta} N_A \epsilon_\beta \delta^* \left[\exp\left(\frac{A_\beta}{kT}\right) - 1 \right]^{-1} \times \left[\bar{\delta}_\beta (2 - \bar{\delta}_\beta) - \varphi_\beta \right] \quad (28)$$

Здесь $\varphi_\beta = P_\beta / P_{н\beta}(T)$; $\gamma_{V\beta} = \gamma_{V0\beta} S$ – коэффициент объемного испарения, $0 < \gamma_{V0\beta} \leq 1$.

Давление компонентов парогазовой смеси P_Γ в порах тела, выражается через температуру T , объемные концентрации жидких U_β ($\beta = 1, 2, \dots, B$) и парообразных U_β^* ($\beta = 1, 2, \dots, B$) летучих компонентов, газообразных инертных U_β^* ($\beta = 1, 2, \dots, B^*$) и нелетучих жидких \tilde{U}_β ($\beta = 1, 2, \dots, \tilde{B}$) компонентов следующим образом. Объемная доля жидких компонентов в пористом теле $\Psi = \sum_{\beta} (U_\beta / \rho_\beta) + \sum_{\tilde{\beta}} (\tilde{U}_\beta / \tilde{\rho}_\beta)$, где ρ_β , $\tilde{\rho}_\beta$ – истинные плотности этих компонентов. Объемная доля парогазовой смеси Ψ_Γ находится через объемные доли жидкости Ψ и твердого скелета Ψ_Γ : $\Psi_\Gamma = 1 - \Psi - \Psi$. Парциальные плотности компонентов пара и инертного газа в парогазовой смеси равны $\rho_\beta'' = U_\beta'' / \Psi_\Gamma$, $\rho_\beta^* = U_\beta^* / \Psi_\Gamma$, а их парциальные давления P_β'' и P_β^* находятся по уравнению состояния для газа.

Давление в жидкой фазе $P_{ж}$ определяется суммой

$$P_{ж} = \sum_{\beta} P_\beta'' + \sum_{\beta} P_\beta^* + P_{кап}, \quad (29)$$

где капиллярное давление $P_{кап}$ находится как среднее капиллярное давление жидкости в порах капиллярно-пористого тела [6]

$$P_{кап} = 2\sigma_{см}(T) \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{\theta}{r} f dr / \int_{r_{min}}^{r_{max}} \theta f dr = \frac{2\sigma_{см}(T)}{r^*}. \quad (30)$$

Здесь $\theta = \theta(T, \varphi, r)$ – объемная доля жидкости в капиллярах радиуса r

$$\theta(T, \varphi, r) = \pi[r^2 - (r - \delta^*)] / \pi r^2 = 2\delta^* / r - \delta^{*2} / r^2, \quad (31)$$

где r^* – характеристический радиус пор, $r_{min} < r^* < r_{max}$; $\sigma_{см}$ – поверхностное натяжение жидкой смеси, которое приближенно может быть определено на основе вытекающего из формулы Маклеода-Саг-

дена выражения $\sigma_{см}^{1/4} = \sum_{\beta} x_\beta^j \sigma_\beta^{1/4}$; σ_β – поверхно-

стное натяжение чистого компонента β .

Располагая функциями $\theta(T, \varphi, r)$ и $f(r)$, можно определить объемную концентрацию жидкости в пористом теле, находящемся в равновесии с влажным воздухом

$$U(T, \varphi) = \rho_{см} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \theta(T, \varphi, r) f(r) dr. \quad (32)$$

Для заданной температуры формула (32) представляет собой изотерму десорбции.

Изменение объемной концентрации компонента при сушке в общем случае может происходить в результате протекания четырех физически различных процессов: диффузионного (молекулярного) массопереноса, фильтрационного (конвективного) массопереноса, фазовых превращений и усадки материала. При построении системы уравнений тепломассопереноса при сушке капиллярно-пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой используется представленное в работах [7,8] дифференциальное уравнение переноса субстанции (энергии, массы, импульса) в деформируемом теле

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla J_W + I_W - \frac{W}{1 + \epsilon_V} \frac{\partial \epsilon_V}{\partial t}. \quad (33)$$

В случае, когда относительная объемная деформация $\epsilon_V = 0$, выражение (33) переходит в известное уравнение Умова.

