УДК 662.61:66.096.5

Шрайбер О.А.

Інститут загальної енергетики НАН України

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИГОРЯННЯ ВУГІЛЬНИХ ЧАСТИНОК У ЦИРКУЛЮЮЧОМУ КИПЛЯЧОМУ ШАРІ

Побудовано нову статистичну модель вигоряння вугільних частинок у реакторі з циркулюючим киплячим шаром, що відрізняється від відомих моделей урахуванням внутрішньої циркуляції частинок між перехідною зоною надшарового простору і киплячим шаром. Отримано замкнену систему трьох рівнянь щодо шуканих функцій розподілу частинок за масовими концентраціями вуглецю і запропоновано ітераційний метод її розв'язання. Встановлено, що врахування внутрішньої циркуляції дозволяє істотно уточнити закономірності вигоряння вуглецю, зокрема, помітно знижує його середню концентрацію в реакторі.

Построена новая статистическая модель выгорания угольных частиц в реакторе с циркулирующим кипящим слоем, отличающаяся от известных моделей учетом внутренней циркуляции частиц между переходной зоной надслоевого пространства и кипящим слоем. Получена замкнутая система трех уравнений относительно искомых функций распределения частиц по массовым концентрациям углерода и предложен итерационный метод ее решения. Установлено, что учет внутренней циркуляции позволяет существенно уточнить закономерности выгорания углерода, в частности, заметно снижает его среднюю концентрацию в реакторе.

We have constructed a new statistical model of the combustion of coal particles in a reactor with fast fluidized bed, which differs from the well-known models by taking into accound internal particle circulation between the transition zone of freeboard and the fluidized bed. We have derived a closed system of three equations for the required functions of particle distribution in mass carbon concentrations and proposed an iteration method for its solution. It has been established that taking internal circulation into account enables one to refine substantially the laws of carbon elimination, in particular, decreases appreciably its average concentration in the reactor.

- *а* параметр, що описує зміну витрати частинок в ядрі НП (див. (4));
- C, C_1, C', C'' константи інтегрування;
- $D_1 \div D_6$ коефіцієнти в (15) (17);
- *f*, *F*, Ψ[°] функції розподілу частинок за концентраціями вуглецю;
- *G* масова витрата частинок;
- К-мольна концентрація кисню в газовій суміші;
- M маса киплячого шару;
- q, Q швидкість вигоряння;
- R радіус частинки;
- *t* час;
- *v* швидкість частинок в НП;
- *х* поздовжня координата;

Вступ

Одним із найбільш перспективних варіантів використання низькосортних твердих палив (наприклад, відходів вуглезбагачення) в енергетиці вважається технологія циркулюючого киплячого шару (ЦКШ) [1]. Тому вивчення закономірностей вигоряння частинок у ЦКШ і розробка ме-

- α коефіцієнт масообміну;
- $\gamma, \zeta, \lambda, \chi$ параметри задачі;
- δ дельта-функція;
- η масова концентрація вуглецю в частинках;
- μ молекулярна маса вуглецю;
- ρ густина речовини частинок.

Індекси:

- 0 вихідне паливо;
- к величина відноситься до потоку частинок із ПО до КШ;
- л, п величина відноситься до лівої і правої частин носія функції *f*;
- (1), (2) номер ітерації;
- середнє значення.

тодів розрахунку цього процесу являють значний практичний інтерес. На жаль, переважну більшість розрахунково-аналітичних досліджень у цій галузі було виконано в рамках феноменологічного підходу, де розглядається тільки осереднена поведінка частинок, що може призвести до серйозних помилок у визначенні швидкості вигоряння [2]. Тому тут необхідно використову-



Рис. 1. Схема руху частинок у дисперсній системі.

вати статистичний підхід, де шуканою величиною є функція розподілу частинок за певною характеристикою, що визначає ступінь завершеності хімічної реакції.

