

термовлажностная обработка материалов). Труды конф. – т. 3, М.: – 2002. – С. 49 – 53.

3. Патент Украины, № 68312 МКІ7 А23 В 7/02, F26 В3/06 Спосіб одержання пектиновмісного порошку з рослинної сировини/ Ю.Ф. Снежкін, О.О. Хавін, Р.О. Шапар, Л.А. Боряк. Заявл.16.12.2003, опубл. 15.07.2004, Б. № 7.

4. Крапивницкая И.А., Воинова С.Н. Важное направление в современной консервной промышленности // Продукты питания. – 2004. – № 2. – С. 28.

Получено 09.11.2005 г.

УДК 532.516:536.24

НИКИТЕНКО Н.И., СНЕЖКИН Ю.Ф., СОРОКОВАЯ Н.Н.

Институт технической теплофизики НАН Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ОБЕЗВОЖИВАНИЯ СЛОЯ ДИСПЕРГИРОВАННОГО КОЛЛОИДНОГО КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА

Наведено математичну модель та чисельний метод розрахунку динаміки і кінетики зневоднення шару диспергованого колоїдного капілярно-пористого матеріалу. Отримано формули для об'ємної інтенсивності випаровування рідини з врахуванням об'єму та площі зовнішньої поверхні гранул диспергованого пористого тіла. Розглянуто режим сушіння термолабільних матеріалів, що дозволяє звести до мінімуму час сушіння і скоротити енерговитрати без погіршення якості готового продукту. Наведено результати зіставлення розрахункових та експериментальних даних.

Представлена математическая модель и сеточный метод расчета динамики и кинетики обезвоживания слоя диспергированного коллоидного капиллярно-пористого материала. Получены формулы для объемной интенсивности испарения жидкости с учетом объема и площади внешней поверхности гранул диспергированного пористого тела. Рассмотрен режим сушки термолабильных материалов, который позволяет свести к минимуму время сушки и сократить энергозатраты, не ухудшая качества готового продукта. Приведены результаты сопоставления расчетных и экспериментальных данных.

The mathematical model and numerical method of calculation of dynamics and kinetics of dewatering of a layer of a dispersed colloid capillary – porous material are stated. The formulas for volumetric intensity of evaporation of a liquid in view of volume and the area of an external surface of granules of dispersed a porous body are received. The mode of drying of thermolabile materials which allows to reduce time of drying to a minimum and to reduce electric power inputs not worsening quality of a ready product is considered. The results of comparison settlement and experimental data are resulted.

A – энергия активации;
 c – удельная изобарная теплоемкость;
 d – влагосодержание;
 D – коэффициент диффузии;
 f – коэффициент конденсации;
 $F(r)$ – дифференциальная функция распределения пор по размерам;
 h – постоянная Планка.
 h_k, l – размеры шагов разностной сетки по пространственной координате x_k ($k = 1, 2, 3$) и времени;

H – толщина;
 I_w – мощность источников субстанции;
 J_w – плотность потока субстанции;
 k – постоянная Больцмана;
 L – удельная теплота фазового перехода жидкости в пар;
 m, n – порядковые номера шагов разностной сетки по пространственной координате и времени;
 n – плотность частиц;
 N_A – число Авогадро;
 P – давление;

r – радиус;
 r^* – характеристический параметр дисперсности размеров пор;
 R_y – универсальная газовая постоянная;
 S – площадь;
 t – время;
 T – температура;
 U – объемная концентрация;
 V – объем;
 w – скорость;
 W – переносимая субстанция;
 α – коэффициент теплоотдачи;
 β_T – коэффициент линейного термического расширения;
 β_V – коэффициент объемной усадки;
 δ – толщина испаряющегося слоя;
 ε – коэффициент излучения частиц;
 $\varepsilon_{сл}$ – порозность слоя;
 ε_V – относительная объемная деформация;
 κ – коэффициент термодиффузии;
 λ – коэффициент теплопроводности;
 μ – молекулярная масса вещества;
 $\nu_{П}$ – коэффициент Пуассона;
 Θ – весовой параметр разностного уравнения;
 Π – порозность гранул;
 ρ – плотность;

σ – поверхностное натяжение;
 φ – степень насыщения парогазовой смеси;
 Ψ – объемная доля пористой системы, занятая компонентом фазы;
 ω – удельное массосодержание;
 ∇ – оператор Гамильтона.

Индексы нижние:

v – воздух;
 $г$ – газ;
 $гр$ – гранула;
 $ж$ – жидкость;
 $п$ – пар;
 $пс$ – пар окружающей среды;
 $н$ – насыщенное состояние;
 $р$ – равновесное состояние;
 $с$ – внешняя среда;
 $сл$ – слой;
 $т$ – твердая фаза пористых гранул;
 $тр$ – транспортные поры;
 $эф$ – эффективность;
 0 – начальные значения;
 ν – нормаль к внешней границе тела.

Индексы верхние:

$а.с.$ – абсолютно сухое тело;
 $д$ – диффузия;
 0 – начальные значения.

Введение

Сушка массивных коллоидных капиллярно-пористых тел требует значительных затрат энергии и времени. Измельчение таких тел является наиболее эффективным способом интенсификации процесса сушки, что обусловлено увеличением общей поверхности тепло- и массообмена и сокращением длины пути диффузии влаги. Обезвоживание диспергированных материалов, полученных путем дробления твердых капиллярно-пористых тел, осуществляется главным образом конвективным способом в неподвижном слое.

Насыпной слой из диспергированного пористого материала представляет собой совокупность гранул различной формы. При наличии влаги этот слой может рассматриваться как многокомпонентная гетерогенная система, включающая в себя скелет влажного тела, жидкость и парогазовую смесь. Внутренняя структура гранул также характеризуется большой сложностью, что обус-

ловлено разнообразием форм, размеров и взаимного расположения капилляров. Дать точное математическое описание тепломассопереноса в диспергированных системах практически невозможно, поэтому при моделировании переносных процессов в таких системах обычно прибегают к различного рода упрощениям.