Плотность потока J_W субстанции W в общем случае имеет диффузионную J_W^d и фильтрационную J_W^f составляющие: $J_W = J_W^d + J_W^f$. Перенос массы компонента β ($W = U_\beta$) осуществляется под действием градиентов объемной концентрации и температуры $J_\beta^d = -D_\beta(\nabla U_\beta + \kappa_\beta \nabla T)$. Диффузионный поток энергии J_q^d складывается из потоков теплоты, возникающих вследствие процессов теплопроводности и диффузии массы компонентов: $J_q^d = -\lambda \nabla T + \sum_{\beta} E_\beta J_\beta^d$. Плотности

фильтрационного потока жидких и газовых компонентов определяются выражениями $J_\beta^f = U w_{ж}$, $J_\beta^{*f} = U_\beta^* w_{ж}$, $J_\beta^{gf} = U_\beta'' w_\Gamma$, $\tilde{J}_\beta^f = \tilde{U}_\beta w_\Gamma$. Согласно закону Дарси скорости фильтрационного движения жидкой $w_{ж}$ и газовой фазы w_Γ пропорциональны градиентам их давлений

$$\nabla P_{ж} \text{ и } \nabla P_\Gamma : w_\zeta = -\frac{K_0 K_\zeta}{\eta_\zeta} \nabla P_\zeta, \quad \zeta = ж, \Gamma.$$

В [7] показано, что скорость изменения во времени относительного объема элемента тела

$$\frac{1}{\Delta V(t)} \frac{\partial \Delta V(t)}{\partial t} = \frac{1}{1 + \epsilon_V(t)} \frac{\partial \epsilon_V(t)}{\partial t} = \frac{1}{1 + \epsilon_{11}} \frac{\partial \epsilon_{11}}{\partial t} +$$

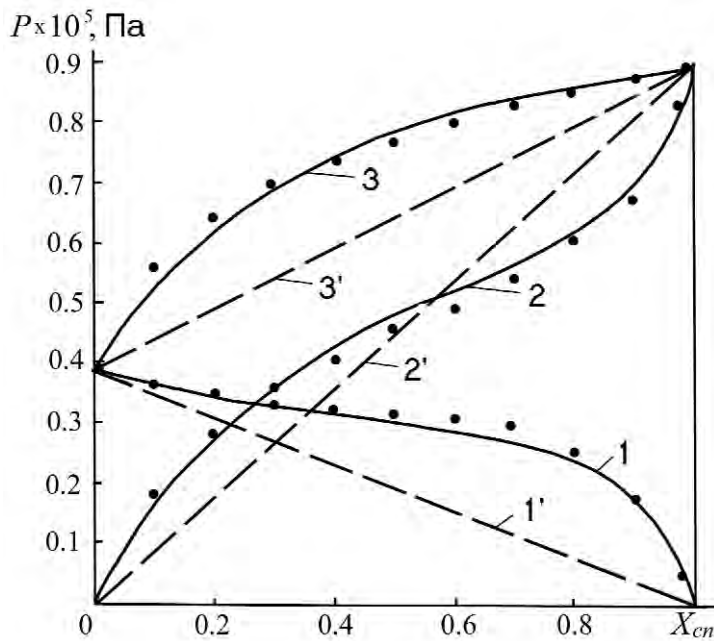


Рис.2. Зависимости парциальных давлений паров воды (кривые 1 и 1'), этилового спирта (кривые 2 и 2') и общего давления (кривые 3 и 3') от состава смеси для температуры 75°С, полученные в результате расчета (сплошная линия), экспериментов (точки) и по закону Рауля (пунктир).