Як відомо, реактор (топка) із ЦКШ складається з двох частин: нижньої, де реалізується режим киплячого шару (КШ), та верхньої – надшарового простору (НП). У свою чергу, НП розділяється на дві зони по вертикалі: (і) перехідну з висхідним потоком суміші газу і частинок в ядрі та низхідним рухом щільного шару частинок у периферійній кільцевій області; (іі) зону пневмотранспорту, де частинки рухаються вгору по всьому поперечному перетину апарата. Задачу про еволюцію стану ансамблю реагуючих частинок стосовно до моделі ідеального перемішування, яка описує ситуацію у КШ, було розв'язано в [2]. Інший граничний випадок – модель ідеального витіснення, що відповідає поведінці частинок у зоні пневмотранспорту НП, – було розглянуто в [3]. Зрозуміло, що жодна з цих моделей неспроможна описати еволюцію стану частинок у перехідній зоні НП, де має місце досить інтенсивна міграція частинок з ядра до периферійної області (ПО). Крім того, частинки з ПО, які вже встигли пройти певний шлях по перехідній зоні, надходять до КШ і, отже, впливають на функцію розподілу в цій частині апарата. Мета даної роботи полягає у розробці більш точної (у порівнянні з [2, 3]) статистичної теорії вигоряння частинок у ЦКШ, що враховує їх внутрішню циркуляцію між перехідною зоною НП і киплячим шаром. При цьому будемо розглядати одну схему поведінки реагуючого компонента — схему об'ємного реагування [4], де ступінь завершеності реакції характеризується масовою концентрацією вуглецю у частинці η.

Постановка задачі

Спрощену схему дисперсної системи, що розглядається, зображено на рис. 1. Паливо подається у КШ, його масова витрата дорівнює G_0 , а функція розподілу частинок за концентраціями вуглецю, як і в [2], має вигляд

$$f_0 = \delta \left(\eta - \eta_0 \right) \tag{1}$$

(f_0 та інші функції розподілу в КШ нормуються на одиницю). У цьому випадку носієм функції розподілу $f(\eta)$ для КШ є інтервал (0, η_0). Далі, масові витрати частинок, що виводяться із КШ, позначаємо через G° (винос до НП) і G'(злив). Природно, завдяки ідеальному перемішуванню стан частинок у цих потоках характеризується тією ж функцією $f(\eta)$. Нарешті, із ПО до КШ надходять частинки з певною масовою витратою G_{κ} і функцією розподілу f_{κ} (очевидно, ці величини заздалегідь невідомі).

Таким чином, задача зводиться до визначення функції $f(\eta)$ з урахуванням потоку G_{κ} , а також еволюції стану частинок у перехідній зоні і зоні пневмотранспорту НП.

Основні рівняння

По аналогії з [2] кінетичне рівняння відносно *f* може бути представлено у вигляді

$$-G_t f - M \frac{dqf}{d\eta} + \frac{M}{1-\eta} qf = -G_0 f_0 - G_\kappa f_\kappa$$
(2)

 $(G_t = G^{\circ} + G'; q \equiv d\eta/dt$ для фіксованої частинки). Для швидкості реакції у дифузійній області маємо [2]

 $q = -A\eta(1-\eta); A = 3\mu K\alpha/(R\rho).$

Перший член лівої частини (2) враховує вихід речовини з шару, другий — "конвективний" знос, третій — вигоряння, а права частина описує над-

ходження нової речовини в КШ (вихідне паливо плюс потік завдяки внутрішній циркуляції). Рівняння (2) відрізняється від подібного рівняння в [2] присутністю останнього члена правої частини. Оскільки $f_0 \equiv 0$ при $\eta < \eta_0$ (див. (1)), загальний розв'язок (2) для цього інтервалу буде таким:

$$f(\eta) = \eta^{\gamma-1} (1-\eta)^{-2-\gamma} [C - \gamma \omega f_{\kappa} \eta^{-\gamma} (1-\eta)^{1+\gamma} d\eta],$$

$$\gamma = G_t / MA; \ \omega = G_{\kappa} / G_t.$$
(3)

Далі, треба знайти G_{κ} і f_{κ} . Як відомо з численних експериментальних досліджень [5, 6], зміну витрати дисперсної речовини в ядрі перехідної зони НП можна з достатньою точністю апроксимувати як

$$G(x) = G(0)\exp(-ax); G(0) = G^{\circ}.$$
 (4)