В настоящей работе при построении математической модели, описывающей динамику и кинетику тепломассопереноса в процессе сушки неподвижного слоя из диспергированного материала, принимается, что вся жидкость связана с пористыми гранулами и диффундирует в их порах, а парообразная влага перемещается к поверхности слоя по капиллярам гранул и в межпорожном пространстве, иногда называемом транспортными порами.

Основной структурной характеристикой слоя измельченного материала является порозность $\varepsilon_{сл}$, определяемая как отношение пустот между гранулами в слое к объему слоя

$$\varepsilon_{\text{сл}} = \frac{V_{\text{сл}} - V_{\text{гр}}}{V_{\text{сл}}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{сл}}$ – объем слоя дисперсного материала; $V_{\text{гр}}$ – объем гранул, содержащихся в слое.

В процессе обезвоживания объем пористых материалов может существенно уменьшаться. В условиях умеренной интенсивности сушки усадка материалов различных типов описывается линейной зависимостью от влагосодержания [1]. Так, если начальный объем слоя равен $V_{\text{сл}}^0$, а гранул, составляющих слой – $V_{\text{гр}}^0$, а после удаления влаги объем слоя станет $V_{\text{сл}}^{\text{a.c.}}$, а гранул $V_{\text{гр}}^{\text{a.c.}}$, то объем гранул и объем слоя в любой момент времени t сушки выражаются зависимостями $V_{\text{сл}}(t) = V_{\text{сл}}^{\text{a.c.}} [1 + \beta_V \alpha(t)]$ и $V_{\text{гр}}(t) = V_{\text{гр}}^{\text{a.c.}} [1 + \beta_V \alpha(t)]$. Подстановка значений $V_{\text{сл}}$ и $V_{\text{гр}}$ в (1) свидетельствует о том, что порозность слоя в процессе сушки при умеренных режимах остается неизменной.

Математическая модель

Система уравнений тепломассопереноса при сушке слоя диспергированного коллоидного капиллярно-пористого тела строилась на базе полученного в работе [2] дифференциального уравнения переноса субстанции W (энергии, массы, импульса) для деформируемого тела

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla J_W + I_W - \frac{W}{1 + \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}. \quad (2)$$

Диффузионный поток энергии пропорционален градиенту температуры $J_q^n = -\lambda \nabla T$, а массы компонентов – градиентам объемной концентрации и температуры $J_U^n = -D(\nabla U + \delta \nabla T)$. Эффективные коэффициенты диффузии жидкости в порах гранул $D_{\text{ж}}$ [3] и пара в порах слоя $D_{\text{п}}$ находятся соответственно по формулам:

$$D_{\text{ж}} = \gamma_{D_{\text{ж}}} [\exp(A_D / R_y T) - 1]^{-1},$$

$$D_{\text{п}} = D_{\text{в}} = \gamma_{D_{\text{п}}} T^{3/2} / P_{\text{г}}. \quad (3)$$

Здесь A_D – энергия активации для диффузионного процесса; постоянные $\gamma_{D_{\text{ж}}}$ и $\gamma_{D_{\text{п}}}$ – диффузионные коэффициенты переноса жидкости и пара. Вследствие того, что перенос пара осуществляется как в гранулах, так и в транспортных порах,

для которых диффузионные коэффициенты различны, величина $\gamma_{D_{\text{п}}}$ определяется выражением $\gamma_{D_{\text{п}}} = \gamma_{D_{\text{п}}}^0 (1 - \varepsilon_{\text{сл}}) + \gamma_{D_{\text{п}}}^* \varepsilon_{\text{сл}}$, где $\gamma_{D_{\text{п}}}^0$ и $\gamma_{D_{\text{п}}}^*$ – диффузионные коэффициенты переноса пара в гранулах и в транспортных порах.

Функция ε_V при известных значениях функций температуры T и объемных концентраций U_{Ψ} жидкости ($\Psi = \text{ж}$), пара ($\Psi = \text{п}$), воздуха ($\Psi = \text{в}$) находится на основе уравнения термоконцентрационного деформирования [4]. Для пластины $0 < x_1 < H$, деформированное состояние которой связано с симметричной относительно ее средней плоскости неоднородностью полей концентрации компонентов и температуры вдоль оси x_1 , его аналитическое решение имеет вид:

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \frac{1}{H} \int_0^H N dx_1, \quad \varepsilon_{11} = \frac{1 + \nu_{\text{п}}}{1 - \nu_{\text{п}}} N - \frac{2\nu_{\text{п}}}{1 - \nu_{\text{п}}} \varepsilon_{22}, \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, \quad \text{где } N = \beta_T (T - T_0) + \sum_{\Psi} \beta_{x_{\Psi}} (\omega_{\Psi} - \omega_{\Psi 0}) -$$

термоконцентрационная функция [4]. Зная компоненты ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) тензора деформации, находим функцию $\varepsilon_V = (1 + \varepsilon_{11})(1 + \varepsilon_{22})(1 + \varepsilon_{33}) - 1$. Деформации при сушке капиллярно-пористых тел относительно невелики, и величиной ε_V можно пренебречь.