$$+ \frac{1}{1 + \epsilon_{22}} \frac{\partial \epsilon_{22}}{\partial t} + \frac{1}{1 + \epsilon_{33}} \frac{\partial \epsilon_{33}}{\partial t} \quad (34)$$

Выражения для компонентов тензора деформаций ϵ_{ii} ($i = 1, 2, 3$), при условии задания полей температуры T , объемных концентраций U_ψ (или удельных массосодержаний ω_ψ) связанных веществ – жидкости ($\psi = ж$), пара ($\psi = п$), воздуха ($\psi = в$), а также внешних напряжений, могут быть получены на основе уравнения термоконцентрационного деформирования [9]. Для случая упругого деформирования пористого тела, когда массовыми силами и динамическими эффектами деформации, проявляющимися лишь при интенсивных нестационарных процессах нагрева и сушки тонкостенных изделий, можно пренебречь, уравнение переноса импульса в перемещениях в декартовых координатах x_i ($i = 1, 2, 3$) может быть записано в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(G \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(G \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(G \frac{\partial u_i}{\partial x_3} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[G_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(G \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(G \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(G \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} [N(2G + 3G_1)] = 0 \quad (35)$$

Здесь G , G_1 – коэффициенты Ляме, $G = E_y/[2(1 + \nu_\Pi)]$, $G_1 = E_y \nu_\Pi / [(1 - 2\nu_\Pi)(1 + \nu_\Pi)]$; N – термоконцентрационная функция, определяющая изменение удельного объема тела при его свободном расширении, обусловленном процессами теплопроводности, диффузии, фильтрации, фазового и химического превращения,

$$N = \beta_T(T - T_0) + \sum_\psi \beta_{x\psi}(\omega_\psi - \omega_{\psi 0}) \quad (36)$$

где $\beta_T = (\partial x / \partial T) / x$; $\beta_{x\psi} = (\partial x / \partial \omega_\psi) / x$. Отметим, что деформациями, обусловленными изменениями массосодержания пара и воздуха, обычно можно пренебречь.

В качестве граничного условия для уравнения переноса импульса (35) может быть принято условие отсутствия напряжений на внешней границе области, т.е.

$$\sigma_{ij}|_{\text{гр}} = G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + G_1 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \delta_{ij} - N(2G + 3G_1)\delta_{ij} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (37)$$

где δ_{ij} – единичный тензор ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$).

В отдельных случаях решение задачи деформирования при сушке тел простейшей формы может быть получено аналитически. Для плоской пластины $0 < x_1 < H$, деформирование которой связано с симметричной относительно ее средней плоскости $x_1 = H/2$ неоднородностью полей концентрации компонентов и температуры вдоль оси x_1 , аналитическое решение имеет вид

$$\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \frac{1}{H} \int_0^H N dx_1, \quad \epsilon_{11} = \frac{1 + \nu_\Pi}{1 - \nu_\Pi} N - \frac{2\nu_\Pi}{1 - \nu_\Pi} \epsilon_{22},$$

$$\varepsilon = (1-\varepsilon_{11})(1-\varepsilon_{22})(1-\varepsilon_{33})-1, \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0,$$

$$\sigma_{11} = 0, \sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{E_y}{1-\nu_{\Pi}}(\varepsilon_{22} - N). \quad (38)$$

Аналитическое решение осесимметричной задачи о напряженно-деформированном состоянии полого цилиндра $r_1 \leq r \leq r_0$, обусловленном неравномерностью полей температуры и концентрации компонентов, а также воздействием различных давлений P_0 на внутренней и P на внешней цилиндрических поверхностях и P_z на торцах цилиндра [7], имеет вид