З урахуванням (4) кінетичне рівняння відносно функції $F(x, \eta)$ розподілу частинок за концентраціями вуглецю в ядрі перехідної зони НП (див. [3]) матиме вигляд

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial QF}{\partial \eta} = F\left(\frac{Q}{1-\eta} - a\right);$$
(5)

$$Q \equiv \frac{d\eta}{dx} = -B\eta(1-\eta); \ B = \frac{3\mu K\alpha}{R\rho\nu}.$$
 (6)

Слід відзначити, що функція *F* тут, як і в [3], нормується на масову витрату частинок G(x) у даному перетині *x*, а величини, що фігурують у виразі для *B*, обчислюються за параметрами НП (на відміну від *A*, що обраховується для умов КШ). У подальшому для спрощення інтегрування вважаємо *B* = const. Фізичний зміст членів (5) подібний до (2).

Інтегрування рівняння (5) проводиться таким же чином, як і в [3]. Характеристична система

$$Bdx = -\frac{d\eta}{\eta(1-\eta)} = \frac{dF}{F(1-\zeta-3\eta)} ; \ \zeta \equiv \frac{\alpha}{B}$$

має такі перші інтеграли:

$$Bx + \ln \frac{\eta}{1 - \eta} = C' \; ; \; F\eta^{1 - \zeta} \left(1 - \eta\right)^{2 + \zeta} = C'' \; . \tag{7}$$

З огляду на (7) загальний розв'язок (5) має вигляд

$$\Phi\left[Bx+\ln\frac{\eta}{1-\eta},F\eta^{1-\zeta}\left(1-\eta\right)^{2+\zeta}\right]=0 \quad , \tag{8}$$

де Ф – довільна функція. Тоді, використовуючи (7), неважко отримати розв'язок задачі Коші для (5)

$$F(x,\eta) = \frac{\exp[(B-a)x]}{\left[1-\eta+\eta\exp(Bx)\right]^{3}} \varphi\left[\frac{\eta\exp(Bx)}{1-\eta+\eta\exp(Bx)}\right], (9)$$

де $\varphi = F(0, \eta)$, тобто функція (3). Для кожного *x* носієм функції *F* є інтервал (0, η_L), де η_L – лагранжева траєкторія, що проходить через точку (0, η_0), тобто результат інтегрування (6) з початковою умовою *x* = 0, $\eta = \eta_0$:

$$\eta_{\rm L} = \frac{\eta_0}{(1 - \eta_0) \exp(Bx) + \eta_0} \,. \tag{10}$$

Оскільки в периферійній області, де щільний шар частинок рухається вниз, витрата газу дуже незначна, і, отже, стан частинок майже не змінюється, для спрощення нехтуємо цим фактором. Крім того, вважаємо, що розподіл частинок за концентраціями вуглецю в потоці з ядра до периферійної області описується тією ж функцією *F*. Тоді з (4) випливає

$$f_{\kappa} = a \int F(x,\eta) dx , \qquad (11)$$

де інтегрування проводиться по області, зображеній на рис. 2 (тут $\eta_* = \eta_1(x_*)$).

Таким чином, отримано замкнену систему рівнянь (3), (9), (11) з трьома невідомими функціями f, f_{κ} , F, але, на жаль, її не можна розв'язати аналітично. Тому було розроблено ітераційний метод розв'язання цієї системи, що описується у наступному розділі.

Метод розв'язання

Зауважимо, що шуканий розв'язок (при фіксованій концентрації η_0) повністю описується чотирма безрозмірними параметрами: γ , ζ , $\chi = Bx_*$ і $\lambda = G'/G^\circ$ (див. рис. 1). На першій ітерації нехтуємо інтегральним членом (3), тобто використовуємо знайдену раніше [2] функцію для киплячого шару $f^{(1)} = C\eta^{\gamma-1}(1-\eta)^{-2-\gamma}$. Далі, підставляючи її замість φ в (9) (замінивши при цьому константу *C* на деяке C_1 так, щоб

$$\int_{0}^{\infty} f^{(1)} d\eta = G^{\circ}$$
, одержимо

ISSN 0204-3602. Пром. теплотехника, 2006, т. 28, № 4



Рис. 2. Область інтегрування в рівнянні (11).