Интенсивность фазового перехода на границе раздела жидкости и парогазовой смеси определяется на базе закона интенсивности спектрального излучения микрочастиц тела, полученного в [5]. На поверхности слоя капиллярно-пористого тела, омываемой сушильным агентом, выражение для удельной интенсивности испарения имеет вид

$$I = \frac{1}{4} n \varepsilon \delta^* \left\{ \bar{\delta} (2 - \bar{\delta}) \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T|_{v=0}} \right) - 1 \right]^{-1} - \right.$$

$$\left. - \varphi_c \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_c} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}. \quad (4)$$

Здесь n и ε – плотность и коэффициент излучения испаряющихся частиц; δ^* – средняя длина смещения активизированной частицы внутри тела, $\delta^* = A / (\xi n)$, где $\xi = \text{const}$; $\bar{\delta}$ – относительная толщина слоя, в котором протекает процесс

испарения, $\bar{\delta} = \delta^*/\delta$, δ – толщина приграничного слоя, в котором протекает процесс испарения, $\delta = \delta^*$ при $\delta^* < \delta^*$ и $\delta = \delta^*$ при $\delta^* \geq \delta^*$, где δ^* – определяющий размер испаряющегося тела; A – энергия активации для процесса испарения; T – температура на поверхности слоя; T_c – температура сушильного агента; φ_c – влажность внешней парогазовой среды. Плотность молекул n связана с объемной концентрацией жидкости $U_{ж}$ соотношением $n = U_{ж} N_A / \mu$.

В работе [5] получено выражение для равновесного давления пара

$$P_p = N \sqrt{T} \{ \exp[A/(R_y T)] - 1 \}^{-1}, \quad (5)$$

где $N = \varepsilon A \bar{\delta} (2 - \bar{\delta}) \sqrt{2\pi k m} / (4 f \xi)$; f – коэффициент конденсации; m – масса молекулы. Для массивных тел, когда $\delta^* \geq \delta^*$, $\bar{\delta} = 1$. В этом случае равновесное давление P_p равно давлению насыщенного пара

$$P_n = \frac{\varepsilon A}{4 \xi f} \sqrt{2\pi k m} \sqrt{T} \left[\exp\left(\frac{A}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (6)$$

Выражение (6) хорошо согласуется с экспериментальными данными, представленными в литературе в виде таблиц насыщенного пара и жидкости на линии насыщения.

В результате почленного деления уравнения (5) на (6) приходим к формуле

$$P_p / P_n = \bar{\delta} (2 - \bar{\delta}) = \varphi. \quad (7)$$

Здесь степень насыщения пара φ определяется как отношение объемной концентрации пара к его максимально возможной объемной концентрации при данной температуре. В отличие от понятия относительной влажности, которое предполагает наличие в системе некоторого инертного газа, величина φ может использоваться в качестве параметра состояния также для однокомпонентных систем.

Из (7) следует, что в состоянии равновесия системы толщина слоя конденсата δ^* на поверхности неиспаряющегося тела в среде со степенью насыщения φ равна [5]

$$\delta^* = \delta^* \bar{\delta} = \delta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi}). \quad (8)$$

В соответствии с формулой (8) можно принять, что при заданных значениях температуры и

влажности толщина слоя на неиспаряющихся стенках капилляров одинакова и равна δ^* для капилляров радиуса $r > \delta^*$, а капилляры радиуса $r \leq \delta^*$ заполнены жидкостью полностью.

В конце первого периода сушки объемная концентрация жидкости в окрестности граничной поверхности слоя стремится к нулю. Из уравнения сохранения энергии для элементарного объема, примыкающего к граничной поверхности слоя, следует, что когда $U_{ж}|_{v=0} \rightarrow 0$, вся жидкость, которая подходит к поверхности, испаряется и результирующий поток пара

$$I = -D_{ж} \frac{\partial U_{ж}}{\partial x} \Big|_{v=0}. \quad (9)$$

Построение систем уравнений тепломассопереноса в однородных капиллярно-пористых и коллоидных капиллярно-пористых телах в работах [2] проводилось с учетом того, что фазы и компоненты тела могут иметь в каждой точке тела различные скорости и объемные концентрации. Динамика тепломассопереноса и деформирования таких систем определяется на базе уравнения сохранения субстанции (2) в некотором фиксированном объеме $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$. При этом учитывается обмен субстанцией как с внешней по отношению к объему ΔV средой, так и обмен субстанцией между соответствующими составляющими тела внутри объема ΔV . При определении интенсивности взаимодействия компонентов, в частности испарения жидкости, внутри влажных диспергированных материалов объем ΔV уже не может выбираться произвольно; он не должен быть меньше объема гранулы. Целесообразно контрольный объем ΔV выбрать таким, чтобы он включал в себя только одну гранулу. Если количество гранул в единичном объеме тела есть $n_{гр}$, то средняя величина контрольного объема $\Delta V = 1/n_{гр}$. Средний объем гранулы $V_{гр} = \Delta V (1 - \varepsilon_{сл})$. Если средняя площадь наружной поверхности гранулы равна $S_{гр}$, то средняя полуширина транспортной поры составит $r_{тр} = \Delta V \varepsilon_{сл} / S_{гр}$.

Средняя интенсивность испарения жидкости на поверхности гранулы определяется по формуле

$$I_{гр} = \zeta S_{гр} I_c, \quad (10)$$

где ζ – коэффициент, учитывающий уменьшение поверхности испарения вследствие соприкосновения гранул.

Поскольку процесс обезвоживания является достаточно медленным, а размеры гранул относительно масштаба тела невелики, в пределах контрольного объема отклонение функций $T, U_T, U_{ж}, U_{п}, U_{в}, P_{п}, \rho_{п}$ и φ от их средних значений по этому объему являются незначительным, т.е. имеет место локальное термодинамическое равновесие. Тогда выражение для удельной интенсивности испарения I_c на покрытых жидкостью внутренних поверхностях слоя при $T_c = T|_{v=0} = T$ в соответствии с (4) может быть представлено в виде

$$I_c = \gamma_c U_{ж} \left\{ \left[\exp\left(\frac{A}{R_y T} - 1\right) \right]^{-1} [\bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) - \varphi] \right\}, \quad (11)$$

где постоянная $\gamma_c = \frac{1}{4} \frac{N_A}{\mu} \varepsilon \delta^*$. Относительная влажность парогазовой смеси в контрольном объеме $\varphi = P_{п}/P_{н}$. Давление насыщения $P_{п}$ определяется по формуле (6) в зависимости от температуры T . Парциальное давление пара $P_{п}$ находится по уравнению состояния, которое для разреженного газа имеет вид $P_{п} = \rho_{п} R_y T / \mu_{п}$. Плотность пара в порах $\rho_{п} = U_{п}(x, t) / \Psi_{г}$. Объемная доля парогазовой смеси $\Psi_{г} = 1 - \Psi_{т} - \Psi_{ж}$.