$$u_r(r) = \frac{1}{r(1-\nu_{\Pi})} \left[(1+\nu_{\Pi}) \int_{r_0}^r N r dr + \frac{r^2(1-3\nu_{\Pi})+r_0^2(1+\nu_{\Pi})}{r_1^2-r_0^2} \int_{r_0}^1 N r dr + \frac{r\nu_{\Pi}P_z}{E_y\pi(r_1^2-r_0^2)} \right] + \frac{1}{E_y r(r_1^2-r_0^2)} \left[r^2(1-\nu_{\Pi})(P_0 r_0^2 - P r_1^2) + (1+\nu_{\Pi})r_0^2 r_1^2 (P_0 - P) \right], \quad (39)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{2}{r_1^2-r_0^2} \int_{r_0}^1 N r dr - \frac{2\nu_{\Pi}}{E_y} \frac{P_0 r_0^2 - P r_1^2}{r_1^2-r_0^2} - \frac{P_z}{E_y\pi(r_1^2-r_0^2)}. \quad (40)$$

Здесь u_r – функция смещения точек цилиндра в радиальном направлении; ε_{zz} – относительное удлинение по направлению оси z . При $r_0 = 0$ соотношения (39) и (40) представляют собой решение задачи термоконцентрационной упругости для сплошного цилиндра радиуса r_1 . Компоненты тензора деформаций ε_{rr} и $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ в цилиндрических координатах r, ϑ, z определяются при помощи соотношений $\varepsilon_{rr} = \partial u_r / \partial r$ и $\varepsilon_{\vartheta\vartheta} = u_r / r$.

В результате подстановки в уравнение переноса субстанции (33) приведенных выше выражений для коэффициента диффузии, интенсивности объемного испарения, а также зависимостей между давлениями, скоростями и плотностями

потоков массы компонентов и их объемными концентрациями, построена система уравнений, описывающая взаимосвязанные процессы тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки при сушке коллоидных капиллярно-пористых тел с многокомпонентной жидкой фазой:

$$\frac{\partial U_{\beta}}{\partial t} + \nabla(w_6 U_{\beta}) = \nabla[D_{\beta}(\nabla U_{\beta} + \kappa_{\beta} \nabla T)] - I_{V\beta} - \frac{U_{\beta}}{1+\varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad \beta = 1, 2, \dots, B; \quad (41)$$

$$\frac{\partial U_{\beta}''}{\partial t} + \nabla(w_r U_{\beta}'') = \nabla[D_{\beta}''(\nabla U_{\beta}'' + \kappa_{\beta}'' \nabla T)] + I_{V\beta} - \frac{U_{\beta}''}{1+\varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad \beta = 1, 2, \dots, B; \quad (42)$$

$$\frac{\partial U_{\beta}^*}{\partial t} + \nabla(w_{ж} U_{\beta}^*) = \nabla[D_{\beta}^*(\nabla U_{\beta}^* + \kappa_{\beta}^* \nabla T)] - \frac{U_{\beta}^*}{1+\varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad \beta = 1, 2, \dots, B^*; \quad (43)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_{\beta}}{\partial t} + \nabla(w_r \tilde{U}_{\beta}) = \nabla[\tilde{D}_{\beta}(\nabla \tilde{U}_{\beta} + \tilde{\kappa}_{\beta} \nabla T)] - \frac{\tilde{U}_{\beta}}{1+\varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad \beta = 1, 2, \dots, \tilde{B}; \quad (44)$$

$$c_{\varepsilon\Phi} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + w_{\varepsilon\Phi} \nabla T \right) = \nabla(\lambda_{\varepsilon\Phi} \nabla T) - \sum c_{\psi} D_{\psi} (\nabla U_{\psi} + \delta \nabla T) \nabla T - \sum_{\beta=1}^B (L_{\beta} I_{V\beta}), \quad (45)$$