$$F^{(1)} = C_1 \exp \left[(B\gamma - a) x \right] \eta^{\gamma - 1} (1 - \eta)^{-2 - \gamma}$$

(значення C_1 легко обчислюється інтегруванням $f^{(1)}$). Тепер можна знайти функцію $f_{\kappa}^{(1)}$. Очевидно, зважаючи на форму області інтегрування (рис. 2), ця функція буде різною для інтервалів $(0, \eta_*)$ і (η_*, η_0) :

$$f_{\kappa}^{(1)} = \begin{cases} C_{1}\zeta(\gamma-\zeta)^{-1}\eta^{\gamma-1}(1-\eta)^{-2-\gamma} \times \\ \times \{\exp[(\gamma-\zeta)\chi] - 1\}, \ \eta \le \eta_{*}; \\ C_{1}\zeta(\gamma-\zeta)^{-1}\{[\eta_{0}/(1-\eta_{0})]^{\gamma-\zeta} \times \\ \times \eta^{\zeta-1}(1-\eta)^{-2-\zeta} - \eta^{\gamma-1}(1-\eta)^{-2-\gamma}\} \ , \ \eta > \eta_{*} \end{cases}$$
(12)

(вважаємо, що $\gamma \neq \zeta$; випадок $\gamma = \zeta$ слід розглянути окремо).

Інтегруючи (12) по всьому інтервалу значень η, одержимо масову витрату частинок, що надходять до КШ із периферійної області НП:

$$G_{\kappa} = \frac{C_{1}\zeta}{\gamma - \zeta} \left\{ \psi(\gamma, \eta_{*}) \exp\left[(\gamma - \zeta)\chi\right] + \left(\frac{\eta_{0}}{1 - \eta_{0}}\right)^{\gamma - \zeta} \times \left[\psi(\zeta, \eta_{0}) - \psi(\zeta, \eta_{*})\right] - \psi(\gamma, \eta_{0}) \right\},$$
(13)

де введено позначення $\psi(y,z) = \frac{y+1-z}{y(y+1)(1-z)} \left(\frac{z}{1-z}\right)^{y}$.

Слід нагадати, що всі функції розподілу, що фігурують у рівняннях для КШ, нормуються на одиницю. Отже, обидва вирази (12) треба ще розділити на G_к. Таким чином, обчислення на першій ітерації завершено.

На другій ітерації підставляємо співвідношення (12) і (13) у (3) і знаходимо $f^{(2)}$. Тут слід перш за все за-уважити, що функція $f_{\kappa}^{(1)}$ неперервна в точці $\eta = \eta_{*}$ (це легко перевірити), але інтегральний член (3), обчислений згідно з (12), матиме у цій точці розрив I роду. Однак, як випливає з вигляду кінетичного рівняння (2), функція $f^{(2)}$ з розривом І роду при $\eta = \eta_*$ не може бути його розв'язком, тому що при цьому доданок із $df/d\eta$ прямував би до нескінченності, у той час як всі інші члени (2) скінченні. Отже функція $f^{(2)}$ повинна бути неперервною, і тому треба "зшити" обидва розв'язки в точці $\eta = \eta_*$, тобто замість константи С в (3) ввести дві константи С_п і С_п відповідно для лівого і правого інтервалів. Для їх визначення маємо дві умови:

$$f_{\pi}(\eta_{*}) = f_{\pi}(\eta_{*}); \quad \int_{0}^{\eta_{*}} f_{\pi}(\eta) d\eta + \int_{\eta_{*}}^{\eta_{0}} f_{\pi}(\eta) d\eta = 1 , \quad (14)$$