По условию локального термодинамического равновесия и в связи с формулой (8) можно положить, что толщина слоя конденсата на поверхности гранулы равна толщине слоя конденсата δ^* на поверхностях капилляров радиуса $r > \delta^*$ внутри гранулы. Средняя толщина δ^* слоя жидкости на поверхности пор находится следующим образом. Осредненный вес жидкости, связанной с гранулой в контрольном объеме, равен $G_{гр} = U / n_{гр}$. Средний объем жидкости в грануле $V_{гр}^* = G_{гр} / \rho_{ж}$ складывается из двух частей. Первая часть – $V_{гр,1}^*$ – представляет собой объем полностью заполненных жидкостью капилляров в грануле. Радиусы таких капилляров лежат в интервале от 0 до δ^* . Объем $V_{гр,1}^*$ может быть найден через дифференциальную функцию распределения пор по размерам $F(r) = dV/dr$, где dV – суммарный объем пор радиуса от r до $r + dr$ в еди-

ничном объеме пористого материала, из которого получены гранулы,

$$V_{гр,1}^* = \int_{r_{\min}}^{\delta^*} F(r) dr, \quad (12)$$

где r_{\min} – минимальный радиус пор гранулы. Определение функции $F(r)$ в настоящее время не вызывает существенных трудностей. Разработан ряд методов определения функции распределения пор по радиусам, в частности способы вдавливания ртути в несмачиваемые ею пористые тела (ртутная порометрия), рассеивания рентгеновских лучей под малыми углами, выдавливания газом смачивающей жидкости из пор, капиллярной конденсации [6].

Капилляры, радиус которых $r > \delta^*$, заполнены жидкостью частично. Согласно формуле (8) в каждый момент времени t на поверхности капилляров радиуса $r > \delta^*$ образуется слой конденсата, толщиной $\delta^*(T, \varphi)$. Общая длина капилляров радиуса от r до $r + dr$ в единичном объеме пористого материала равна $F(r) dr / (\pi r^2)$. Для гранулы эта длина составит $F(r) dr / (\pi r^2 n_{гр})$. Площадь внутренних поверхностей частично заполненных капилляров с радиусами от r до $r + dr$ внутри гранулы будет равна $dS'_{гр} = F(r) 2\pi r dr / (\pi r^2 n_{гр})$. Общая площадь внутренних поверхностей, частично заполненных жидкостью капилляров в грануле, определяется интегралом

$$S'_{гр} = \int_{\delta^*}^{r_{\max}} dS'_{гр} = \frac{2}{n_{гр}} \int_{\delta^*}^{r_{\max}} \frac{F(r)}{r} dr, \quad (13)$$

где r_{\max} – максимальный радиус пор гранулы.

Площадь контакта слоя жидкости, покрывающая поверхность гранулы вследствие малости отношения толщины δ^* к определяющему размеру гранулы, полагается равной $S_{гр}$.

Толщина слоя конденсата δ^* находится на базе закона сохранения массы

$$\frac{G_{гр}}{\rho_{ж}} = V_{гр,1}^* + \delta^* (S_{гр} + S'_{гр}) = \int_{r_{\min}}^{\delta^*} F(r) dr + \delta^* \left(S_{гр} + \frac{2}{n_{гр}} \int_{\delta^*}^{r_{\max}} \frac{F(r)}{r} dr \right). \quad (14)$$

Интенсивность испарения в капиллярах гранулы находится по формуле $I'_{гр} = S''_{гр} I_c$, где $S''_{гр}$ – средняя суммарная площадь поверхности контакта жидкости с парогазовой смесью во внутренних порах гранулы контрольного объема. Площадь контакта жидкой и газообразной фаз в капиллярах гранулы с радиусами от r до $r = dr$, причем $r \geq \delta^*$, составит $dS''_{гр} = F(r)2\pi(r - \delta^*)dr / (\pi r^2 n_{гр})$. При $\delta^* = 0$, это соотношение совпадает с приведенным выше выражением для $dS_{гр}$. Общая площадь контакта фаз находится путем интегрирования

$$S''_{гр} = \int_{\delta^*}^{r_{max}} dS''_{гр} = 2 \int_{\delta^*}^{r_{max}} \frac{F(r)}{r} dr - 2\delta^*(1 - \sqrt{1 - \varphi}) \int_{\delta^*}^{r_{max}} \frac{F(r)}{r^2} dr. \quad (15)$$

Интенсивность испарения в единичном объеме тела (слоя) определяется выражением

$$I_V = (\zeta S_{гр} + S''_{гр}) n_{гр} I_c = \gamma_V I_c,$$

где $\gamma_V = (\zeta S_{гр} + S''_{гр}) n_{гр}$ – коэффициент объемного испарения.