где $c_{\varepsilon\Phi} = c_T U_T + \sum_{\beta} (c_{\beta} U_{\beta}) + \sum_{\beta} (c_{\beta}'' U_{\beta}'') + \sum_{\beta} (c_{\beta}^* U_{\beta}^*) + \sum_{\beta} (\tilde{c}_{\beta} \tilde{U}_{\beta})$;

$$\lambda_{\varepsilon\Phi} = \lambda_T U_T / \rho_T + \sum_{\beta} (\lambda_{\beta} U_{\beta} / \rho_{\beta}) + \sum_{\beta} (\lambda_{\beta}'' U_{\beta}'' / \rho_{\beta}'') + \sum_{\beta} (\lambda_{\beta}^* U_{\beta}^* / \rho_{\beta}^*) + \sum_{\beta} (\tilde{\lambda}_{\beta} \tilde{U}_{\beta} / \tilde{\rho}_{\beta});$$

$$w_{эф} = \left[w_{ж} \left(\sum_{\beta} U_{\beta} + \sum_{\beta} \tilde{U}_{\beta} \right) + w_{г} \left(\sum_{\beta} U_{\beta}'' + \sum_{\beta} U_{\beta}^* \right) \right] / \left(\sum_{\beta} U_{\beta} + \sum_{\beta} \tilde{U}_{\beta} + \sum_{\beta} U_{\beta}'' + \sum_{\beta} U_{\beta}^* \right).$$

Удельная теплота испарения L_{β} жидкого β -го компонента внутри пористого материала зависит от его влагосодержания и складывается из удельной теплоты испарения свободной жидкости и удельной энергии десорбции влаги. Уравнение (45) получено путем комбинирования уравнения энергии в виде (33) и уравнений переноса массы субстанций (41)–(44). Вторым членом правой части уравнения (45), обусловленным переносом энергии за счет диффузии, обычно можно пренебречь [1].

Для системы уравнений (41)–(45) граничные условия тепло- и массообмена при условии, что параметры сушильного агента заданы, формулируются следующим образом:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{гр} = \alpha(T_c - T|_{гр}) - \sum_{\beta=1}^B (L_{\beta} I_{V\beta}); \quad (46)$$

$$D_{\beta} \frac{\partial U_{\beta}}{\partial v} \Big|_{гр} + K_{\beta} \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{гр} = I_{\beta}; \quad \frac{\partial U_{\beta}^*}{\partial v} \Big|_{гр} = 0; \quad (47)$$

$$-D_{\beta}'' \frac{\partial U_{\beta}''}{\partial v} \Big|_{гр} + K_{\beta}'' \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{гр} = \gamma_{\beta}'' [(U_{\beta}''|_{гр} - \rho_{\beta c}'' \Psi_{\beta}'')] + \kappa_{\beta}'' \Psi_{\beta}'' (T|_{гр} - T_c). \quad (48)$$

Выражение (48) удовлетворяет условиям вхождения тела в равновесное состояние: при $t \rightarrow \infty$ $\rho_{п} = \rho_{п,c}$, $T = T_c$ и $\partial U / \partial v = \partial T / \partial v = 0$ [7,8]. Граничные условия массообмена для инертных газов записываются аналогично (48).

Системы уравнений, описывающие процессы сушки, являются существенно нелинейными. Их решение возможно на основе численных методов.

Численный метод расчета процесса сушки

Для решения системы уравнений тепломассопереноса при сушке капиллярно-пористого тела с многокомпонентной жидкой фазой в условиях отсутствия фильтрационного движения связанных компонентов и усадки материала разработан численный метод, который базируется на явной трехслойной разностной схеме [12]. Разностная аппроксимация уравнения (41) при принятых допущениях в декартовых координатах x_1, x_2, x_3 на равномерной разностной сетке $x_{k,m_k} = m_k h_k$, ($m_k = 0, 1, \dots, h_k = const, k = 1, 2, 3$), $t_n = nl$ ($n = 0, 1, \dots, l > 0$) в соответствии с указанной схемой имеет вид

$$(1 + \Theta_{\beta}) \delta_t U_{\beta}^n - \Theta_{\beta} \delta_t U_{\beta}^{n-1} = \sum_{k=1}^3 [\delta_k (D_{\beta} \delta_k U_{\beta}) + \delta_k (\kappa_{\beta} \delta_k T)] - I_{V\beta}. \quad (49)$$