де через f_{π} і f_{π} позначено функцію $f^{(2)}$ для лівого і правого інтервалів. Неважко переконатись, що система (14) завжди має єдиний розв'язок. Шукана функція має вигляд

$$f_{\pi} = C_{\pi} \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} - D_{1} \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} \ln \frac{\eta}{1-\eta} ;$$

$$D_{1} = \frac{C_{1}\zeta\gamma\omega}{G_{\kappa}(\gamma-\zeta)} \left\{ \exp\left[(\gamma-\zeta)\chi\right] - 1 \right\};$$

$$f_{\pi} = C_{\pi} \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} - D_{2} \frac{\eta^{\zeta-1}}{(1-\eta)^{2+\zeta}} + D_{3} \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta^{2+\gamma})} \ln \frac{\eta}{1-\eta} ;$$

$$D_{2} = -\frac{C_{1}\zeta\gamma\omega}{G_{\kappa}(\gamma-\zeta)^{2}} \left(\frac{\eta_{0}}{1-\eta_{0}}\right)^{\gamma-\zeta} ; D_{3} = \frac{C_{1}\zeta\gamma\omega}{G_{\kappa}(\gamma-\zeta)} .$$
(15)

Далі, підставляючи (15) замість ф у (9), знаходимо функцію розподілу частинок для ядра надшарового простору:

$$F^{(2)} = \begin{cases} G^{\circ} \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} \exp\left[(\gamma-\zeta)\chi x/x_{*}\right] \times \\ \times \left[C_{\pi} - D_{1}\left(\ln\frac{\eta}{1-\eta} + Bx\right)\right], \ \eta \leq \eta_{*}; \\ G^{\circ} \left\{\frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} \exp\left[(\gamma-\zeta)\chi x/x_{*}\right] \times \\ \times \left[C_{\pi} + D_{3}\left(\ln\frac{\eta}{1-\eta} + Bx\right)\right] - \\ -D_{2}\frac{\eta^{\zeta-1}}{(1-\eta)^{2+\zeta}} \right\}, \ \eta > \eta_{*}. \end{cases}$$
(16)

Нарешті, обчислимо функцію розподілу частинок для зони пневмотранспорту НП (позначимо її через $\Psi(x, \eta)$, координата *x* тут відраховується від перетину x_* на рис. 2). Зрозуміло, що носієм Ψ є інтервал (0, η_L^o), де η_L^o обчислюється за формулою, подібною до (10) із η_* замість η_0 . Підставляючи перше співвідношення (16) із $x = x_*$ у (9) із a = 0, маємо

$$\Psi(x,\eta) = \frac{\eta^{\gamma-1}}{(1-\eta)^{2+\gamma}} \exp(\gamma B x) \bigg[D_4 - D_5 \bigg(\ln \frac{\eta}{1-\eta} + B x \bigg) \bigg];$$
(17)

$$D_4 = D_6 (C_{\pi} - D_1 \chi); D_5 = D_6 D_1; D_6 = G^{\circ} \exp[(\gamma - \zeta) \chi].$$

Обчислення з використанням різних модельних функцій $f_{\kappa}^{(1)}$ показали, що розподіл частинок за концентраціями вуглецю і особливо середня концентрація η залежать перш за все від чотирьох параметрів задачі (див. вище), але значно менше від форми $f_{\kappa}^{(1)}$. Тому побудова третьої ітерації представляється недоцільною, тим більше що це потребує дуже громіздких обчислень.

Деякі числові результати

На рис. 3 – 5 як приклад наведено деякі результати розрахунків при $\eta_0 = 0,6, \gamma = 0,1, \chi = 2$. Із даних рис. 3 видно, що врахування внутрішньої



Рис. 3. Функція розподілу частинок у киплячому шарі: 1— без урахування внутрішньої циркуляції [2]; 2—4—з урахуванням; 2— $\zeta = 0, 6, \lambda = 1;$ $3-\zeta = 0, 6, \lambda = 0, 5; 4-\zeta = 0, 8, \lambda = 0, 5.$



Рис. 4. Середня концентрація вуглецю у КШ у залежності від параметра $\zeta: 1 - \lambda = 2; 2 - \lambda = 1;$ $3 - \lambda = 0, 5.$

циркуляції частинок в апараті помітно знижує значення функції f у КШ, причому цей ефект зростає зі збільшенням ζ і зменшенням λ . (На перший погляд, функції рис. 3 не задовольняють умові нормування, але при $\eta \to 0$ маємо $f \to \infty$, і область дуже малих значень η вносить величезний внесок в $\int d\eta$, причому цей внесок тим більше, чим нижче проходить відповідна крива на рис. 3).