Система уравнений тепломассопереноса и фазовых превращений при умеренной интенсивности сушки диспергированного слоя коллоидного капиллярно-пористого материала, когда фильтрацией фаз можно пренебречь, в соответствии с уравнением (2) может быть представлена в следующем виде:

$$c_{эф} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda_{эф} \nabla T) - LI_V, \quad (16)$$

$$\frac{\partial U_{ж}}{\partial t} = \nabla [D_{ж} (\nabla U_{ж} + \kappa_{ж} \nabla T)] - I_V - \frac{U_{ж}}{1 + \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial U_{п}}{\partial t} = \nabla [D_{п} (\nabla U_{п} + \kappa_{п} \nabla T)] + I_V - \frac{U_{п}}{1 + \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}. \quad (18)$$

Здесь $U_{ж}$, $U_{п}$ – объемные концентрации жидкости и пара в диспергированном слое; $c_{эф} = c_{т} \rho_{т} (1 - \Pi - \varepsilon_{сл}) + c_{ж} U_{ж} + c_{п} U_{п} + c_{в} U_{в}$ – эффективная теплоемкость слоя. Эффективная теплопроводность $\lambda_{эф}$ пористых материалов определяется следующим образом. Если тело представляет собой систему из твердых, жидких и газообраз-

ных слоев или волокон, то теплопроводность вдоль них максимальна и определяется по аддитивной формуле $\lambda'_{эф} = \sum_{\kappa=1}^K \lambda_{\kappa} \Psi_{\kappa}$, где K – число различных веществ, образующих слои. Теплопроводность поперек слоев определяется как термическое сопротивление многослойной системы, она минимальна и находится по выражению $\lambda''_{эф} = \prod_{\kappa=1}^K \lambda_{\kappa} / \sum_{\kappa=1}^K \lambda_{\kappa} \Psi_{\kappa}$. Если тело может рассматриваться как система волокон, направление которых является равновероятным вдоль ортогональных координат, то для него $\lambda_{эф} = \frac{1}{3} \lambda'_{эф} + \frac{2}{3} \lambda''_{эф}$.

Для произвольного пористого тела предлагается следующая формула $\lambda_{эф} = \theta \lambda'_{эф} + (1 - \theta) \lambda''_{эф}$, где $0 \leq \theta \leq 1$. Удельная теплота фазового превращения L включает в себя теплоту испарения свободной жидкости и удельную энергию десорбции влаги.

Давление парогазовой смеси при отсутствии фильтрации является постоянным и равным давлению внешней среды P_c , поэтому парциальное давление воздуха $P_{в}$ определяется выражением $P_{в} = P_c - P_{п}$. При этом плотность $\rho_{в}$ и объемная концентрация $U_{в}$ воздуха находятся по формулам: $\rho_{в} = P_{в} \mu_{в} / (R_v T)$, $U_{в} = \rho_{в} \Psi_{г}$.

Для системы уравнений (16)-(18) граничные условия тепло- и массообмена третьего рода при заданных параметрах сушильного агента формулируются следующим образом:

$$\lambda_{эф} \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{v=0} = \alpha (T_c - T|_{v=0}) - LI, \quad (19)$$

$$D_{ж} \left(\frac{\partial U_{ж}}{\partial v} \Big|_{v=0} + \kappa_{ж} \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{v=0} \right) = I, \quad (20)$$

$$-D_{п} \left(\frac{\partial U_{п}}{\partial v} \Big|_{v=0} + \kappa_{п} \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{v=0} \right) = \gamma_{п} (U_{п}|_{v=0} - \rho_{пс} \Psi_{г}) + \gamma_{пс} \kappa_{пс} \Psi_{г} (T|_{v=0} - T_c). \quad (21)$$

Выражение (21) представляет уравнение сохранения массы пара, которое получено при условии вхождения системы пористое тело – сушиль-

ный агент в равновесие: при $t \rightarrow \infty$ величины $\rho_{\text{п}} = \rho_{\text{пс}}$, $T = T_{\text{с}}$ [2], где $\rho_{\text{пс}}$ и $T_{\text{с}}$ – плотность пара и температура внешней среды.

Объемные концентрации U'_{ψ} жидкости ($\psi = \text{ж}$), пара ($\psi = \text{п}$) и воздуха ($\psi = \text{в}$) в пористых гранулах можно выразить через определяемые в результате решения системы уравнений (16)–(21) объемные концентрации U_{ψ} ($\psi = \text{ж}, \text{п}, \text{в}$) компонентов в слое диспергированного пористого материала и порозность слоя, которая считается известной:

$$\begin{aligned} U'_{\text{ж}} &= \frac{G_{\text{ж}}}{V_{\text{сл}}} = U_{\text{ж}}(1 - \varepsilon_{\text{сл}}), \\ U'_{\text{п}} &= \rho_{\text{п}}(\Psi_{\text{г}} + \varepsilon_{\text{сл}}) = U_{\text{п}} + \rho_{\text{п}}\varepsilon_{\text{сл}}, \\ U'_{\text{в}} &= \rho_{\text{в}}(\Psi_{\text{г}} + \varepsilon_{\text{сл}}) = U_{\text{в}} + \rho_{\text{в}}\varepsilon_{\text{сл}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Численный метод расчета процесса сушки

Для решения системы уравнений тепломассопереноса (16)–(18) при сушке слоя диспергированного капиллярно-пористого тела разработан численный метод, который базируется на явной трехслойной разностной схеме [4] и процедуре расщепления алгоритма по физическим факторам [7]. Разностная аппроксимация уравнения массопереноса для жидкости (17) при принятых допущениях в декартовых координатах x_1, x_2, x_3 на равномерной разностной сетке $x_{k,m_k} = m_k h_k$, ($m_k = 0, 1, \dots, h_k = \text{const}, k = 1, 2, 3$), $t_n = nl$ ($n = 0, 1, \dots, l > 0$) в соответствии с указанной схемой имеет вид

$$\begin{aligned} (1 + \Theta_{\text{ж}}) \frac{\bar{U}_{\text{ж}} - U_{\text{ж}}}{l} - \Theta_{\text{ж}} \frac{U_{\text{ж}} - U_{\text{ж}}^{n-1}}{l} &= \sum_{k=1}^3 [\delta_k (D_{\text{ж}} \delta_k U_{\text{ж}}) + \\ &+ \delta_k (D_{\text{ж}} \kappa_{\text{ж}} \delta_k T)] - I_V, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{U_{\text{ж}}^{n+1} - \bar{U}_{\text{ж}}}{l} = \frac{\bar{U}_{\text{ж}}}{1 + \varepsilon_V} \delta_i \varepsilon_V. \quad (24)$$