В разностном уравнении (49) сеточные функции $W_{m_1 m_2 m_3}^n$ ($W = U_{\beta}, T$) для узловой точки $(x_{1,m_1}, x_{2,m_2}, x_{3,m_3}, t_n)$ записаны для простоты без индексов, т.е. $W = W_{m_1 m_2 m_3}^n$; Θ_{β} – весовой параметр разностного уравнения, $\Theta_{\beta} \geq 0$;

$$\delta_t W = \frac{W_{m_1 m_2 m_3}^{n+1} - W_{m_1 m_2 m_3}^n}{l};$$

$$\delta_t W^{n-1} = \frac{W_{m_1 m_2 m_3}^n - W_{m_1 m_2 m_3}^{n-1}}{l};$$

$$\delta_1 (D \delta_1 W) = \frac{1}{2h_1^2} [(D_{m_1+1, m_2 m_3} + D_{m_1 m_2 m_3}) \times (W_{m_1+1, m_2 m_3}^n - W_{m_1 m_2 m_3}^n) - (D_{m_1 m_2 m_3} - D_{m_1-1, m_2 m_3}) (W_{m_1 m_2 m_3}^n - W_{m_1-1, m_2 m_3}^n)].$$

Аналогичным образом аппроксимируются уравнения (42)–(45). Погрешность аппроксимации уравнений (41)–(45) разностными уравнениями вида (49) имеет порядок $l + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$. Необходимые условия устойчивости разностных

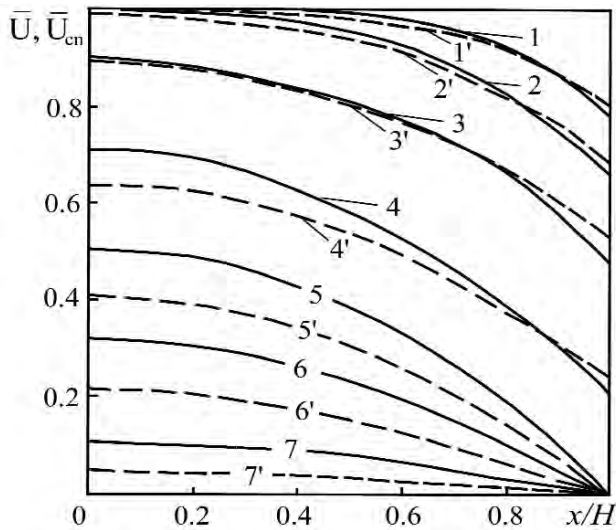


Рис. 3. Распределение относительных объемных концентраций компонентов жидкой фазы – воды $\bar{U} = U(x)/U_0$ (сплошная линия) и этилового спирта $\bar{U}_{cn} = U_{cn}(x)/U_{cn0}$ (пунктир) – по толщине силикатной пластине при температуре сушильного агента $T_c = 50^\circ\text{C}$ в различные моменты времени: 1, 1' – $t = 5$ мин; 2, 2' – 10; 3, 3' – 20; 4, 4' – 40; 5, 5' – 56,3; 6, 6' – 90; 7, 7' – 120.