Рис. 4 ілюструє залежність середньої концентрації вуглецю $\overline{\eta} = \int_{0}^{\eta_0} \eta f(\eta) d\eta$ у киплячому шарі від параметрів задачі. Зауважимо, що у випадку $\zeta = 0$ (отже, a = 0) маємо $G_{\kappa} = 0$, тобто внутрішня циркуляція відсутня. Врахування цього фактора призводить до помітного зменшення величини η (на 20 – 45 %) при помірних і високих значеннях ζ . Цікаво порівняти ці результати зі значеннями η , обчисле-



Рис. 5. Зміна середньої концентрації вуглецю по висоті НП: 1 — без урахування внутрішньої циркуляції [3]; 2 — з урахуванням (ζ = 0,6, λ = 1).

ними на основі феноменологічного підходу. У цьому випадку, вважаючи, що середній час перебування частинок у КШ $\bar{t} = M/G_t$, подібно до (10) маємо

$$\bar{\eta} = \frac{\eta_0 \exp(-1/\gamma)}{1 - \eta_0 [1 - \exp(-1/\gamma)]}$$

що для умов наших розрахунків дає $\overline{\eta} = 0,75 \cdot 10^{-4}$, тобто на три порядки нижче.

На рис. 5 показано зміну середньої концентрації вуглецю

$$\overline{\eta} = \int_{0}^{\eta_{\mathrm{L}}} \eta F(x,\eta) d\eta \cdot \left[\int_{0}^{\eta_{\mathrm{L}}} F(x,\eta) d\eta \right]^{-1}$$

по довжині НП. Видно, що внутрішня циркуляція зменшує функцію $\eta(x)$ майже в 1,5 рази, не змінюючи її форми.

Зауважимо, що для інших схем поведінки частинок при горінні [2 – 4] всі обчислення можуть бути виконані аналогічно.

Висновки

Розроблено нову статистичну модель вигоряння вугільних частинок у реакторі з ЦКШ, що

відрізняється врахуванням внутрішньої циркуляції частинок між перехідною зоною надшарового простору і киплячим шаром. Отримано замкнену систему трьох рівнянь для функції розподілу частинок за масовими концентраціями вуглецю у КШ, ядрі НП і в потоці з периферійної області НП до КШ; запропоновано ітераційний метод її розв'язання. Встановлено, що врахування внутрішньої циркуляції вносить помітні корективи в закономірності вигоряння частинок, зокрема, знижує середню концентрацію вуглецю в 1,25 – 1,5 рази.

ЛІТЕРАТУРА

1. Корчевой Ю.П., Майстренко А.Ю., Топал А.И. Экологически чистые угольные энерготехнологии. – К.: Наук. думка, 2004. – 187 с.

2. Шрайбер А.А., Рохман Б.Б., Харченко А.В. К математическому моделированию эволюции состояния горящих частиц в псевдоожиженном слое // Пром. теплотехника. – 1996. – 18, № 1. – С. 86 – 91.

3. Шрайбер А.А. Кинетика горения твердого топлива в циркулирующем кипящем слое // Пром. теплотехника. — 1997. — 19, № 4-5. — С. 120 — 126.

4. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. – М.: Наука, 1994. – 320 с.

5. Bader R., Findlay J., Knowlton T. M. Gas/solids flow patterns in a 30.5-cm-diameter circulating fluidized bed // Circul. Fluidized Bed Technol. II. Proc. 2nd Int. Conf. – Oxford: Pergamon, 1988. – P. 123 – 137.

6. *Bolton l., W., Davidson J. F.* Recirculation of particles in fast fluidized risers // Circul. Fluidized Bed Technol. II. Proc. 2nd Int. Conf. – Oxford: Pergamon, 1988. – P. 39 – 42.

Получено 27.11.2005 г.