Здесь сеточные функции для узловой точки $(x_{1,m_1}, x_{2,m_2}, x_{3,m_3}, t_n)$ записаны для простоты без индексов, определяющих координаты и время точки,

т.е. $U_{\text{ж}} = U_{\text{ж},m_1,m_2,m_3}^n$, $U_{\text{ж}} = \bar{U}_{\text{ж}} = U_{\text{ж},m_1,m_2,m_3}^{n+1}$, $T = T_{m_1,m_2,m_3}^n$; $\Theta_{\text{ж}}$ – весовой параметр разностного уравнения, позволяющий устранить ограничения на шаг по времени, $\Theta_{\text{ж}} \geq 0$;

$$\begin{aligned} \delta_k U_{\text{ж}} &= \frac{U_{\text{ж},m_1+1,m_2,m_3}^n - U_{\text{ж},m_1-1,m_2,m_3}^n}{2h_k}; \\ \delta_1 (D_{\text{ж}} \delta_1 U_{\text{ж}}) &= \frac{1}{2h_1^2} [(D_{\text{ж},m_1+1,m_2,m_3} + D_{\text{ж},m_1,m_2,m_3}) \times \\ &\times (U_{\text{ж},m_1+1,m_2,m_3}^n - U_{\text{ж},m_1,m_2,m_3}^n) - (D_{\text{ж},m_1,m_2,m_3} - \\ &- D_{\text{ж},m_1-1,m_2,m_3}) (U_{\text{ж},m_1,m_2,m_3}^n - U_{\text{ж},m_1-1,m_2,m_3}^n)]. \end{aligned}$$

Аналогичным образом аппроксимируются уравнения (16) и (18). Погрешность аппроксимации уравнений (16)–(18) разностными уравнениями вида (23), (24) имеет порядок $l + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$. Необходимые условия устойчивости разностных уравнений вида (23), (24) находятся методом условного задания некоторых искомым функций системы [8]. Для уравнения (23) допустимый шаг по времени находится по условию

$$l_{\text{ж}} \leq (1 + 2\Theta_{\text{ж}}) \left(2D_{\text{ж}} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{h_k^2} \right)^{-1}. \quad (25)$$

Уравнение (24) представляет собой разностную аппроксимацию обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка относительно функции $U_{\text{ж}}$, и его решение остается устойчивым при любых значениях шага $l_{\text{ж}}$.

Расчетный шаг по времени l для разностной схемы, аппроксимирующей систему уравнений (16)–(18), определяется из условия $l \leq \min \{l_T; l_{\text{ж}}; l_{\text{п}}\}$, где $l_T; l_{\text{ж}}; l_{\text{п}}$ – допустимые шаги по времени для разностных аппроксимаций уравнений соответственно (16), (17), и (18).

Результаты численного и физического моделирования сушки

На рис.1 представлены результаты расчета динамики сушки сплошного и диспергированного слоя одного из класса коллоидных капиллярно-пористых тел – моркови. Расчеты проводились