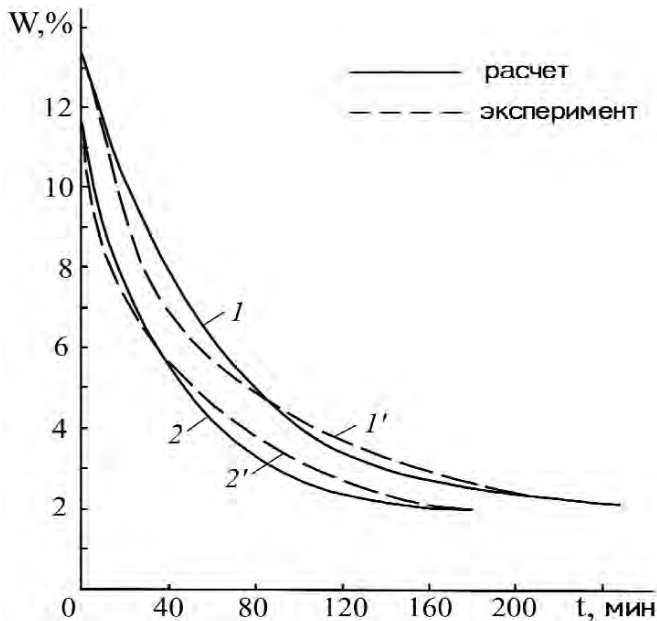


Рис. 4. Изменение во времени среднего влагосодержания капиллярно-пористого тела – силикатной пластинки толщиной 12 мм, симметрично обдуваемого сушильным агентом для различных жидких фаз: кривые 1 и 1' – для воды; 2 и 2' – для этилового спирта. ($T_c = 50^\circ\text{C}$, $w = 3,5$ м/с, $d = 8$ г/кг с.в.)

уравнений вида (49) находятся методом условного задания некоторых искомых функций системы [9]. Для уравнения (49) допустимый шаг по времени находится по условию

$$l_\beta \leq (1 + 2\Theta_\beta) \left(2D_\beta \sum_{k=1}^3 \frac{1}{h_k^2} \right)^{-1}. \quad (50)$$

Расчетный шаг по времени l определяется из условия $l \leq \min \{l_\beta; l_\beta^*; \tilde{l}_\beta; l_T\}$, где $l_\beta^*, \tilde{l}_\beta, l_T$ – допустимые шаги по времени для разностных аппроксимаций уравнений соответственно (42), (43), (44) и (45).

Результаты численного и физического моделирования сушки

На основе представленного выше численного метода разработан алгоритм расчета динамики и кинетики сушки плоского слоя $0 < x_1 < H$ капиллярно-пористого тела с двухкомпонентной жидкой фазой, симметрично обдуваемого нагретым воздухом. Принималось, что условия сушки таковы, что влиянием фильтрации и деформацией материала можно пренебречь.

На рис. 3 представлены результаты расчета динамики сушки силикатной пластинки, в которой жидкая фаза является смесью воды (60 %) и этилового спирта (40 %). В качестве исходных приняты следующие значения параметров: $T_0 = 293$ К; $T_c = 323$ К; $P_c = 0,981 \cdot 10^5$ Па; $U_{в0} = 100,3$ кг/м³; $U_{сп0} = 81,5$ кг/м³; $\Psi_T = 0,73$; $H = 0,012$ м; $\alpha = 30$ Вт/(м²·К); $\lambda_T = 0,81$ Вт/(м·К); $c_T = 840$ Дж/(кг·К); $\rho_T = 1934$ кг/м³; $\varphi_c = 0,1045$; $A_B \cdot N_A = 0,421 \cdot 10^8$ Дж/кмоль; $A_{сп} \cdot N_A = 0,456 \cdot 10^8$ Дж/кмоль. Из рисунка видно, что по мере приближения к моменту завершения первого периода сушки на внешней границе слоя $x = H$ объемные концентрации обоих компонентов жидкой фазы одновременно стремятся к равновесным значениям.

Результаты численных и физических экспериментов по кинетике сушки силикатной пластинки, симметрично обдуваемой нагретым воздухом, когда жидкая фаза является чистой водой или чистым этиловым спиртом, представлены на рис. 4. Аналогичные результаты для случая, когда жидкая фаза является смесью воды и спирта

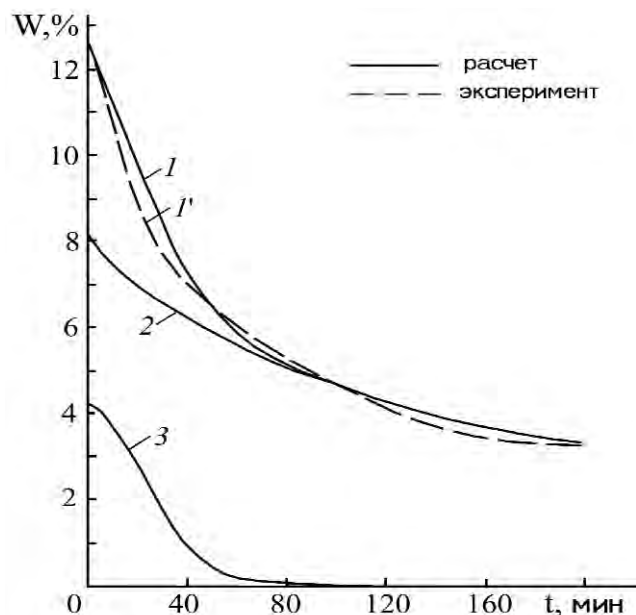


Рис. 5. Изменение во времени среднего влагосодержания капиллярно-пористого тела — слоя силикатного кирпича толщиной 12 мм, симметрично обдуваемого сушильным агентом для раствора этилового спирта (40 % об.) в воде. Кривые 1 и 1' — для раствора; кривые 2 и 3 — для компонентов раствора — воды и спирта. ($T_c = 50^\circ\text{C}$, $w = 3,5 \text{ м/с}$, $d = 8 \text{ г/кг с.в.}$)

приведены на рис. 5. Хотя энергия активации этилового спирта несколько выше, чем у воды, однако, как это видно из рисунка, в силу того, что молекулярная масса спирта в 2,6 раза больше чем у воды, среднее влагосодержание спирта при сушке уменьшается быстрее, чем для воды.

Результаты численных экспериментов свидетельствуют об адекватности представленной математической модели и эффективности изложенного метода расчета тепломассопереноса и фазовых превращений при сушке пористых материалов с многокомпонентной жидкой фазой, и о возможности их применения для оптимизации технологий сушки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. — 372 с.

2. Whitaker S. Simultaneous heat and momentum transfer in porous media: a theory of drying // *Advances in Heat Transfer*. N. Y.: Academic Press, 1977. — P. 119–203.

3. Струмилло Ч., Гринчик Н.Н., Куц П.С. и др. Численное моделирование неізотермического влагопереноса в биологических коллоидных пористых материалах // *ИФЖ*. — 1994. — Т. 66, № 2. С. 202–212.

4. Никитенко Н.И. Проблемы радиационной теории тепло- и массопереноса в твердых и жидких средах. — *ИФЖ*. 2000. — Т. 73, № 4. — С. 851–860.

5. Никитенко Н.И. Исследование динамики испарения конденсированных тел на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц. *ИФЖ*. — 2002. — Т. 75, № 3. — С. 128–134.

6. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. Математическая модель и метод расчета тепломассопереноса и фазовых превращений в процессах сушки // *Пром. теплотехника*. — 2001. Т. 23, № 3. — С. 65–73.

7. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. Динамика процессов тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки при обезвоживании коллоидных капиллярно-пористых материалов // *Пром. теплотехника*. — 2003. — Т. 25, № 3. — С. 56–66.

8. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. Математическое моделирование тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки с целью оптимизации процесса сушки термолabileльных материалов. *ИФЖ*. — 2005. — Т. 78, № 1. С. 74–87.

9. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса. Киев: Наук. Думка, 1983. — 352 с.

10. Людмирская Г.С., Барсукова Т.А., Богомольный А.М. Равновесие жидкость-пар. Справочник. Ленинград: Химия, 1987. — 336 с.

11. Краткий курс физической химии. Под ред. Кондратьева С. Н. Москва: Высшая школа, 1978. — 312 с.

12. Никитенко Н.И. Сопряженные и обратные задачи тепломассопереноса. Киев: Наукова думка, 1988.

Получено 15.11.2005 г.