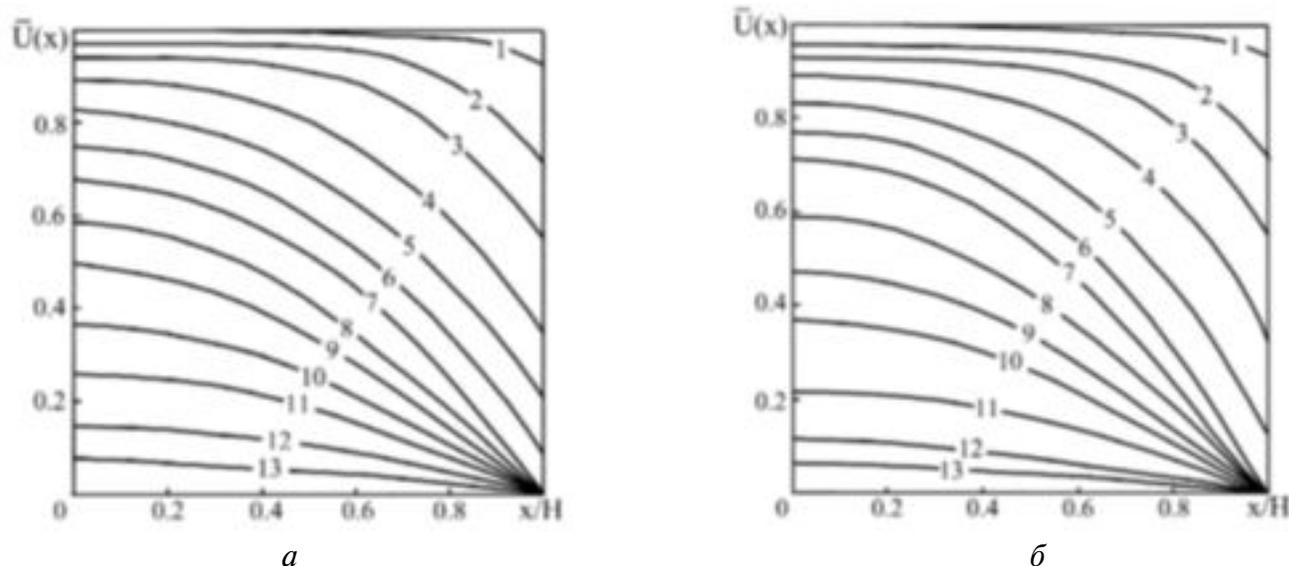


Рис.1. Поля относительной объемной концентрации жидкости

а) в сплошном слое ($\epsilon_{сл} = 0$) моркови в различные моменты времени: 1 – $t = 5$ мин; 2 – 20; 3 – 40; 4 – 80; 5 – 120; 6 – 160; 7 – 198; 8 – 240; 9 – 280; 10 – 340; 11 – 400; 12 – 500; 13 – 600. Толщина слоя $H = 10$ мм.
б) в слое диспергированной моркови с порозностью $\epsilon_{сл} = 0,56$ в различные моменты времени: 1 – $t = 1$ мин; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 20; 5 – 35; 6 – 48; 7 – 60; 8 – 80; 9 – 100; 10 – 120; 11 – 180; 12 – 200; 13 – 240. Толщина слоя $H = 15$ мм. Параметры сушильного агента $T_c = 50^\circ\text{C}$, $w = 3,5$ м/с, $d = 8$ г/кг с.в.

при следующих исходных значениях параметров: $T_0 = 293$ К; $T_c = 323$ К; $P_c = 0,981 \cdot 10^5$ Па; $U_0 = 845$ кг/м³; $\Pi = 0,47$; $\lambda_T = 0,12$ Вт/(м·К); $c_T = 1370$ Дж/(кг·К); $\rho_T = 1500$ кг/м³; $\varphi_c = 0,1045$; $A = A_D = 0,4205 \cdot 10^8$ Дж/кмоль. Изолинии объемной концентрации жидкости для сплошного (а) и диспергированного слоя (б) качественно не отличаются. Однако время окончания первого периода и время достижения равновесной влажности при измельчении моркови существенно сокращается.

На рис.2 представлены результаты численных и физических экспериментов кинетики сушки диспергированного слоя моркови с различными значениями порозности $\epsilon_{сл}$. Результаты расчета достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, что свидетельствует об адекватности представленной математической модели и эффективности метода ее реализации.

Энергоресурсосберегающая технология сушки диспергированного слоя термолабильных материалов

Большинство коллоидных капиллярно-пористых тел, подвергающихся сушке, являются тер-

молабильными материалами. При воздействии температур, превышающих некоторое допустимое значение T^* , содержащиеся в таких материалах органические соединения разрушаются или значительно изменяются, теряя биологическую и питательную ценность.

В [9] предложен способ сушки термолабильных материалов, который предусматривает изменение во времени температуры сушильного агента и проводится в два этапа. На первом этапе с помощью сушильного агента осуществляется постепенное повышение температуры тела. Этот этап завершается, когда температура на поверхности тела достигает предельно допустимого значения T^* . На втором этапе температура сушильного агента или его скорость монотонно снижаются таким образом, чтобы максимальное значение температуры на поверхности тела оставалось постоянным и равным T^* . Данный способ позволяет свести к минимуму время сушки и сократить энергозатраты, не ухудшая качества готового продукта.

Для управления процессом сушки необходимо располагать графиком изменения температуры или скорости сушильного агента. Этот график

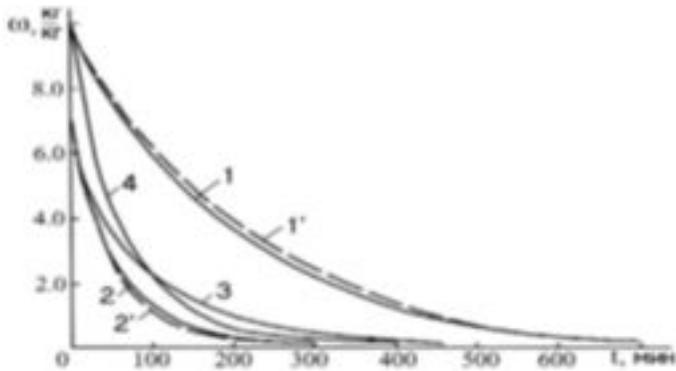


Рис. 2. Изменение во времени среднего влагосодержания слоя моркови, симметрично обдуваемого сушильным агентом (— — расчетные данные; - - - эксперимент).

Кривые 1 и 1' получены при сушке сплошного слоя ($\epsilon_{\text{сл}} = 0$) толщиной $H = 10$ мм. Кривые 2, 2' и 4 получены при сушке диспергированного слоя толщиной $H = 15$ мм с порозностью $\epsilon_{\text{сл}} = 0,56$; кривая 3 — с порозностью $\epsilon_{\text{сл}} = 0,4$. Параметры сушильного агента: $T_c = 50^\circ\text{C}$, $w = 3,5$ м/с, $d = 8$ г/кг с.в.

определяется в зависимости от вида материала, начальных значений его температуры и влажности, геометрических и теплофизических параметров влажного тела, а также некоторых других параметров. Для слоя диспергированного коллоидного капиллярно-пористого тела график изменения температуры сушильного агента был получен на базе изложенного выше метода расчета динамики сушки. (На первом этапе расчет процесса сушки проводится по представленному в статье алгоритму.) При расчете второго этапа сушки диспергированного слоя условия тепло- и массообмена на внешней границе тела $v = 0$ записываются следующим образом:

$$T|_{v=0} = T^*, U_{\text{ж}}|_{v=0} = 0. \quad (26)$$

Второе из условий (26) записано для случая, когда температура мокрого термометра ниже температуры T^* . В противном случае в начале второго этапа влажность на поверхности слоя принимается равной ее значению в момент завершения первого этапа.

Температура сушильного агента определяется в соответствии с уравнением баланса энергии для этой граничной поверхности

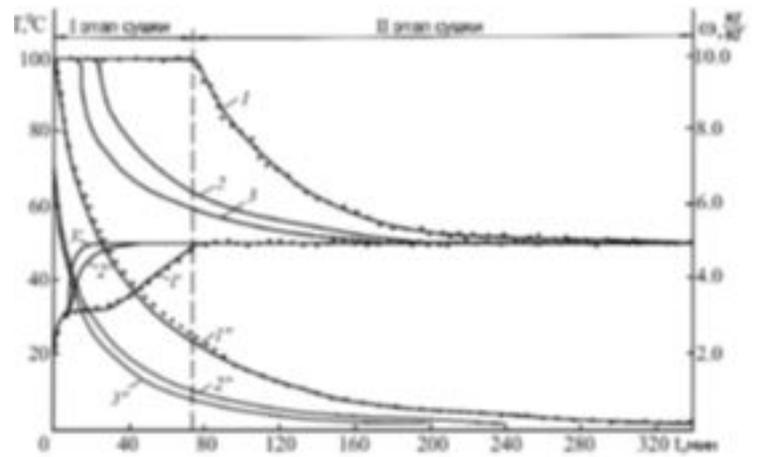


Рис. 3. Изменения во времени температуры сушильного агента T_c (кривые 1,2,3), температуры на внешней поверхности слоя $T|_{v=0}$ (1', 2',3') и среднего влагосодержания ω (1'',2'',3'') для сплошного слоя моркови ($\epsilon_{\text{сл}} = 0$), толщиной $H = 10$ мм (кривые 1, 1' и 1''); — — расчетные данные, · — эксперимент) и для слоя диспергированной моркови, толщиной $H = 15$ мм при порозностях $\epsilon_{\text{сл}} = 0,4$ (кривые 2,2' и 2'') и $\epsilon_{\text{сл}} = 0,56$ (кривые 3,3' и 3''). Параметры теплоносителя $d = 8$ г/кг с.в., $w = 3,5$ м/с.

$$\lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial v} \Big|_{v=0} = \alpha(T_c(t) - T|_{v=0}) - LI, \quad (27)$$

где I — интенсивность испарения жидкости на границе тела, определяемая с учетом второго выражения условия (26) по формуле (9).

Данный способ сушки реализуется следующим образом. Перед началом процесса обезвоживания определяется толщина слоя материала, подлежащего сушке. По справочным данным и путем измерения находятся теплофизические характеристики материала, его начальная влажность и температура, предельно допустимая температура, которая может быть функцией влажности материала. Задается температура сушильного агента, с которой он подается в сушильную камеру в течение первого этапа сушки, находится график изменения температуры сушильного агента. Этот график с указанными выше исходными параметрами процесса полностью определяют режим сушки термолabileного материала.

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования и экспериментальных

исследований процессов тепло- и массопереноса для изложенного способа сушки. Начальная температура сушильного агента задавалась $T_c^0 = 100^\circ\text{C}$, предельно допустимая температура для моркови принималась $T^* = 50^\circ\text{C}$. Полученные эмпирическим путем графики изменения температуры сушильного агента, среднего влагосодержания и температуры на поверхности слоя коллоидного капиллярно-пористого тела, которые изображены на рисунке точками, а также время сушки, хорошо согласуются с расчетными данными. Это свидетельствует о возможности применения найденных численно зависимостей $T_c = T(t)$ для управления процессом сушки слоя термолабильного материала с различными геометрическими параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лыков А.В.* Теория сушки. — М.: Энергия, 1968.—372 с.
2. *Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н.* Динамика процессов теплообмена, фазовых превращений и усадки при обезвоживании коллоидных капиллярно-пористых материалов. // Пром. теплотехника. — 2003. — Т. 25, № 3. — С. 56–66.

3. *Никитенко Н.И.* Проблемы радиационной теории тепло- и массопереноса в твердых и жидких средах. // Инж.-физ. журн. — 2000. — Т. 73, № 4. — С. 851–860.

4. *Никитенко Н.И.* Теория теплообмена. Киев: Наук. думка, 1983. — 352 с.

5. *Никитенко Н.И.* Исследование динамики испарения конденсированных тел на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц — ИФЖ — 2002. — Т. 75, № 3. — С. 128–134.

6. *Рудобахта С.П.* Массоперенос в системах с твердой фазой. Москва: Химия. 1980. — 248 с.

7. *Никитенко Н.И.* Сопряженные и обратные задачи теплообмена. Киев: Наук. думка, 1988. — 240 с.

8. *Белоцерковский О.М.* Численное моделирование в механике сплошных сред. — Москва: Наука, 1984. — 520 с.

9. *Деклараційний патент на винахід 62665А України А 23 В 7/02 Спосіб сушіння термолабільних матеріалів / Нікітенко М.І., Снежкін Ю.Ф., Сорокова Н.М.* — № 2003043816; Заявлено 24.04.2003; Опубл. 15.12.2003; Бюл. №12.

Получено 01.03.2006 г.

УДК 664.834

ПОТАПОВ В.А., ПОГОЖИХ Н.И.

Харьковский государственный университет питания и торговли

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ КИНЕТИКИ ПЕРЕНОСА ПРОЦЕССА СУШКИ КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ ТЕЛ

Запропоновано гетероенергетичну модель колоїдного капілярно-пороватого тіла, що являє собою трикомпонентну систему: сухий кістяк, зв'язана волога, вільна волога. Одержано відповідну систему рівнянь кінетики спряжених явищ переносу в процесі сушіння, розв'язок якої дає змогу прогнозувати кінетику та-

Предложена гетероэнергетическая модель коллоидного капиллярно-пористого тела, представляющая трехкомпонентную систему: сухой скелет, связанная влага, свободная влага. Получена система уравнений кинетики сопряженных явлений переноса в процессе сушки, решение которой позволяют прогнози-

Is offered the hetero-energy model of a damp body, which are presented in a tree component system: a dry skeleton - bound water - free water The appropriate system of the equations for kinetics of the connected phenomena of transfer in the drying process is received, which decision allow to predict kinetics of such important physical